학교시험에 반드시 출제되는
핵심 유형 기출 문제 1116제 수록

수능 문제의 70~80%가
공통수학 개념 위에서 풀립니다.
수능 기출 문제 분석 결과 출제 방식은 달라도
근본 개념은 공통수학에서 시작되기 때문에
논리적 사고로 탄탄하게 공부해야 합니다.

자이스토리는
새로운 내신 등급에 꼭맞는 핵심 유형을
세밀하게 분류하고 자주 출제되는
기출 문제를 엄선하여 수록했습니다.
이 문제들만 충분히 연습하면
내신 1 등급은 쉽게 이룰 수 있습니다.

또한, 자이스토리만의 꼼꼼한 문제 분석과 풍부한 보충 첨삭 해설은
문제를 풀어가면서 동시에 개념과 유형을 자연스럽게
익힐 수 있도록 도와줍니다.

특별한 사람만이 수학을 좋아하고 잘하는 것이 아닙니다.
개념을 바르게 이해하고, 쉬운 문제부터 단계를 밟아 기본을 다지면
수학은 어느새 재미있는 과목이 되어 있을 것입니다.

어떤 목표를 달성하는 데 가장 중요한 것은 자신감이라고 하지요?
해낼 수 있다는 자신감을 갖고 자이스토리와 함께 하면
수학 1 등급을 반드시 이룰 수 있습니다.

– 대한민국 **No.1** 수능 문제집 **자이스토리** –

학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [26일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~54		월 일	월 일
2	55~91		월 일	월 일
3	B 01~57		월 일	월 일
4	58~84		월 일	월 일
5	C 01~46		월 일	월 일
6	47~77		월 일	월 일
7	D 01~51		월 일	월 일
8	52~89		월 일	월 일
9	E 01~65		월 일	월 일
10	66~118		월 일	월 일
11	F 01~54		월 일	월 일
12	55~93		월 일	월 일
13	G 01~60		월 일	월 일
14	61~103		월 일	월 일
15	H 01~46		월 일	월 일
16	47~73		월 일	월 일
17	I 01~41		월 일	월 일
18	42~72		월 일	월 일
19	73~111		월 일	월 일
20	J 01~33		월 일	월 일
21	34~59		월 일	월 일
22	K 01~48		월 일	월 일
23	49~82		월 일	월 일
24	83~112		월 일	월 일
25	L 01~64		월 일	월 일
26	65~106		월 일	월 일

- 나는 ____________________ 대학교 ____________________ 학과 ____________ 학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 내신 + 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록 수능, 모의평가, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로 수록하였습니다.
그리고 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서 명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

- **김덕환** 대전 대성여자고등학교
- **배수나** 가인아카데미
- **이종석** 일등급 수학 저자
- **송유헌** 제주 GTS Math
- **신건률** 대치 다원교육
- **장영환** 제주 제로링수학교실
- **장철희** 서울 보성고등학교
- **전경준** 서울 풍문고등학교
- **전준홍** 서울 압구정 Yestudy
- **최대철** 서울 인창고등학교
- **홍지언** 부산대학교 수학 박사과정
- **홍지우** 안양 부흥고등학교
- **수경 수학 컨텐츠 연구소**

[다른 풀이 집필]

- **강 현** 경주 비상아이비츠 강현학원
- **김리안** 인천 수리안학원
- **김예진** 경남 수학 전문컨설턴트
- **김 준** 인천 쭌에듀학원
- **신은숙** 서울 펜타곤학원
- **유대호** 평촌 플랜지에듀
- **유재영** 평택 비전고등학교
- **이보형** 성남 매쓰코드학원
- **이세복** 고양 퍼스널수학
- **전승환** 안양 공즐학원
- **정경애** 대구 수투수학학원
- **정석균** 천안 힐베르트 수학과학학원
- **채송화** 부산 채송화수학

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널
셀프수학

[특별 감수진]

- **고호섭** 보성 벌교고등학교
- **권정철** 부산 가야고등학교
- **김대식** 하남 하남고등학교
- **김미연** 광명 충현고등학교
- **김보원** 서울 동일여자고등학교
- **김성미** 서울 에이원매쓰
- **김우영** 광주 김우영수학학원
- **김정태** 서울 미래산업과학고등학교
- **김정환** 안양 신성고등학교
- **김진회** 인천 인천외국어고등학교
- **김현주** 포항 유성여자고등학교
- **남광현** 서울 수학의힘(강동본원)
- **문윤정** 대구 정동고등학교
- **문윤정** 대구 정동고등학교
- **양유식** 세종 정석학원
- **윤규환** 광주 광주석산고등학교
- **윤미령** 안산 미령수학
- **이나라** 이천 양정여자고등학교
- **이선혜** 광주 서석고등학교
- **장광덕** 화성 동탄의수학학원
- **장용준** 의정부 상우고등학교
- **조현정** 서울 동덕여자고등학교
- **한재철** 당진 송악고등학교

[감수진]

- **강수미** 세종 청람수학전문학원
- **강유식** 대전 연세제일학원
- **강지민** 함안 명덕고등학교
- **강현아** 서울 (대치)매쓰테라피
- **구무회** 청주 엑스텐수학학원
- **기미나** 인천 기쌤수학
- **김경미** 춘천 페르마석사본원
- **김동현** 서울 (성북)대치이상학원
- **김미나** 서울 (목동)씨앤씨
- **김미희** 인천 희수학
- **김민서** 안산 수풀림수학학원
- **김병수** 안양 (평촌)인재와고수
- **김보미** 고양 유투엠향동캠퍼스
- **김성현** 서울 하이탑수학
- **김양준** 양산 이룸학원
- **김영대** 아산 탑씨크리트배방학원
- **김용희** 인천 수학의성지
- **김윤혜** 대전 슬기로운수학학원
- **김장훈** 제주 프로젝트M수학학원
- **김재훈** 세종 최고수학학원
- **김재훈** 세종 최고수학학원
- **김정인** 양주 옥정고등학교
- **김지연** 서울 아드폰테스
- **김지현** 대전 파스칼대덕학원
- **김철준** 파주 (운정)명인학원
- **김태성** 광주 김태성수학
- **김현석** 서울 1타수학목동관학원
- **김형진** 서울 (마포)예일학원
- **김호승** 성남 (분당)수학의아침
- **김호원** 성남 (분당)원수학학원
- **김훤재** 서울 반포파인만고등관
- **남궁준** 수원 새봄수학
- **마계춘** 광주 어썸수학학원
- **문정탁** 대구 STM수학학원
- **민태흠** 성남 생각하는수학공간학원
- **박기두** 서울 목동종로학원
- **박동민** 울산 동지수학과학전문학원
- **박성찬** 수원 성찬쌤's 수학의공간
- **박성찬** 수원 성찬쌤's 수학의공간
- **박 찬** 제주 찬수학학원
- **박현준** 서울 절대수학학원
- **박현철** 진천 셀마현수학학원
- **배홍규** 대구 매쓰피아수학학원
- **백은지** 부산 백퍼센트수학학원
- **서동원** 대전 수학의중심학원
- **서영덕** 진주 탑앤탑학원
- **서영준** 대전 힐탑학원
- **소윤영** 광주 (상무)플라톤학원
- **손승태** 구리 인창고등학교
- **신선학** 울산 신쌤플러스수학전문학원
- **심재현** 용인 웨이메이커수학학원
- **심혜림** 성주 별고을교육원
- **안형진** 전주 혁신청람수학
- **양지현** 성남 (분당)일비충천수학원
- **양창진** 의정부 수학의숲학원
- **어흥범** 광주 수바시&매쓰피아
- **오정민** 인천 갈루아수학학원
- **윤동빈** 춘천 페르마학원
- **윤세진** 창원 매쓰플랜수학학원
- **이경환** 서울 꿈이룬수학전문학원
- **이경효** 고양 효수학학원
- **이나영** 창원 티오피에듀정상학원
- **이상아** 서울 (위례)솔수학
- **이성준** 인천 지담수학학원
- **이세복** 고양 퍼스널수학
- **이수동** 부천 E&T수학전문학원
- **이수연** 수원 매향여자정보고등학교
- **이수현** 대구 구정남수학학원
- **이승주** 인천 명신여자고등학교
- **이준석** 서울 이준석수학
- **이진형** 안동 성희여자고등학교
- **이창현** 서울 미래탐구메인수학센터
- **이태형** 서울 (목동)고대수학학원
- **이현석** 서울 이현석수학학원
- **이현호** 고양 스카이맥스수학
- **이효진** 서울 올토수학학원
- **이훈관** 광주 일품수학학원
- **임정수** 서울 (성북)시그마수학학원
- **장지원** 부산 해신수학학원
- **장혜림** 인천 와풀수학
- **장혜민** 성남 우주수학학원
- **전찬용** 부산 (개금)페르마학원
- **전호완** 성남 숭신여자고등학교
- **정재웅** 부산 수학1번가
- **정재훈** 용인 시너지수학학원
- **조우영** 부산 위드유수학학원
- **최성문** 서울 파이온수학학원
- **최수민** 서울 완벽한수학학원
- **최예나** 광주 티오티수학학원
- **최인구** 서울 강북제일학원
- **최정곤** 서울 깊은생각
- **최진규** 성남 (분당)TSM수학학원
- **황선아** 서울 큐수학

