

문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면 수학이 쉬워집니다!

개념을 익히고 그 개념들을 단계별로
연결하여 파악하는 것이 수학 공부의 기본입니다.
만약 개념 이해 과정을 소홀히 하고, 문제만 반복하여 푼다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
오랜 시간 공부해도 성적을 올릴 수 없습니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를 정밀하게 분석해
개념의 연계성에 따라 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 명쾌하게 파악되어서 문제 풀이가 쉬워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 단계별 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있습니다.

이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1 등급에 도달해 있을 것입니다.

- 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 -





학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [35일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헛갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~60		월 일	월 일
2	61~118		월 일	월 일
3	119~146		월 일	월 일
4	147~183		월 일	월 일
5	184~212		월 일	월 일
6	B 01~50		월 일	월 일
7	51~91		월 일	월 일
8	92~121		월 일	월 일
9	122~144		월 일	월 일
10	C 01~57		월 일	월 일
11	58~96		월 일	월 일
12	97~144		월 일	월 일
13	145~179		월 일	월 일
14	D 01~48		월 일	월 일
15	49~90		월 일	월 일
16	91~138		월 일	월 일
17	139~159		월 일	월 일
18	160~177		월 일	월 일
19	E 01~61		월 일	월 일
20	62~102		월 일	월 일
21	103~132		월 일	월 일
22	133~166		월 일	월 일
23	F 01~53		월 일	월 일
24	54~98		월 일	월 일
25	99~139		월 일	월 일
26	140~182		월 일	월 일
27	183~221		월 일	월 일
28	222~253		월 일	월 일
29	G 01~55		월 일	월 일
30	56~93		월 일	월 일
31	94~133		월 일	월 일
32	134~162		월 일	월 일
33	모의 1회		월 일	월 일
34	모의 2회		월 일	월 일
35	모의 3회		월 일	월 일



• 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학년이 된다.

• 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)



자이스토리 고3 수학 II 활용법+α

① 개념·공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- 최신 출제 경향을 파악하고 앞으로의 수능을 예측하세요.



② 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 촘촘히 분류된 모든 유형을 확인하고 유형별 풀이 비법을 확인하세요.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

③ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.



④ 1등급을 좌우하는 고난도 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 1등급 대비 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요.
- 1등급 문제의 핵심이 되는 (단서)로 조건을 파악하고 조건을 이용하여 접근하는 방법을 (발상)해서 문제 풀이에 (적용)하는 방법을 익히세요.

⑤ 쉽게 이해되는 입체 침삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [침삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 침삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 톡톡 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념·공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.



⑥ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.



단원별 핵심 문제 + 최신·중요 문제

동영상 강의 QR코드



- ① 개념 강의로 핵심 개념을 이해하고 개념이 문제에 적용되는 것을 확인해 보세요!
- ② 동영상 문제 풀이로 해설을 좀 더 빠르게 이해할 수 있어요!
- ③ 해설의 풀이를 읽어보고 동영상 강의를 시청하면 더 쉽게 이해될 거예요!
- ④ 풀기 어려운 고난도 문제는 동영상 강의를 여러 번 반복 시청해 보세요!



차 례 [총 133개 유형 분류]



I 함수의 극한과 연속

A 함수의 극한 - 20개 유형 분류

핵심 개념 정리	12
기본 기출 문제	13
수능 유형별 기출 문제	14
1등급 마스터 문제	52
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	56

B 함수의 연속 - 13개 유형 분류

핵심 개념 정리	58
기본 기출 문제	59
수능 유형별 기출 문제	60
1등급 마스터 문제	85
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	90

II 미분

C 미분계수와 도함수 - 17개 유형 분류

핵심 개념 정리	94
기본 기출 문제	95
수능 유형별 기출 문제	96
1등급 마스터 문제	121
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	126

D 도함수의 활용 (1) - 24개 유형 분류

핵심 개념 정리	128
기본 기출 문제	129
수능 유형별 기출 문제	130
1등급 마스터 문제	159
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	163
동아리 소개/고려대 Korea Tigers	166

E 도함수의 활용 (2) - 18개 유형 분류

핵심 개념 정리	168
기본 기출 문제	169
수능 유형별 기출 문제	170
1등급 마스터 문제	195
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	204



III 적분

F 부정적분과 정적분 - 26개 유형 분류

핵심 개념 정리	208
기본 기출 문제	209
수능 유형별 기출 문제	210
1등급 마스터 문제	245
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	255

G 정적분의 활용 - 15개 유형 분류

핵심 개념 정리	262
기본 기출 문제	263
수능 유형별 기출 문제	264
1등급 마스터 문제	295
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	299



수학 II 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ①]	304
2회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ②]	306
3회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ③]	308
동아리 소개/이화여대 홍작	310

빠른 정답 찾기 311

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

셀프수학





개념 총정리 + 촌촌한 유형 분류 기출 문제 = 수능

1등급

1 핵심 개념 정리 - 쉽게 이해되는 개념과 공식

가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** 🌟🌟🌟🌟 : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- **+개념 보충**, **한걸음 더**, **왜 그럴까?** : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- **출제** : 2026학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시

함수의 극한

동영상 강의
개념+중요 문제
QR 코드

1 좌극한과 우극한 - 유형 01-04

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ (a는 실수)이면 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 a 로 같다.
또, 그 역도 성립하므로
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$

2 함수의 극한에 대한 성질 - 유형 05-16

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (a, β 는 실수)일 때,
(1) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = a + \beta$
(2) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = a \cdot \beta$
(3) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) / g(x)) = a / \beta$ ($\beta \neq 0$)

극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지 않는 경우는

(1) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 가 존재하지 않거나
(2) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 가 존재하지만 같지 않거나
(3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지만 a 와 다르거나

한걸음 더

● 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은

(1) (분모의 차수) < (분자의 차수)이면 ∞ 또는 $-\infty$

2 기본 기출 문제 - 쉬운 기출 문제로 개념 점검

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 기본 개념과 공식을 확인하는 기출 문제를 수록하였습니다. 이는 개념 이해를 강화하고 응용 문제를 풀 수 있는 초석을 쌓는 과정입니다.

1+2 좌극한과 우극한

A01 ☆☆☆ 2013(대) 9월 모평 5(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

3 미정계수의 결정

A05 ☆☆☆ 2010(대) 7

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - b}{x^2 - 1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값 $a+b$ 의 값은? (2점)

① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

3 경찰대·삼사 기출 문제 - 최신 중요 기출 문제 수록

경찰대 기출과 삼사 기출 문제 중 수능 출제 기준에 맞는 중요 문항을 엄선하여 수록하였습니다.

경찰대, 삼사 중요 기출 문제

[어려운 3점 + 4점 + 5점]

A207 ☆☆☆ 2023(대) 삼사 12(고3)

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ ax + b & (x > 2) \end{cases}$ 에 대하여 $f(a) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 의 개수가 4이고, 이 때 a, b 의 합의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) (4점)

[1등급 대비+2등급 대비]

A209 ☆☆☆ 2017(대) 경찰대 16:

좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 이 만나 점을 A, B라 하자. 점 $P(0, t) (t \neq -\frac{1}{2})$ 에 대하여 $\angle APB$ 의 최대값을 구하시오.

4 유형별 기출 문제 - 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단위이나 유형은 고평격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- **tip** : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

수능 유형별 기출 문제

[2점, 3점, 쉬운 4점]

1 좌극한과 우극한

유형 01 함수의 좌극한과 우극한 2026(대) 9월

(1) 좌극한 : x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 a 에 가까워지면 a 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 좌극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ 또는 $x \rightarrow a^-$ 일 때 $f(x) \rightarrow a$

(2) 우극한 : x 의 값이 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 a 에 가까워지면 a 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = a$ 또는 $x \rightarrow a^+$ 일 때 $f(x) \rightarrow a$

A10 ☆☆☆ 2025(대) 3월 학평 4(고3)

단위원 $C: x^2 + y^2 = 1$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

- **유형 분류** : **출제** - 2026 수능, 평가원에서 출제된 유형
- (고난도) - 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형

- **난이도** : ☆☆☆ - 기본 문제 ☆☆☆ - 중급 문제
- ☆☆☆ - 중상급 문제 ☆☆☆ - 상급 문제
- **Pass** : 간단한 계산 문제로 패스해도 좋은 문제

- **출처표시** : 수능, 평가원 - 대비연도, 학력평가 - 실시연도
- **2026대비 수능 1(고3)** : 2025년 11월에 실시한 수능
- **2026대비 6월 모평 2(고3)** : 2025년 6월에 실시한 평가원
- **2025(대) 4월 학평 3(고3)** : 2025년 4월에 실시한 학력평가
- **2026대비 9월 모평 2(고3)** : 2025년 9월에 실시한 평가원
- **표시 없는 문제** : 기출 변형 문제

5 수학 II 실전 기출 모의고사

기출 문제로 구성한 3회의 실전 모의고사입니다. 수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.

1 회 수학 II 실전 기출 모의고사

2027학년도 수능 대비 1

5지선다형

101 ☆☆☆ 2011(대) 7월 학평 2(고2)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{x^2-4}$ 의 값은? (2점)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

104 ☆☆☆ 2016(대) 11월

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13



6 1등급 마스터 문제 - 1등급 대비, 2등급 대비, 4점 문제 수록

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 키워서 반드시 수학 1등급에 도달할 수 있습니다.

*** - 상급 문제

★ 2등급 대비 - 정답률이 21~30%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제

★ 1등급 대비 - 정답률이 20% 이하인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

A195 ***

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $x + f(x) = g(x) \{x - f(x)\}$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 4$

이때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

A201 ☆ 2등급 대비 ... 2011대배가 6월 모형 24C

x 가 양수일 때, x 보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하고, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 2f(x)) \\ \frac{1}{f(x)} & (x \leq 2f(x)) \end{cases}$$

라고 하자. 예를 들어, $f(\frac{7}{2}) = 2$ 이고 $\frac{7}{2} < 2f(\frac{7}{2})$.