[My Top Secret 집필]

- **곽지훈** 서울대 수학교육과
- **김진형** 서울대 약학과
- **문지원** 서울대 의예과
- **석민준** 서울대 첨단융합학과
- **장현준** 서강대 수학과
- **정서린** 서울대 약학과
- **정호재** 서울대 경제학부
- **조선하** 서울대 자유전공학부
- **황대윤** 서울대 수리과학부

차 례 [총 160개 유형]

Ⅰ 다항식

Ⅱ 방정식과 부등식

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

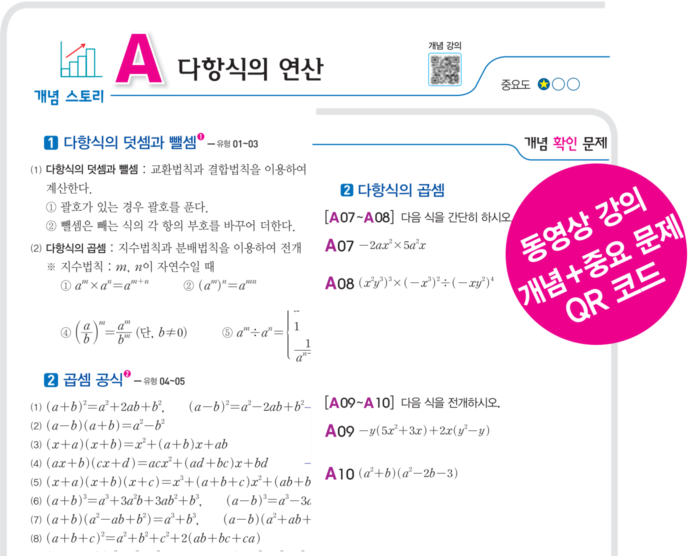
셀프수학

완벽한 개념 이해, 핵심 기출 유형 문제 훈련으로 내신 1등급 완성

1 개념 스토리+개념 확인 문제

공통수학1에서 꼭 알아야 하는 중요한 교과서 개념을 쉽게 이해되도록 설명하였습니다. 또한, 개념과 공식을 확실히 자신의 것으로 만들 수 있는 개념 확인 문제를 함께 수록했습니다.

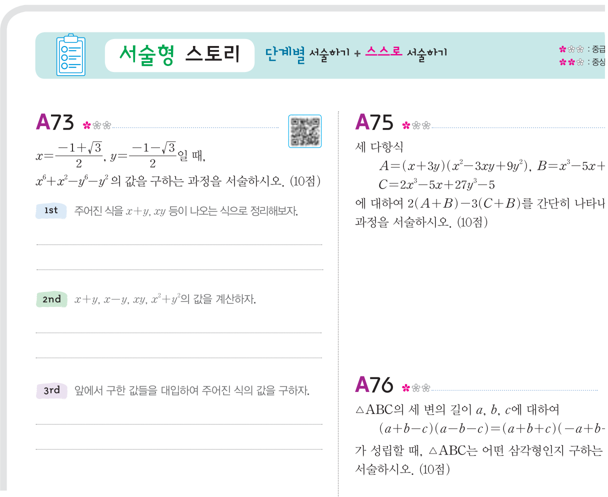
- **중요도 ★★★** : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- **개념 확인 문제** : 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제로 구성



- **QR 코드** : 수학 전문 강사의 생생한 개념 강의를 통해 완벽한 개념 학습을 할 수 있도록 하였습니다.

3 서술형 스토리 – 단계별 문제해결 방법 제시

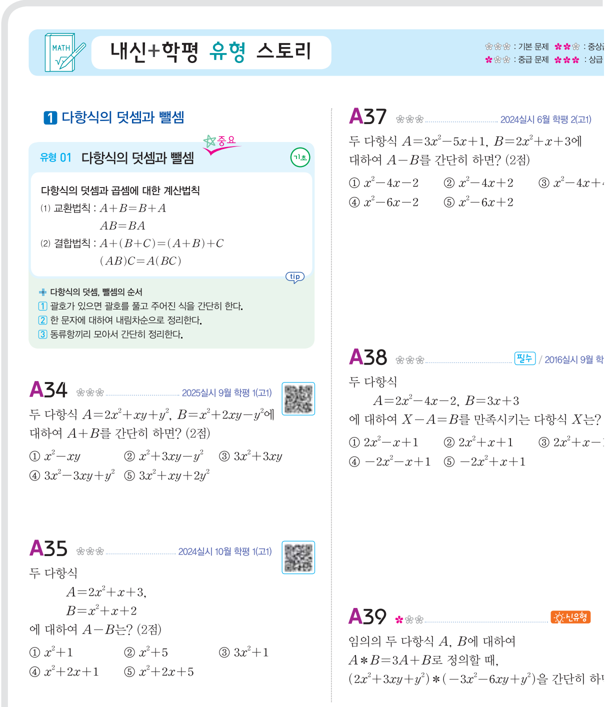
학교시험에서 출제되는 다양한 서술형 문제를 단계적으로 풀어 나가는 과정을 제시하여 서술형 문제에 대한 자신감을 얻을 수 있게 구성하였습니다.



2 내신+학평 유형 스토리

개념에 따른 유형을 자세히 공부할 수 있도록 학교 시험이나 학력평가에서 출제되었던 문제들을 촘촘하게 세분화하여 개념순, 난이도 순으로 수록하였습니다.

- **유형 정리** : 시험에서 출제되었던 모든 유형을 제시하여 효과적이고 완벽한 유형 분석을 할 수 있도록 하였습니다.
- **tip** : 유형에 따라 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR 코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.



- **난이도** : ❀❀❀ – 기본 문제, ✿❀❀ – 중급 문제, ✿✿❀ – 중상급 문제, ✿✿✿ – 상급 문제

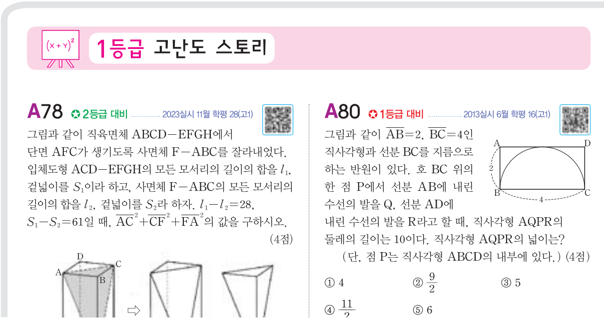
- 출처표시 : 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2026대비 수능 22번 : 2025년 11월에 실시한 수능
  - 2025실시 6월 학평 16(고1) : 2025년 6월에 실시한 학력평가
  - 2024실시 3월 학평 10(고2) : 2024년 3월에 실시한 학력평가
  - 표시 없는 문제 : 기출 변형 문제

- 최다출제 : 내신, 학평에서 가장 출제율이 높은 문제
- 신유형 : 최근 내신+학평에서 출제되는 새로운 유형의 문제
- 필수 : 유형 학습을 위해 꼭 확인 해야 하는 문제
- 중요 : 시험에 반드시 출제되는 중요 유형 체크
- 고난도 : 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형

4 1등급 고난도 스토리 – 2등급 대비+1등급 대비

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 난이도 순으로 배열하여 종합적인 사고력과 응용력을 길러서 반드시 수학 1등급을 달성할 수 있도록 구성했습니다.

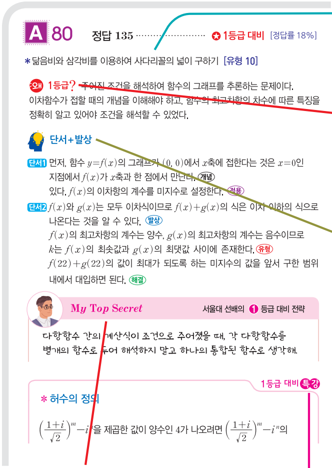
- 1등급 대비 : 정답률이 20% 이하인 문제로, 1등급을 가르는 최고난도 문제
- 2등급 대비 : 정답률이 21%~35%인 문제로, 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 최상급 문제


1등급 고난도 스토리

A78 2등급 대비 2023실시 11월 학평 28(고1)
그림과 같이 직육면체 ABCD−EFGH에서 단면 AFC가 생기도록 사면체 F−ABC를 잘라내었다. 입체도형 ACD−EFGH의 모든 모서리의 길이의 합을 l_1, 겉넓이를 S_1이라 하고, 사면체 F−ABC의 모든 모서리의 길이의 합을 l_2, 겉넓이를 S_2라 하자. $l_1-l_2=28$, $S_1-S_2=61$일 때, $\overline{AC}^2+\overline{CF}^2+\overline{FA}^2$의 값을 구하시오. (4점)

A80 1등급 대비 2013실시 6월 학평 16(고1)
그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$인 직사각형과 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 BC 위의 한 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 선분 AD에 내린 수선의 발을 R라고 할 때, 직사각형 AQPR의 둘레의 길이는 10이다. 직사각형 AQPR의 넓이는? (단, 점 P는 직사각형 ABCD의 내부에 있다.) (4점)
① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

5 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설


A80 정답 135 1등급 대비 [정답률 18%]
*닮음비와 삼각비를 이용하여 사다리꼴의 넓이 구하기 [유형 10]
My Top Secret
1등급 대비 특강

문제 분석
어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

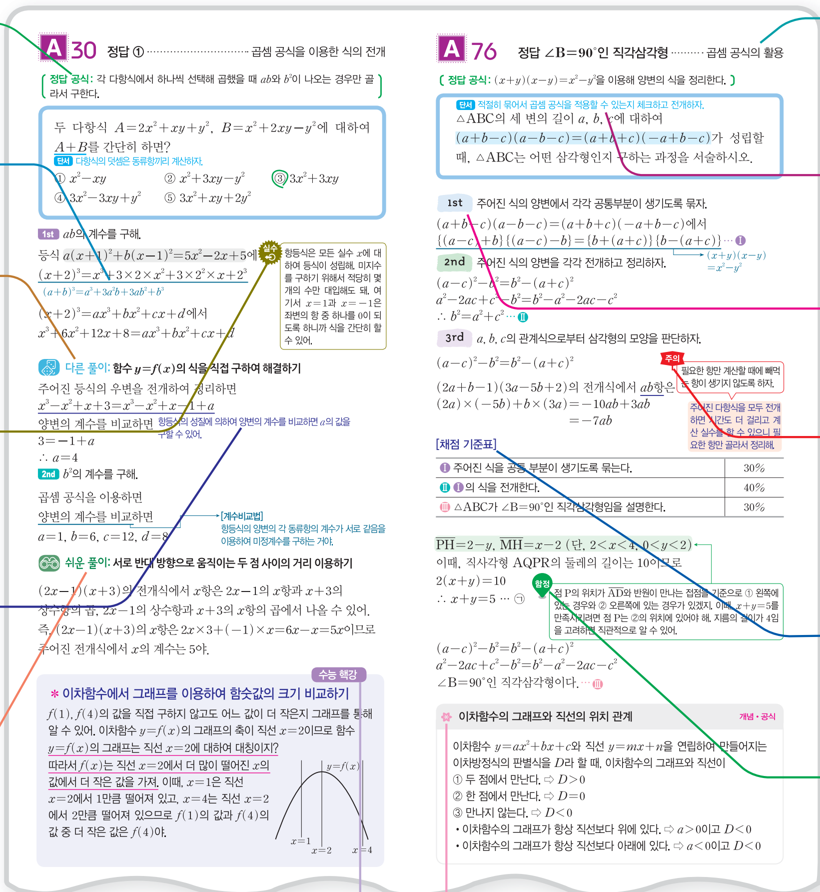
왜 1등급, 왜 2등급
1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상
- 단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.
- 개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.
- 유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.
- 발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.
- 적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.
- 해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

My Top Secret
1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

6 입체 첨삭 해설!


A30 정답 ① ······ 곱셈 공식을 이용한 식의 전개
두 다항식 $A=2x^2+xy+y^2$, $B=x^2+2xy-y^2$에 대하여 $A+B$를 간단히 하면?
① x^2-xy ② $x^2+3xy-y^2$ ③ $3x^2+3xy$ ④ $3x^2-3xy+y^2$ ⑤ $3x^2+xy+2y^2$
A76 정답 ∠B=90°인 직각삼각형 ······ 곱셈 공식의 활용
△ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a+b-c)$가 성립할 때, △ABC는 어떤 삼각형인지 구하는 과정을 서술하시오.
이차함수에서 그래프를 이용하여 함숫값의 크기 비교하기
이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

적용 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빠뜨리거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

채점 기준표
서술형 문제에 대한 적절한 풀이 기준을 제시하여 중요한 포인트를 놓치지 않게 하였습니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

문항 배열 및 구성 [1116제]

❶ 개념 이해와 개념 확인 문제 [320제]

각 단원에서 배울 개념 중 중요한 것들을 자세히 설명하고 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제를 수록하였습니다.