7 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설

A115 정답 ⑤ [정답률 22%]

★ 자연수가 되도록 하는 자연수의 순서쌍의 개수 구하기 [유형 01-02-07]

⑤ 1등급? 거듭제곱근의 성질을 이용하여 두 거듭제곱근의 곱 $f(p) \times f(q)$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 p, q 의 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하는 문제로 $f(m)$ 이 어떻게 정의되어 있는지 살펴봐야 하는데, m 이 홀수일 때와 짝수일 때 $f(m)$ 의 식이 다르므로, p, q 가 홀수인 경우와 짝수인 경우를 나누어 따져보아야 한다.

단서+발상

① 자연수 1, 2, 3, ..., n 에 대하여, n 이 홀수이면 홀수에 맞는 정약에 따라 대입하고 짝수이면 짝수에 맞는 정약에 따라 대입한다. ② $f(2) = \sqrt{4 \times 3}, f(3) = \sqrt{9 \times 2}, f(4) = \sqrt{4 \times 3}, \dots$ 이런 식으로 값을 구할 수 있고 이 가운데서 문제를 푸는 실마리를 잡을 수 있다. ③ p, q 가 홀수, 짝수인 경우를 각각 나누어 $f(p) \times f(q)$ 의 식을 구한다. ④ $f(2) = \sqrt{4 \times 3}$ 가 짝수이면 2 로 인의 수가 2 가 되므로 $f(2) \times f(2)$ 가 짝수인 경우를 따져보는 것이 중요하다. ⑤ $f(2) = \sqrt{4 \times 3}$ 가 짝수이면 2 로 인의 수가 2 가 되므로 $f(2) \times f(2)$ 가 짝수인 경우를 따져보는 것이 중요하다. ⑥ $f(2) = \sqrt{4 \times 3}$ 가 짝수이면 2 로 인의 수가 2 가 되므로 $f(2) \times f(2)$ 가 짝수인 경우를 따져보는 것이 중요하다.

My Top Secret

세월대 선배의 1등급 대비 2등급 대비

세월대 선배의 1등급 대비 2등급 대비

세월대 선배의 1등급 대비 2등급 대비

문제 분석

어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급, 왜 2등급

1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상

단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.

개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.

유형 숨어 있는 가출 유형을 찾아 설명합니다.

발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.

적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.

해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

8 입체 침삭 해설!

정답 공식

출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이

문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

해설 적용 공식

해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

수능 해강

문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

다른 풀이

문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 해강

문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식

문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

생생체험

수능을 먼저 경험한 선배들의 경험 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

A 71 정답 124 * 거듭제곱근이 자연수, 유리수가 되는 조건 - [정답률 82%]

정답 공식: $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$, 소수 a , 자연수 m, n 에 대해 $a^{\frac{1}{m}}$ 이 자연수가 되기 위해서는 m 이 n 의 배수(n 이 m 의 약수)이어야 한다.

단서+발상

① 거듭제곱근을 이용하여 둘 다 3 꼴로 나타낼 수 있다. ② 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\sqrt[n]{3}$ 과 $\sqrt[n]{3^m}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값을 구하시오. (4점) ③ 3 꼴의 자연수 n 이 2 이상인 자연수 m 에 대하여 $\sqrt[n]{3^m}$ 이 자연수가 되기 위해서는 m 이 n 의 배수(n 이 m 의 약수)이어야 한다.

해설 적용 공식

① 거듭제곱근의 성질을 이용하여 $f(n)$ 을 구해. 정사각형의 넓이가 $\sqrt{64}$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이 $f(n)$ 은 $f(n) = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$ 이다. ② 3이 자연수가 되도록 하는 n 의 값을 구해. 2 이상의 자연수 n 중에서 100의 약인 자연수 n 은 4, 20, 100이므로 동시에 4의 배수인 자연수 n 은 4, 20, 100이므로 구하는 모든 n 의 값의 합은 $4 + 20 + 100 = 124$ 이다.

수능 해강

* 이차방정식의 판별식의 부호가 양수임을 이용하기 (가)의 방법과 다르게 이차방정식 $f(t) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지며 하므로 이차방정식 $t^2 - 5t + k = 0$ 에서 (판별식) $\Delta = 25 - 4k > 0$ 임을 이용하여 범위를 구할 수도 있다. 고1 수학에서 배웠던 개념을 잘 정리해 두자.

수능 해강

자수법칙 $a > 0, b > 0$ 이고, x, y 가 실수일 때 ① $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ ② $a^x \div a^y = a^{x-y}$ ③ $(a^x)^y = a^{xy}$ ④ $(ab)^x = a^x \cdot b^x$

생생체험

본문서 | 2024 수능 응시·확성 해강과 함께 사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 해결하는 도형 문제는 최근 반드시 출제되는 유형이고 2024학년도 6월에서도 13번 자리에 난이도 있는 문제로 출제되었어. 이 문제의 조건에서는 특이하게 길이의 곱을 써서 처음에 어디에 쓰지 싶었는데 두 삼각형의 넓이의 비가 주어진 것을 보고 삼각형의 넓이를 이용해서 그 두 변의 개각의 크기를 구하는 문제라는 것을 파악했어. 그 다음은 사인법칙과 코사인법칙을 적절히 활용해서 답을 구했지.