❷ 최신 15개년 160개 유형 핵심 기출 문제 수록

- 새교육과정에 꼭 맞는 최신 고1 학력평가 핵심 기출 문제 수록(325제)
- 고2, 고3 기출 문제 중 새교육과정에 알맞은 기출 문제 선별 수록(116제)
- 새교육과정 완벽 대비를 위한 유형별 핵심 기출 변형 문제 수록(295제)
- 기출 핵심 유형 완전 학습 – 내신+학평 유형 스토리[160유형, 736제]

★ 내신 1등급을 위한 내신 기출 변형 문제 추가 수록

1. 내신 1등급을 위해 160개 문제 유형으로 세분화

수학 개념을 쉽고 빠르게 이해하는 가장 좋은 학습법은 문제 유형을 세분화해서 공부하는 것입니다.
학교 시험은 다양한 유형에서 고르게 출제되기 때문에, 유형을 세분화해서 충분히 연습해야 합니다.

2. 160개 유형 연습을 위한 기출 문제 + 내신 기출 변형 문제 수록

학력평가는 특정한 유형에서 많이 출제되기 때문에 어떤 유형은 기출 문제가 과하게 많고,
어떤 유형은 기출 문제가 부족합니다. 그래서 160개 유형에 맞는 내신 기출 변형 문제를 보충 수록해서
1등급을 위한 완벽한 학습이 되도록 하였습니다.

❸ 서술형 단계별 훈련을 위한 내신 기출 변형 문제 서술형 스토리 [서술형 60제]

각 단원 중 서술형 출제 방식에 적합하고 출제 비율이 높은 내신 기출 변형 서술형 문제를 구성하였습니다.

[공통수학1 문항 구성표]

시행연도	고1 3월 학력평가	고1 6월 학력평가	고1 9월 학력평가	고1 11월 학력평가	고2 학력평가	연도별 문항 수
2025	0	30	30	0	15	75
2024	0	23	11	14	8	56
2023	0	12	10	3	7	32
2022	0	17	8	5	3	33
2021	0	17	9	7	2	35
2020	0	14	10	7	6	37
2019	5	12	2	2	11	32
2018	0	11	5	3	2	21
2017	1	7	2	1	1	12
2016	2	4	2	1	1	10
2015 이전	2	17	12	7	16	54
고3 수능, 평가원, 학력평가	44					
내신 기출 변형 문제	295					
기본 개념, 서술형 문제	380					
총 수록 문항 수						1116

■ 내신 기출 변형 문제 : 160개 유형 예상 문제 수록
■ 학평 기출 : 핵심 기출 문제 선별 수록

A 다항식의 연산

★ 유형 차례

단원 학습 목표

- 중학교 과정에서 학습한 다항식의 뜻과 간단한 다항식을 계산하는 방법으로부터 두 개 이상의 문자를 포함한 복잡한 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.
- 중학교에서 학습한 지수법칙을 바탕으로, 단항식의 곱셈으로부터 삼차식과 항이 3개인 곱셈 공식을 알고, 이를 다항식의 연산에 활용할 수 있다.

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 다항식의 연산에서는 주어진 식을 먼저 간단히 한 후 다항식을 대입하여 계산한다. 이때, 괄호로 묶어서 대입하면 실수를 줄일 수 있는데, 괄호를 풀 때 괄호 앞의 부호에 주의한다.
- 곱셈 공식 또는 곱셈 공식의 변형을 통해 식의 값을 묻는 문제가 자주 출제되므로 반드시 정리해두도록 한다.
- (다항식)÷(다항식)은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

★ 자주 출제되는 개념+공식

1 자주 쓰이는 곱셈 공식

(1) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(2) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

(3) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

2 다항식 A를 다항식 $B\,(B\neq0)$로 나눌 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면
$A=BQ+R$ (단, (R의 차수)<(B의 차수))

개념 스토리 A 다항식의 연산

개념 강의

중요도 ★○○

1 다항식의 덧셈과 뺄셈 — 유형 01

(1) **다항식의 정리 방법**[1]

① 내림차순 : 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 나타내는 것

② 오름차순 : 한 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 높은 항의 순서로 나타내는 것

예) 다항식 $x^2+3xy-y^2-2x+5y+4$에 대하여

① x에 대하여 내림차순으로 정리: $x^2+(3y-2)x-y^2+5y+4$

② x에 대하여 오름차순으로 정리: $-y^2+5y+4+(3y-2)x+x^2$

(2) **다항식의 덧셈과 뺄셈**

교환법칙과 결합법칙을 이용하여 동류항[2]끼리 모아서 정리한 후 계산한다.

└ 다항식에서 문자와 차수가 같은 항

① 괄호가 있는 경우 괄호를 푼다.

② 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.[3]

(3) **다항식의 덧셈에 대한 성질**

다항식 A, B, C에 대하여

① 교환법칙 : $A+B=B+A$

② 결합법칙 : $(A+B)+C=A+(B+C)$[4]

❶ 다항식의 정리 방법
다항식을 한 문자에 대하여 내림차순이나 오름차순으로 정리할 때, 기준이 되는 문자를 제외한 나머지 문자는 상수로 생각한다.

❷ 동류항
특정한 문자에 대하여 차수가 같은 항

❸ 예) $x^2-(y^2-2x+y)$
$=x^2-y^2+2x-y$

❹ $(A+B)+C$와 $A+(B+C)$의 결과가 같으므로 이를 보통 괄호없이 $A+B+C$로 나타낸다.

2 다항식의 곱셈 — 유형 02~05

(1) **다항식의 곱셈** : 지수법칙과 분배법칙을 이용하여 **식을 전개한 다음 동류항끼리 모아서 정리**한다.[5]

※ 지수법칙 : m, n이 자연수일 때

① $\boldsymbol{a^m\times a^n=a^{m+n}}$ ② $\boldsymbol{(a^m)^n=a^{mn}}$ ③ $\boldsymbol{(ab)^m=a^mb^m}$

④ $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}}$ (단, $b\neq0$) ⑤ $\boldsymbol{a^m\div a^n}=\begin{cases}\boldsymbol{a^{m-n}} & (m>n)\\ \boldsymbol{1} & (m=n)\\ \boldsymbol{\frac{1}{a^{n-m}}} & (m<n)\end{cases}$ (단, $a\neq0$)

(2) **다항식의 곱셈에 대한 성질**

다항식 A, B, C에 대하여

① 교환법칙 : $AB=BA$

② 결합법칙 : $(AB)C=A(BC)$[6]

③ 분배법칙 : $A(B+C)=AB+AC$, $(A+B)C=AC+BC$

(3) **곱셈공식**

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

이미 배웠던 공식

⑤ $(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$

⑥ $\boldsymbol{(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$, $\boldsymbol{(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$[7]

⑦ $\boldsymbol{(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3}$, $\boldsymbol{(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3}$

⑧ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

⑨ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$

⑩ $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)=a^4+a^2b^2+b^4$

새로 배우는 공식

❺ 다항식의 곱셈에서는 다음과 같은 지수법칙을 이용한다.
$x^mx^n=x^{m+n}$ (단, m, n은 자연수)

❻ $(AB)C$와 $A(BC)$의 결과가 같으므로 이를 보통 괄호없이 ABC로 나타낸다.

❼ $(a-b)^3$
$=\{a+(-b)\}^3$
$=a^3+3a^2(-b)+3a(-b)^2+(-b)^3$
$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

1 다항식의 덧셈과 뺄셈

[A01~A02] 다항식 $7x^2-x^4-6+x$를 다음과 같이 정리하시오.

A01 x에 대한 내림차순

A02 x에 대한 오름차순

[A03~A04] 다음을 계산하시오.

A03 $(9x^2-4xy+6x)+(7xy-x-3x^2)$

A04 $(5-4x^3)-(3x^2+2x^3)+(6x^2-x)$

[A05~A06] 두 다항식 $A=x^3-3x^2+2x+4$, $B=-2x^3+4x^2-x$에 대하여 다음을 계산하시오.