B 75 정답 ② * 로그의 성질의 응용 [정답률 67%]

정답 공식: 밑과 진수가 모두 1보다 크므로 로그가 양수이다. 산술평균과 기하평균의 관계를 이용해 최솟값을 구한다.

$a > 1, b > 1$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 최솟값은? (4점)

① 1 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

② 로그의 성질과 합의 최솟값을 산술·기하 평균의 관계를 이용하여 구한다. 로그의 성질과 합의 최솟값을 산술·기하 평균의 관계를 이용하여 구한다.

단서+발상

① 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 최솟값을 구해. $a > 1, b > 1$ 에 의하여 $\log_a b > 0, \log_b a > 0$ ② $\log_a a \times \log_b b = 1$ ③ $\log_a b + \log_b a \geq 2\sqrt{\log_a b \times \log_b a} = 2\sqrt{1} = 2$ ④ $\log_a b + \log_b a \geq 2\sqrt{\log_a b \times \log_b a} = 2\sqrt{1} = 2$ ⑤ $\log_a b + \log_b a \geq 2\sqrt{\log_a b \times \log_b a} = 2\sqrt{1} = 2$

수능 해강

* 로그의 성질과 합의 최솟값을 산술·기하 평균의 관계를 이용하여 구한다. 로그의 성질과 합의 최솟값을 산술·기하 평균의 관계를 이용하여 구한다.

수능 해강

로그의 성질과 합의 최솟값을 산술·기하 평균의 관계를 이용하여 구한다. 로그의 성질과 합의 최솟값을 산술·기하 평균의 관계를 이용하여 구한다.



집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 내신 + 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록 수능, 모의평가, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로 수록하였습니다. 그리고 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서 명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환	대전 대성여자고등학교	배수나	서울 가인아카데미	위경아	서울 강남대성가족의대관	전준홍	서울 압구정 Yestudy
김대식	경기 하남고등학교	신건률	대치 오름학원	장광결	김포 김포외국어고등학교	조승원	수원 경기과학고등학교
김착한	서울 성북미래탐구	신명선	안양 신성고등학교	장경호	가평 청평중학교	지강현	안양 신성고등학교
민경도	서울 생각하는수학학원	신현준	안양 신성고등학교	장영환	제주 제로링수학교실	홍지연	부산대학교 수학 박사과정
박소희	안양 안양외국어고등학교	이종석	일등급 수학 저자	장철희	서울 보성고등학교	홍지우	안양 부흥고등학교
박숙녀	아산 충남삼성고등학교	이창희	서울 THE 다원수학	전경준	서울 풍문고등학교	수경	수학 콘텐츠 연구소

[다른 풀이 집필]

강성운	광주 더오름학원	사공 원	의정부 호연지기	이태경	서울 오산고등학교
김준호	대구 유신학원	서봉원	충남 SM수학교습소	정지민	청주 스텝업수학
김현지	해남 수능수학 전문컨설팅	어성웅	수원 어 쌤수학학원		

개념 & 문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널



셀프수학

[특별 감수진]

강태희	파주 한민고등학교	서민재	서울 관악GMS뉴스터디학원	이용환	원주 원주여자고등학교	최은미	서울 위플라이수학
박순지	고양 오르다입시종합학원	송은연	군포 오름수학	이준택	안산 신길고등학교	황미경	인천 MK수학전문학원

[감수진]

강다은	부산 코스타디	박문영	화성 (동탄)와이수학	이민규	인천 투스카이수학학원	조종희	춘천 유튜엠수학
강동호	광주 별수학학원	박수진	안산 매스탑수학학원	이보라	부산 지혜플러스학원	진하영	화성 위투스학원
구재희	오산 오성학원	박승민	오산 피버수학	이상철	부천 G1230 옥길	차강일	순천 참수학학원
구주영	안양 거북선중고등수학학원	박영선	세종 유얼수학	이세라	의정부 매쓰스탠다드학원	채송화	부산 채송화수학학원
권가영	서울 (목동)커스텀수학학원	박은아	울산 팍스학원	이승진	평택 (안중)호연수학	채희성	수원 이투스수학신명동학원
권두리	화성 (동탄)M&S학원	박정환	성남 (분당)수학의아침	이영주	제주 피드백수학학원	최영희	시흥 최강수학학원
김대환	인천 학산학원	박진한	화성 엽실론학원	이은경	전주 시그마수학전문학원	최선혜	고양 애플학원
김두비	성남 하이탑에듀	박진형	울산 송정P수학과학학원	이지호	양주 에이치투에스학원	최승호	전주 SMT아카데미학원
김리안	인천 수리안학원	방선윤	울산 엘리트해법수학	이찬희	오창 미로수학	최영식	시흥 편한수학학원
김상윤	의정부 골드클래스학원	배지후	세종 해밀학원	이창무	대구 531수학학원	추병준	성남 깊은수학학원
김상혁	광주 프리마수학학원	부종민	부산 부종민수학	이태권	대구 보담학원	한철호	울산 수토바임시학원
김선화	화성 수학파트너학원	설성희	김포 설쌤수학학원	이한빛	고양 (일산)한빛수학학원	홍의찬	고양 (일산)원수학
김소영	대구 에이블수학교습소	손태성	대구 하늘수학	이형림	성남 (분당)원리개우치수학		
김유삼	서울 현민수학학원	송미경	영천 이루지오학원	임병훈	수원 웅진프리임급곡학원		
김윤선	구리 국빈학원	신경미	서울 래미안수학전문교육원	임유진	대구 박진수학		
김윤진	오산 더쌤수학학원	신경미	서울 래미안수학전문교육원	장보영	인천 장보영수학연구소		
김정혁	서울 (대치)새문시대	신다혜	부천 알찬학원	장술민	성남 우주수학학원		
김춘식	서울 목동엠플러스수학학원	신정식	서울 (목동)미래탐구학원	장정우	광주 장정우수학교실		
김현익	서울 더(The)수학학원	심혜진	인천 (송도)매쓰윙플러스학원	장준영	세종 지혜수입시학원		
김혜성	서울 (노원)핏클래스학원	안영미	청주 라온수학	전준영	대구 옥수학학원		
김호연	광명 마이엠수학학원	안호진	서울 수준영재수학학원	정민수	광주 정경태수학아카데미		
나원선	광주 라플라스수학학원	양 일	인천 비코즈수학학원	정용훈	성남 (분당)일비총천수학학원		
문대승	광주 열성수학학원	어성웅	수원 어 쌤수학학원	정은아	용인 별들의숲수학학원		
문상경	대구 수이일체수학학원	엄시운	김포 유튜엠	정지민	청주 스텝업수학		
문소영	창원 문소영수학관리학원	오상혁	서울 미듬수학학원	정진영	인천 정선생수학연구소		
박경민	대구 학문당입시학원	윤정민	부산 명진학원	조승혁	안산 뉴턴학원		
박래정	광주 RJ수학	윤희용	부천 매트릭스학원	조원진	안양 평촌RTS,안산S&T		

[My Top Secret 집필]

곽지훈	서울대 수학교육과
김진형	서울대 약학과
문지원	서울대 의예과
석민준	서울대 첨단융합학과
장현준	서강대 수학과
정서린	서울대 약학과
정호재	서울대 경제학부
조선하	서울대 자유전공학부
황대운	서울대 수리과학부

수능 선배들의 **비법** 전수 - 수험장 생생 체험 소개



긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.

• 2025년

강다은 대구 계성고 졸 (서울대 의예과)
김연우 대구 정화여고 졸 (연세대 의예과)
김효원 제주 제일고 졸 (서울대 의예과)
박정빈 대구 남산고 졸 (서울대 아동가족학과)
배지오 성남 낙성고 졸 (연세대 약학과)
백승준 광주송일고 졸 (카이스트 새내기과정학부)
서정후 광주 송덕고 졸 (아주대 의학과)
성예현 대전전민고 졸 (건국대 의학과)
안한민 익산 남성고 졸
오현준 서울 한영고 졸 (경상대 약학과)
이정근 안양 평촌고 졸 (동국대 wise 의예과)
이지원 대구 성화여고 졸 (고려대 생명과학부)
임지호 부산 동아고 졸 (울산대 의예과)
장윤서 부산 사직여고 졸 (중앙대 간호학과)
정규원 부산 남성여고 졸
최승우 광주서석고 졸 (서울대 약학계열)
최아람 서울 광영고 졸 (서울대 국어교육과)
한규진 대구 계성고 졸 (연세대 치의예과)

• 2024년

곽지훈 서울 한영외고 졸 (서울대 자유전공학부)
권민재 서울 광영여고 졸 (강릉원주대 치의예과)
김동현 안성 안법고 졸 (연세대 실내건축학과)
김서현 대전한빛고 졸 (카이스트 새내기과정학부)
김신유 익산 남성고 졸 (순천향대 의예과)
김아린 대전한빛고 졸 (충남대 의예과)
김용희 화성 화성고 졸 (단국대 의예과)
김지희 광주 국제고 졸 (고려대 한국사학과)
김태현 부산 대연고 졸 (서울대 수리과학부)
류이레 광주대동고 졸 (연세대 의예과)
문지민 대구 정화여고 졸 (고려대 중어중문학과)
변준서 화성 화성고 졸 (건국대 수의예과)
심기현 대구 계성고 졸 (경북대 의예과)
오서윤 서울 광문고 졸 (충남대 의예과)
전성연 부산국제고 졸 (서울대 사회학과)
조수근 성남 태원고 졸 (순천향대 의예과)