A05 $A+B$

A06 $3A-2B$

2 다항식의 곱셈

[A07~A08] 다음 식을 간단히 하시오.

A07 $-2ax^2\times5a^2x$

A08 $(x^2y^3)^3\times(-x^3)^2\div(-xy^2)^4$

[A09~A10] 다음 식을 전개하시오.

A09 $-y(5x^2+3x)+2x(y^2-y)$

A10 $(a^2+b)(a^2-2b-3)$

[A11~A18] 곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

A11 $(3x+1)^2$

A12 $(x+2)(x+5)$

A13 $(2x-5)(3x+2)$

A14 $(x+1)(x+3)(x+6)$

A15 $(x-1)^3$

A16 $(x+2)(x^2-2x+4)$

A17 $(a-2b+c)^2$

A18 $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$

❖ 정답 및 해설 6p

3 곱셈 공식의 변형[8] – 유형 06~10

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$[9]

(2) $\boldsymbol{a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)}$, $\boldsymbol{a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)}$

(3) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

(4) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca=\frac{1}{2}\{(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2\}$

(5) $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

참고 (1), (2)에 a 대신 x, b 대신 $\frac{1}{x}$을 대입하면 다음과 같다.

(1) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

(2) $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$, $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

증명 (4) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}\{2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca\}$

$=\frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\}$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

[8] 문자의 합 또는 차, 곱의 값이 주어질 때, 곱셈 공식의 변형을 이용하면 여러 가지 식의 값을 편리하게 구할 수 있다.

[9] $(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$에서 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

4 다항식의 나눗셈 – 유형 11~12

(1) **다항식의 나눗셈**[10]

각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

예) $(2x^2+3x+4)\div(x-1)$의 계산

$$\begin{array}{r l l}
 & 2x+5 & \Leftarrow \text{몫} \\
x-1 \,\big) & 2x^2+3x+4 & \\
 & 2x^2-2x & \Leftarrow (x-1)\times 2x \\ \hline
 & 5x+4 & \\
 & 5x-5 & \Leftarrow (x-1)\times 5 \\ \hline
 & 9 & \Leftarrow \text{나머지}
\end{array}$$

주의 다항식의 나눗셈을 할 때에는 차수에 맞춰서 계산한다.
이때, 해당하는 차수의 항이 없으면 그 자리를 비워둔다.

예) $(2x^2+4)\div(x-1)$의 계산

$$\begin{array}{r l}
 & 2x+2 \\
x-1 \,\big) & 2x^2 \qquad +4 \\
 & 2x^2-2x \\ \hline
 & 2x+4 \\
 & 2x-2 \\ \hline
 & 6
\end{array}$$

(2) **다항식의 나눗셈에 대한 등식**

다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나눌 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면

$\boldsymbol{A=BQ+R}$ (단, (R의 차수)<(B의 차수))

특히, $R=0$, 즉 $A=BQ$이면 A는 B로 나누어떨어진다고 한다.[11]

예) 다항식 $f(x)$를 x^2+2로 나눈 몫이 $x-1$, 나머지가 7이면

$f(x)=(x^2+2)(x-1)+7$

[10] 다항식의 나눗셈은 자연수의 나눗셈과 다르게 나머지가 음수일 수도 있다.

[11] 예) 다항식 $3x^3-2x^2+8x+3$을 $3x+1$로 나눈 몫이 x^2-x+3, 나머지가 0이면
$3x^3-2x^2+8x+3$
$=(3x+1)(x^2-x+3)$

3 곱셈 공식의 변형

A19 $a+b=3$, $ab=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) a^2+b^2 (2) a^3+b^3

A20 $a-b=1$, $ab=4$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) a^2+b^2 (2) a^3-b^3

A21 $x+y=2$, $xy=-1$일 때, $(x-y)^2$의 값을 구하시오.

A22 $x+\dfrac{1}{x}=3$일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값을 구하시오.

A23 $x-\dfrac{1}{x}=-9$일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값을 구하시오.

A24 $x-\dfrac{1}{x}=11$일 때, $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2$의 값을 구하시오.

A25 $x+\dfrac{1}{x}=-5$일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값을 구하시오.

A26 $x-\dfrac{1}{x}=5$일 때, $x^3-\dfrac{1}{x^3}$의 값을 구하시오.

A27 $a+b+c=1$, $ab+bc+ca=-14$, $abc=-24$일 때, $a^3+b^3+c^3$의 값을 구하시오.

4 다항식의 나눗셈

[A28~A29] 다음 나눗셈에서 몫과 나머지를 구하시오.

A28

$$x^2-x+1\overline{)\,2x^3-8x^2+7x-4}$$

A29

$$2x^2-6x\overline{)\,-4x^3\qquad+9x+12}$$

[A30~A31] 다음 식을 계산하시오.

A30 $(6x^3+15x^2-3x)\div 3x$

A31 $(4a^2b^3+8a^3b-10ab^2)\div 2ab$

[A32~A33] 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

A32 $(x^3+4x^2-5)\div(x-2)$

A33 $(2x^3-x^2-6x+1)\div(x+1)$

❖ 정답 및 해설 6p

내신+학평 유형 스토리

❀❀❀ : 기본 문제 ✿✿❀ : 중상급 문제
✿❀❀ : 중급 문제 ✿✿✿ : 상급 문제

1 다항식의 덧셈과 뺄셈

유형 01 다항식의 덧셈과 뺄셈

중요 기초

다항식의 덧셈과 곱셈에 대한 계산법칙

(1) 교환법칙 : $A+B=B+A$

$AB=BA$

(2) 결합법칙 : $A+(B+C)=(A+B)+C$

$(AB)C=A(BC)$

tip

다항식의 덧셈, 뺄셈의 순서

1 괄호가 있으면 괄호를 풀고 주어진 식을 간단히 한다.

2 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

3 동류항끼리 모아서 간단히 정리한다.

A34 ❀❀❀ 2025실시 9월 학평 1(고1)

두 다항식 $A=2x^2+xy+y^2$, $B=x^2+2xy-y^2$에 대하여 $A+B$를 간단히 하면? (2점)

① x^2-xy ② $x^2+3xy-y^2$ ③ $3x^2+3xy$
④ $3x^2-3xy+y^2$ ⑤ $3x^2+xy+2y^2$

A35 ❀❀❀ 2024실시 10월 학평 1(고1)

두 다항식

$A=2x^2+x+3$,
$B=x^2+x+2$

에 대하여 $A-B$는? (2점)

① x^2+1 ② x^2+5 ③ $3x^2+1$
④ x^2+2x+1 ⑤ x^2+2x+5

A36 ❀❀❀ 2025실시 3월 학평 1(고2)

두 다항식

$A=x^2+2xy-2y^2$, $B=x^2+3xy+2y^2$

에 대하여 $A+B$를 간단히 하면? (2점)

① $x^2+4xy+y^2$ ② x^2+5xy ③ $2x^2+5xy-y^2$
④ $2x^2+5xy$ ⑤ $2x^2+6xy$

A37 ❀❀❀ 2024실시 6월 학평 2(고1)

두 다항식 $A=3x^2-5x+1$, $B=2x^2+x+3$에 대하여 $A-B$를 간단히 하면? (2점)

① x^2-4x-2 ② x^2-4x+2 ③ x^2-4x+4
④ x^2-6x-2 ⑤ x^2-6x+2

A38 ❀❀❀ 필수 / 2016실시 9월 학평 2(고1)

두 다항식

$A=2x^2-4x-2$, $B=3x+3$

에 대하여 $X-A=B$를 만족시키는 다항식 X는? (2점)

① $2x^2-x+1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2+x-1$
④ $-2x^2-x+1$ ⑤ $-2x^2+x+1$

A39 ✿❀❀ 신유형

임의의 두 다항식 A, B에 대하여
$A*B=3A+B$로 정의할 때,
$(2x^2+3xy+y^2)*(-3x^2-6xy+y^2)$을 간단히 하면?
(3점)

① $-2x^2-12xy+y^2$ ② $-2x^2-12xy+3y^2$
③ $3x^2-3xy-4y^2$ ④ $3x^2+3xy+4y^2$
⑤ $9x^2-3xy+4y$

A83 ✽❀❀

$x=\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$, $y=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$일 때,
$x^6+x^2-y^6-y^2$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st 주어진 식을 $x+y$, xy 등이 나오는 식으로 정리해보자.