👑 2026 응시



강기현
천안 천안고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



김서영
서울 잠실여고 졸업
- 생명과학 I



김서호
안양 신성고 졸업
- 고3 미적분



김연준
안성 안법고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



김윤
익산 이리남성여고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



김준성
부산 대연고 졸업
- 화학 II



김준영
서울 강서고 졸업
- 고3 확률과 통계



김준희
부산 동천고 졸업
- 세계지리



박수현
대구 대진고 졸업
- 수능 한국사



박예서
화성 안화고 졸업
- 고3 수학 I, 고3 수학 II



박준서
부산 대동고 졸업
- 지구과학 I



방진한
부산 해운대고 졸업
- 고3 기하



우다솔
서울 중앙고 졸업
- 물리학 I



원강희
대전동산고 졸업
- 화법과 작문 실전



이영서
대구 대진고 졸업
- 생명과학 II



이지민
광주대동고 졸업
- 동아시아사



이현수
부산 대동고 졸업
- 화학 I



임준호
광주 문성고 졸업
- 지구과학 II



임지안
광주 금호중앙여고 졸업
- 문학 실전



전상훈
서울 대원고 졸업
- 독서 실전



전시원
대전 한밭고 졸업
- 언어와 매체 실전



정윤서
부산 사직여고 졸업
- 생활과 윤리



정희주
익산 이리남성여고 졸업
- 윤리와 사상



최경준
광주서석고 졸업
- 한국지리



한기주
화성 삼피고 졸업
- 고3 수학 I, 고3 수학 II



홍서연
남양주 도농고 졸업
- 사회·문화



문항 배열 및 구성 [1326제]

① 개념 이해 체크를 위한 기본 기출 문제(52제)

핵심 개념 정리과 공식을 확인할 수 있는 기출 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

② 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항 수록(1094제)

- 최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.
- 2021~1994 수능, 평가원 및 학력평가 기출 문항 중 수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.
- 수능 출제 유형 및 최신 출제 경향을 파악할 수 있도록 2028학년도 예시 문항을 추가 수록하였습니다.

③ 경찰대, 삼사 중요 기출 문제 수록(69제)

경찰대, 삼사 기출 문항 중 중요 문항을 선별하여 수록하였습니다.

④ 수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제(111제)

수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[고3 수학 II 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4·5월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2026	11	11	11	11	11	11	11	77	* 2027학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2025	11	11	11	11	11	11	11	77	
2024	11	11	11	11	11	11	11	77	
2023	11	11	11	11	11	11	11	77	
2022	11	11	11	10	10	11	11	75	
2021	23	11	10	10	10	11	11	86	* 수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2020	0	3	7	9	8	10	8	45	
2019	0	3	9	8	9	9	9	47	
2018	0	4	8	9	9	9	8	47	
2017	0	3	6	7	8	7	9	40	
2016	1	5	7	8	8	9	8	46	
2015	2	3	9	5	5	6	6	36	
2014	2	4	10	6	8	6	5	41	
2013	3	3	10	12	9	9	8	54	
2012	1	3	9	8	5	6	8	40	
2011이전	0	6	52	20	29	14	39	160	
2028, 2022, 2014, 2005 대비 예비 평가								28	
수능 기출 변형 문제								119	
고1/고2 학력평가								85	
삼사 및 경찰대								69	
총 문항 수								1326	

2026학년도 6월, 9월 평가원+수능

수학 I + 수학 II 문항 배치표

문항 번호	6월		9월		수능	
	수록 교재	수록 번호	수록 교재	수록 번호	수록 교재	수록 번호
1	수 I	A27	수 I	A25	수 I	A23
2	수 II	C80	수 II	C81	수 II	C79
3	수 I	H17	수 I	H15	수 I	H33
4	수 II	B09	수 II	A09	수 II	B08
5	수 II	F66	수 II	C36	수 II	C35
6	수 I	E82	수 I	E128	수 I	B67
7	수 II	C48	수 II	D15	수 II	G40
8	수 I	E129	수 I	B54	수 I	E114
9	수 II	F108	수 II	F57	수 II	D134
10	수 I	D89	수 I	H13	수 I	C149
11	수 II	E90	수 II	G110	수 II	G109
12	수 I	I40	수 I	D36	수 I	G112
13	수 II	G30	수 II	A136	수 II	D57
14	수 I	F56	수 I	E86	수 I	F54
15	수 II	E142	수 II	F229	수 II	F205
16	수 I	D67	수 I	I07	수 I	I19
17	수 II	F15	수 II	F16	수 II	F14
18	수 I	H34	수 I	G27	수 I	F67
19	수 II	D112	수 II	D114	수 II	E57
20	수 I	G75	수 I	F52	수 I	H129
21	수 II	A204	수 II	E141	수 II	B131
22	수 I	D165	수 I	C164	수 I	C171

• 수 I : 2027 수능 대비 자이스토리 고3 수학 I

• 수 II : 2027 수능 대비 자이스토리 고3 수학 II



A

함수의 극한

★ 유형 차례

- ☆ 중요 유형 01 함수의 좌극한과 우극한
- 유형 02 함수의 극한값의 존재
- 유형 03 간단한 함수의 극한값
- 유형 04 $[x]$ 꼴을 포함한 함수의 극한
- ☆ 중요 유형 05 함수의 극한에 대한 성질
- ☆ 중요 유형 06 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 - 분수식
- 유형 07 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 - 무리식
- 유형 08 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한
- 유형 09 $\infty - \infty$ 꼴의 극한
- 유형 10 $\infty \times 0$ 꼴의 극한
- ☆ 중요 유형 11 인수분해를 이용한 미정계수의 결정
- ☆ 중요 유형 12 유리화를 이용한 미정계수의 결정
- ☆ 중요 유형 13 분수식의 극한값이 존재할 조건
- ☆ 중요 유형 14 새롭게 정의된 함수의 극한
- 유형 15 합성함수의 극한
- ☆ 중요 유형 16 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정
- 유형 17 함수의 극한의 대소 관계
- 유형 18 도형의 길이에 대한 극한
- 유형 19 도형의 넓이에 대한 극한
- 유형 20 좌표평면에서의 여러 가지 극한



★ 최신 3개년 수능 + 모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2028	예시	유형 16 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정	***
	수능	출제되지 않음	
2026	9월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한 유형 13 분수식의 극한값이 존재할 조건	***
	6월	유형 14 새롭게 정의된 함수의 극한	***
2025	수능	유형 16 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정	***
	9월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***
2024	6월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***
	수능	유형 14 새롭게 정의된 함수의 극한	***
2024	9월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***

★ 2026 수능 출제 경향 분석

- 올해 수능에서는 극한의 성질과 미분계수를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구하는 문제가 출제되었다.

★ 2027 수능 예측

1. 함수의 그래프가 주어지고 우극한과 좌극한을 찾아 계산하는 문제 또는 $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 등의 극한값을 구하는 쉬운 계산 문제가 출제 예상되므로 극한의 개념을 확실히 알고 있어야 한다.
2. 분수식의 극한값이 존재하는 조건에서의 분모와 분자의 미정계수를 결정하는 유형은 출제 가능성이 매우 높은 유형이다. 극한값이 존재하고 분모(또는 분자)가 0으로 다가갈 때, 분자(또는 분모)의 극한값이 어떻게 되는지 꼭 기억하자.
3. 좌표평면 위의 그래프에서 도형의 길이나 넓이 등에 대한 극한값을 구하는 문제에 대비하기 위해 함수의 그래프와 도형의 성질을 유기적으로 연결하여 해결하는 연습을 충분히 하자.



A

함수의 극한

개념 강의



중요도 ★★○

1 좌극한과 우극한 — 유형 01~04

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ (a 는 실수)이면 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 a 로 같다.

또, 그 역도 성립하므로

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = a$$

출제 2026 9월 모평 4번

★ 주어진 불연속인 그래프를 보고 함수의 좌, 우극한을 찾는 쉬운 난이도의 문제가 출제되었다.

2 함수의 극한에 대한 성질 — 유형 05~16

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때, $x \rightarrow a+, x \rightarrow a-, x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때도 성립한다.

(1) $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k\alpha$ (단, k 는 상수)

(2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha \pm \beta$ (복호동순)

(3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$

(4) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x) \neq 0, \beta \neq 0$)

3 함수의 극한값의 계산 — 유형 06~20

실수 k 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 의 $x=k$ 에서의 극한값은 $x=k$ 에서의 함수값 $f(k)$ 과 같다. 즉, $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = f(k)$ 이다.

(1) $\frac{0}{0}$ 꼴 : 분모, 분자가 모두 다항식이면 분모, 분자를 각각 인수분해한 다음 약분한다.
분모, 분자 중 무리식이 있으면 근호가 있는 쪽을 유리화한다.

(2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 : 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나눈다.

(3) $\infty - \infty$ 꼴 : 다항식은 최고차항으로 묶고, 무리식은 근호가 있는 쪽을 유리화한다.

(4) $\infty \times 0$ 꼴 : 통분이나 유리화하여 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 또는 $\frac{0}{0}$ 꼴로 변형한다.

4 미정계수의 결정^③ — 유형 11~13, 16

실수 a 와 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = a$ (a 는 상수)일 때,

(1) $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이다.

(2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이다. (단, $a \neq 0$)^④

5 함수의 극한의 대소 관계^⑤ — 유형 17

실수 a 와 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때,

(1) $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$

(2) $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$

출제 2028 예시 18번
2026 9월 모평 13번
2026 6월 모평 21번

★ 예시에는 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한을 이용하여 다항함수를 결정하는 중상 난이도의 문제가, 9월에는 분수식의 극한값이 존재할 조건과 이차방정식의 근의 판별을 이용하는 중상 난이도의 문제가, 6월에는 절댓값 기호가 포함된 함수의 극한값이 존재할 조건을 이용하여 다항함수를 결정하는 상 난이도의 문제가 출제되었다.

+개념 보충

① 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지 않는 경우는

- (i) $\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$ 의 값이 존재하지 않거나
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ 의 값이 존재하지 않거나
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ 일 때이다.