2nd $x+y$, $x-y$, xy, x^2+y^2의 값을 계산하자.

3rd 앞에서 구한 값들을 대입하여 주어진 식의 값을 구하자.

A84 ✽❀❀

실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=3\sqrt{3}$일 때, abc의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st $ab+bc+ca$의 값을 구하자.

2nd $a^3+b^3+c^3$과 abc가 있는 곱셈 공식을 떠올리자.

3rd abc의 값을 구하자.

A85 ✽❀❀

세 다항식

$$A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2),\ B=x^3-5x+1,$$
$$C=2x^3-5x+27y^3-5$$

에 대하여 $2(A+B)-3(C+B)$를 간단히 나타내는 과정을 서술하시오. (10점)

A86 ✽❀❀

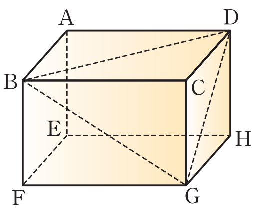
$\triangle$ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여

$$(a+b-c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a+b-c)$$

가 성립할 때, $\triangle$ABC는 어떤 삼각형인지 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A87 ✽❀❀

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 46이고, $\triangle$BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 108일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

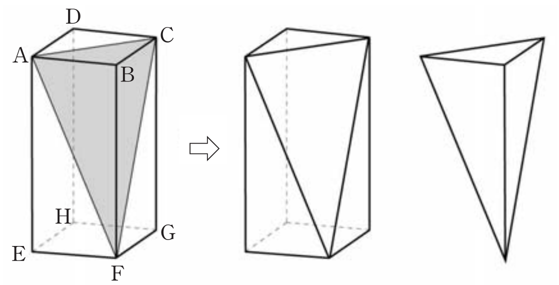


❖ 정답 및 해설 18~21p

1등급 고난도 스토리

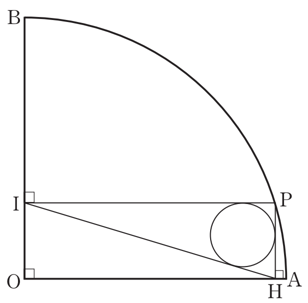
A88 ✪ 2등급 대비 .... 2023실시 11월 학평 28(고1)

그림과 같이 직육면체 ABCD$-$EFGH에서 단면 AFC가 생기도록 사면체 F$-$ABC를 잘라내었다. 입체도형 ACD$-$EFGH의 모든 모서리의 길이의 합을 l_1, 겉넓이를 S_1이라 하고, 사면체 F$-$ABC의 모든 모서리의 길이의 합을 l_2, 겉넓이를 S_2라 하자. $l_1-l_2=28$, $S_1-S_2=61$일 때, $\overline{AC}^2+\overline{CF}^2+\overline{FA}^2$의 값을 구하시오. (4점)



A89 ✪ 2등급 대비 .... 2020실시 11월 학평 19(고1)

그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 두 선분 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. 삼각형 PIH에 내접하는 원의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$일때, $\overline{PH}^3+\overline{PI}^3$의 값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) (4점)

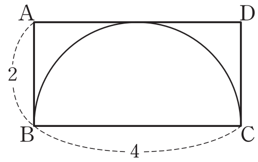


① 56 ② $\frac{115}{2}$ ③ 59 ④ $\frac{121}{2}$ ⑤ 62

A90 ✪ 1등급 대비 .... 2013실시 6월 학평 16(고1)

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$인 직사각형과 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 BC 위의 한 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 선분 AD에 내린 수선의 발을 R라고 할 때, 직사각형 AQPR의 둘레의 길이는 10이다. 직사각형 AQPR의 넓이는?

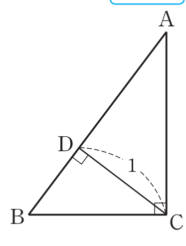
(단, 점 P는 직사각형 ABCD의 내부에 있다.) (4점)



① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

A91 ✪ 1등급 대비 .... 2015실시 6월 학평 21(고1)

$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 점 D는 꼭짓점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발이고 $\overline{CD}=1$이다. 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 5일 때, 선분 AB의 길이는? (4점)



① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{23}{12}$ ③ $\frac{25}{12}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{29}{12}$

❖ 정답 및 해설 21~23p

차 례

A 34 정답 ③ ······ 다항식의 연산

(**정답 공식**: 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 동류항끼리 모아서 정리한 후 계산한다.)

두 다항식 $A=2x^2+xy+y^2$, $B=x^2+2xy-y^2$에 대하여 $A+B$를 간단히 하면?

단서 다항식의 덧셈은 동류항끼리 계산하자.

① x^2-xy ② $x^2+3xy-y^2$ ③ $3x^2+3xy$
④ $3x^2-3xy+y^2$ ⑤ $3x^2+xy+2y^2$

1st 동류항끼리 계산하여 $A+B$를 간단히 해.

$A+B=(2x^2+xy+y^2)+(x^2+2xy-y^2)$
$=\underline{(2x^2+x^2)+(xy+2xy)+(y^2-y^2)=3x^2+3xy}$
다항식의 덧셈과 뺄셈은 동류항끼리만 가능해.

A 35 정답 ① ······ 다항식의 연산

(**정답 공식**: 두 다항식 A, B를 대입하여 동류항끼리 모아서 계산한다.)

두 다항식
$A=2x^2+x+3$, $B=x^2+x+2$
에 대하여 $A-B$는?

단서 주어진 두 다항식을 $A-B$에 대입하여 동류항끼리 모아서 계산해.

① x^2+1 ② x^2+5 ③ $3x^2+1$
④ x^2+2x+1 ⑤ x^2+2x+5

1st 두 다항식 A, B를 $A-B$에 대입하여 동류항끼리 모아서 계산해.
동류항은 문자와 차수가 같은 항이야.

두 다항식 $A=2x^2+x+3$, $B=x^2+x+2$에서
$A-B=(2x^2+x+3)-(x^2+x+2)$
$=(2x^2-x^2)+(x-x)+(3-2)$
$=x^2+1$
분배법칙을 이용하여 $-(x^2+x+2)=-x^2-x-2$ 와 같이 계산해.

A 36 정답 ④ ······ 다항식의 연산

(**정답 공식**: 동류항끼리 모아서 정리한 후 계산한다.)

두 다항식
$A=x^2+2xy-2y^2$, $B=x^2+3xy+2y^2$
에 대하여 $A+B$를 간단히 하면?

단서 다항식의 덧셈은 동류항끼리 계산하자.

① $x^2+4xy+y^2$ ② x^2+5xy ③ $2x^2+5xy-y^2$
④ $2x^2+5xy$ ⑤ $2x^2+6xy$

1st $A+B$를 구해.

$A+B=(x^2+2xy-2y^2)+(x^2+3xy+2y^2)$
$=\underline{(x^2+x^2)+(2xy+3xy)+(-2y^2+2y^2)}$
다항식의 덧셈과 뺄셈은 동류항끼리만 가능해.
$=2x^2+5xy$

A 37 정답 ④ ······ 다항식의 덧셈과 뺄셈

(**정답 공식**: 동류항끼리 모아서 동류항의 계수의 뺄셈으로 계산한다.)

두 다항식 $A=3x^2-5x+1$, $B=2x^2+x+3$에 대하여 $A-B$를 간단히 하면?

단서 다항식의 뺄셈을 하려면 동류항끼리 모아야겠지?

① x^2-4x-2 ② x^2-4x+2 ③ x^2-4x+4
④ x^2-6x-2 ⑤ x^2-6x+2

1st 다항식의 뺄셈을 계산해.

$A-B=(3x^2-5x+1)-(2x^2+x+3)$
$=3x^2-5x+1-2x^2-x-3$
$=\underline{(3-2)x^2-(5+1)x+(1-3)}$
$=x^2-6x-2$
동류항끼리 묶어서 계산할 때 '−'부호가 있으니까 부호 실수를 하지 않도록 주의해.

A 38 정답 ① ······ 다항식의 덧셈과 뺄셈

(**정답 공식**: $X=A+B$이므로 A, B를 대입해 동류항끼리 모아 정리한다.)

두 다항식 $A=2x^2-4x-2$, $B=3x+3$에 대하여 $X-A=B$를 만족시키는 다항식 X는?

단서 $X-A=B$에서 $X=A+B$이므로 두 다항식 A, B의 합을 x에 대한 내림차순으로 구하면 되겠지!

① $2x^2-x+1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2+x-1$
④ $-2x^2-x+1$ ⑤ $-2x^2+x+1$

1st $X=A+B$이므로 A와 B의 식을 대입해서 정리할 수 있지?

$X-A=B$에서 $X=A+B$이므로
$X=A+B$
$=\underline{(2x^2-4x-2)+(3x+3)}$
$2x^2+(-4+3)x+(-2+3)$
$=2x^2-x+1$

A 39 정답 ④ ······ 다항식의 덧셈과 뺄셈

(**정답 공식**: 주어진 기호의 정의에 따라 식을 세우고, 동류항끼리 모아 정리한다.)

임의의 두 다항식 A, B에 대하여 $A*B=3A+B$로 정의할 때, $(2x^2+3xy+y^2)*(-3x^2-6xy+y^2)$을 간단히 하면?

① $-2x^2-12xy+y^2$ ② $-2x^2-12xy+3y^2$
③ $3x^2-3xy-4y^2$ ④ $3x^2+3xy+4y^2$
⑤ $9x^2-3xy+4y^2$

단서 $A*B$는 A에 3배하고 B를 더하는 것으로 약속한 거야.

1st 연산의 정의대로 계산해보자.

$(2x^2+3xy+y^2)*(-3x^2-6xy+y^2)$
$=3(2x^2+3xy+y^2)+(-3x^2-6xy+y^2)$
여기서 $2x^2+3xy+y^2=A$, $-3x^2-6xy+y^2=B$로 놓고 생각해보자.
$=6x^2+9xy+3y^2-3x^2-6xy+y^2=3x^2+3xy+4y^2$

3rd 앞에서 구한 값들을 대입하여 주어진 식의 값을 구하자.

따라서 ㉠에 이 값들을 대입하면 구하는 식의 값은

$(-1)\times\sqrt{3}\times\left(2^2-\frac{1}{4}+1\right)=-\frac{19\sqrt{3}}{4}$ ··· Ⅲ

[채점 기준표]

Ⅰ 주어진 식을 정리한다.	30%
Ⅱ $x+y$, xy 등의 식의 값을 구한다.	40%
Ⅲ Ⅰ의 식에 Ⅱ를 대입하여 주어진 식의 값을 구한다.	30%

A 84 정답 $-\sqrt{3}$ ······ 곱셈 공식의 변형

(정답 공식: $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$이므로 $a+b+c$와 $a^2+b^2+c^2$에서 $ab+bc+ca$의 값을 구해서, abc의 값을 구한다.)

단서 $a^3+b^3+c^3-3abc$의 인수분해 공식을 기억하자.

실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=3\sqrt{3}$일 때, abc의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

1st $ab+bc+ca$의 값을 구하자.

$a+b+c=\sqrt{3}$의 양변을 제곱하면 $a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=3$

$a^2+b^2+c^2=5$이므로

$5+2(ab+bc+ca)=3$ $\quad\therefore ab+bc+ca=-1$ ··· Ⅰ

2nd $a^3+b^3+c^3$과 abc가 있는 곱셈 공식을 떠올리자.

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$에서

$a^3+b^3+c^3=3\sqrt{3}$이므로

→ $a+b+c$, $a^2+b^2+c^2$, $a^3+b^3+c^3$의 값이 주어졌으니까 이 등식을 이용하면 abc의 값을 구하기 쉬워.

3rd abc의 값을 구하자.

$3\sqrt{3}-3abc=\sqrt{3}\cdot\{5-(-1)\}$

$3abc=-3\sqrt{3}$ $\quad\therefore abc=-\sqrt{3}$ ··· Ⅱ

[채점 기준표]

Ⅰ $ab+bc+ca$의 값을 구한다.	40%
Ⅱ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$를 이용하여 abc의 값을 구한다.	60%

A 85 정답 $-5x^3-27y^3+20x+14$ ····· 다항식의 덧셈과 뺄셈

(정답 공식: A를 곱셈 공식을 이용해 전개한 후, A, B, C를 대입해 정리한다.)

단서 1 무조건 전개하지 말고 곱셈 공식을 적용할 수 있는지 체크하자.

세 다항식 $A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$, $B=x^3-5x+1$, $C=2x^3-5x+27y^3-5$에 대하여 $2(A+B)-3(C+B)$를 간단히 나타내는 과정을 서술하시오.

단서 2 식부터 간단히 정리하고 A, B, C를 대입하여 정리하자.

1st $2(A+B)-3(C+B)$를 전개하여 간단히 나타내자.

$A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)=x^3+27y^3$ ··· Ⅰ

$(x+3y)\{x^2-x\cdot3y+(3y)^2\}=x^3+(3y)^3$임을 이용한 거야.

$2(A+B)-3(C+B)$

$=2A+2B-3C-3B$

$=2A-B-3C$ ··· Ⅱ

실수 주어진 식을 먼저 간단히 정리하면 계산 과정에서 실수를 줄일 수 있어.

2nd 앞에서 구한 식에 A, B, C의 식을 대입하자.

$=2(x^3+27y^3)-(x^3-5x+1)-3(2x^3-5x+27y^3-5)$

$=2x^3+54y^3-x^3+5x-1-6x^3+15x-81y^3+15$

3rd 내림차순으로 정리해보자.

$=-5x^3-27y^3+20x+14$ ··· Ⅲ

[채점 기준표]

Ⅰ A를 곱셈 공식을 이용하여 정리한다.	20%
Ⅱ $2(A+B)-3(C+B)$를 정리한다.	30%
Ⅲ Ⅱ의 식에 A, B, C를 대입하여 정리한다.	50%

A 86 정답 ∠B=90°인 직각삼각형 ············ 곱셈 공식의 활용

(정답 공식: $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$을 이용해 양변의 식을 정리한다.)

단서 적절히 묶어서 곱셈 공식을 적용할 수 있는지 체크하고 전개하자.

△ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a+b-c)$가 성립할 때, △ABC는 어떤 삼각형인지 구하는 과정을 서술하시오.

1st 주어진 식의 양변에서 각각 공통부분이 생기도록 묶자.

$(a+b-c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a+b-c)$에서

$\{(a-c)+b\}\{(a-c)-b\}=\{b+(a+c)\}\{b-(a+c)\}$ ··· Ⅰ

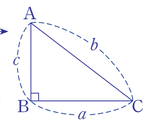
→ $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

2nd 주어진 식의 양변을 각각 전개하고 정리하자.

$(a-c)^2-b^2=b^2-(a+c)^2$

$a^2-2ac+c^2-b^2=b^2-a^2-2ac-c^2$

$\therefore b^2=a^2+c^2$ ··· Ⅱ



3rd a, b, c의 관계식으로부터 삼각형의 모양을 판단하자.

따라서 △ABC는 b를 빗변으로 하는 직각삼각형이므로 ∠B=90°인 직각삼각형이다. ··· Ⅲ

[채점 기준표]

Ⅰ 주어진 식을 공통 부분이 생기도록 묶는다.	30%
Ⅱ Ⅰ의 식을 전개한다.	40%
Ⅲ △ABC가 ∠B=90°인 직각삼각형임을 설명한다.	30%

자주 쓰이는 곱셈 공식 개념 • 공식

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

③ $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$

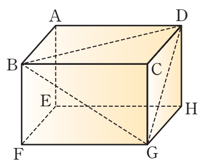
$(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$

④ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

A 87 정답 40 ·································· 곱셈 공식의 활용

(정답 공식: 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$이고, △BGD의 각 변의 길이의 제곱은 a^2+b^2, b^2+c^2, c^2+a^2이다.)

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 46이고, △BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 108일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하는 과정을 서술하시오.



단서 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 문자로 나타내보자.

2nd 직각삼각형 PMH에서 피타고라스 정리를 이용하자.

직각삼각형 PMH에서 피타고라스 정리에 의해

$\underline{(2-y)^2+(x-2)^2=4}$ $\overline{PH}^2+\overline{MH}^2=\overline{PM}^2$

$x^2+y^2-4(x+y)+4=0$

$\underline{(x+y)^2-2xy}-4(x+y)+4=0$ ⋯ ㉡

곱셈 공식의 변형 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$를 이용한 거야.

㉠을 ㉡에 대입하면

$25-2xy-20+4=0$, $2xy=9$

한편, 직사각형 AQPR의 넓이는 xy이므로

$xy=\frac{9}{2}$

1등급 대비 특강

＊ 원의 성질을 이용하여 직각삼각형 만들기

문제에서 원이 나오면 원의 중심과 원 위의 점을 연결한 선분은 원의 반지름이 됨을 활용할 수 있어. 이를 활용하여 이 문제에서는 점 P와 원의 중심 M을 연결한 후, 점 P에서 선분 BC에 수선의 발을 내려 직각삼각형을 만든 뒤 피타고라스 정리를 이용했어.

My Top Secret 서울대 선배의 1등급 대비 전략

1, 2등급을 가르는 대비 문제들을 풀다보면 원과 관련된 유형이 자주 출제되는 걸 알 수 있을 거야.
이때, 문제에 원이 나오면 제일 먼저 해야 할 것은 "원의 중심과 반지름의 길이를 찾는 것!" 이라고 말해주고 싶어.
원에 대해 활용되는 성질은 대단히 많아. 원의 중심과 현 사이의 관계, 원과 접선, 원주각과 중심각의 크기, 삼각형의 내접원과 외접원 등등⋯
이렇게 중요한 성질들의 기본 핵심은 원의 중심과 반지름에서 나온다는 것을 기억하도록 해!

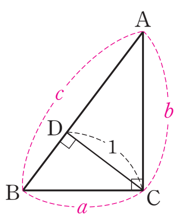
A 91 정답 ③ ⋯⋯⋯⋯ 1등급 대비 [정답률 20%]

＊ 곱셈 공식을 활용하여 변의 길이 구하기 [유형 10]

$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 점 D는 꼭짓점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발이고 $\overline{CD}=1$이다. 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 5일 때, 선분 AB의 길이는?

단서2 $a+b+c=5$야.

단서1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b$
$=\frac{1}{2}\cdot c\cdot 1$



① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{23}{12}$ ③ $\frac{25}{12}$
④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{29}{12}$

왜 1등급? 삼각형의 변의 길이를 문자로 나타내고 곱셈 공식의 변형을 이용하여 삼각형의 넓이를 구하는 방법을 이용하는 것이 중요하다.

단서+발상

단서1 $\angle A$의 대변인 선분 BC의 길이를 a, $\angle B$의 대변인 선분 AC의 길이를 b, $\angle C$의 대변인 선분 AB의 길이를 c라 하자.
삼각형 ABC는 직각삼각형이므로 넓이를 $\frac{1}{2}\times a\times b$로 나타낼 수 있다.
한편, $\overline{AB}\perp\overline{CD}$이므로 삼각형 ABC를 밑변이 $\overline{AB}$, 높이가 $\overline{CD}$인 삼각형으로 볼 수 있고 넓이를 $\frac{1}{2}\times c\times 1$로 나타낼 수 있다. (개념)

단서2 삼각형 ABC의 둘레의 길이는 세 변의 길이의 합이므로 $a+b+c=5$이다.
또한 삼각형 ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리를 적용하여 $a^2+b^2=c^2$이다. (발상)

주의 직각삼각형에서는 피타고라스의 정리를 떠올릴 수 있어야 한다.

핵심 정답 공식: 삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c라 놓고, $\triangle ABC$가 직각삼각형인 조건, $\triangle ABC$의 둘레의 길이 조건, $\overline{AB}\times\overline{CD}=\overline{AC}\times\overline{BC}$인 조건을 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

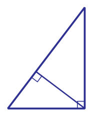
[문제 풀이 순서]

1st 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$ 또는 $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CD}$로 구할 수 있어.

그림과 같이 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$라 하면

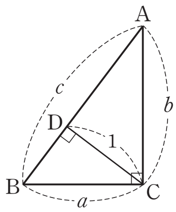
삼각형 ABC의 넓이 $\underline{\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}c}$에서

$ab=c$ ⋯ ㉠



위와 같은 삼각형이 출제되었을 때는 일단 넓이를 구하는 2가지 방법을 이용해 보자.

실수 활용 문제에서는 조건들을 이용하여 구해야 할 것을 미지수로 놓고 식을 세울 수 있어야 해. 이때, 미지수가 의미하는 대상에 따라 범위에 제한이 있을 수 있으니 유의하자.



2nd 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 5임을 이용해.

삼각형 ABC의 세 변의 길이의 합이 5이므로

$a+b+c=5$

$\therefore a+b=5-c$ ⋯ ㉡

3rd 끝으로 피타고라스 정리 적용!

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$c^2=a^2+b^2$

$c^2=(a+b)^2-2ab$

㉠, ㉡을 대입하면

$c^2=(5-c)^2-2c$

$c^2=25-10c+c^2-2c$

$12c=25$ $\therefore c=\frac{25}{12}$

1등급 대비 특강

＊ 닮음을 이용한 변 사이의 관계

일반적인 경우에는 닮음을 통해 변 사이의 관계를 구할 수 있어.
이 문제 같은 경우 $\angle ACB=\angle CDB$이고 $\angle B$는 공통인 삼각형 ABC와 삼각형 CBD가 닮음이야.
따라서 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{AC}:\overline{CD}$이므로 $ab=c$를 구할 수 있어.