한걸음 더

② 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은

- (1) (분모의 차수) < (분자의 차수)이면 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산한다.
- (2) (분모의 차수) = (분자의 차수)이면 분모와 분자의 최고차항의 계수의 비로 수렴한다.
- (3) (분모의 차수) > (분자의 차수)이면 0으로 수렴한다.

+개념 보충

③ 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = a$ (a 는 상수)일 때

- (1) $a \neq 0$ 이면 $a = \frac{(f(x) \text{의 최고차항의 계수})}{(g(x) \text{의 최고차항의 계수})}$
이고 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 차수가 같다.
- (2) $a = 0$ 이면 $g(x)$ 의 차수가 $f(x)$ 의 차수보다 크다.

왜 그러까?

④ $a \neq 0$ 이라는 조건이 필요하다.
 $f(x) = x - 1, g(x) = x + 10$ 이라 하면
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0,$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} = \frac{0}{2} = 0$

이지만

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 \neq 0$

한걸음 더

⑤ a 에 가까운 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < g(x)$ 이지만

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 인 경우가 있기

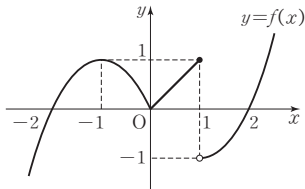
때문에 $f(x) < g(x)$ 의 양변에 $\lim_{x \rightarrow a}$ 를

취하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.



1+2 좌극한과 우극한

A01 기출 2013대비(나) 9월 모평 5(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

A02 기출 2013대비(나) 9월 모평 22(고3)

 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1}$ 의 값을 구하시오. (3점)

2+3 함수의 극한값의 계산

A03 기출 2012대비(나) 수능 22(고3)

 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. (3점)

A04 기출 2010실시(가) 7월 학평 3(고3)

 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1}$ 의 값은? (2점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



4 미정계수의 결정

A05 기출 2010대비(가) 9월 모평 2(고3)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때,
 $a+b$ 의 값은? (2점)

- ① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

A06 기출 2014대비(A) 6월 모평 25(고3)

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+4b$ 의
값을 구하시오. (3점)

A07 기출 2018대비(나) 9월 모평 12(고3)

다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$$

 $f(2)$ 의 값은? (3점)

- ① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

5 함수의 극한의 대소 관계

A08 기출

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$x^2 + 3x - 4 \leq f(x) \leq 3x^2 - x - 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? (3점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



수능 유형별 기출 문제

[2점, 3점, 쉬운 4점]

Pass 쉬운 유형, 반복 계산 문제로 패스 하셔도 좋습니다.

1 좌극한과 우극한

유형 01 함수의 좌극한과 우극한

2026 9월

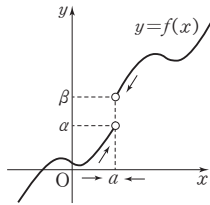
출제

- (1) 좌극한 : x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 α 에 가까워지면 α 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 좌극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \alpha \text{ 또는 } x \rightarrow a- \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \alpha$$

- (2) 우극한 : x 의 값이 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 β 에 가까워지면 β 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \beta \text{ 또는 } x \rightarrow a+ \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \beta$$



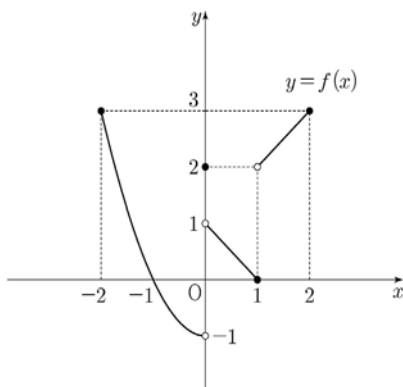
tip

x 의 값이 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워지는 것을 기호로 $x \rightarrow a+$ 와 같이 나타내고, x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워지는 것을 기호로 $x \rightarrow a-$ 와 같이 나타낸다.

A09 ※※※ 2026대비 9월 모평 4(고3)



닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



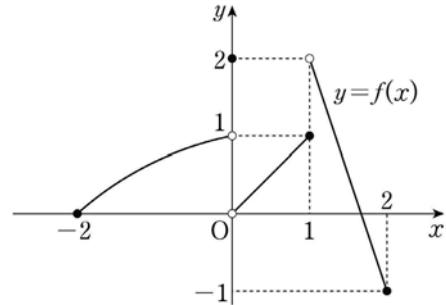
$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A10 ※※※ 2025실시 3월 학평 4(고3)



닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



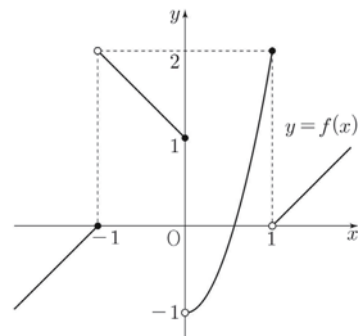
$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

A11 ※※※ 2025실시 5월 학평 4(고3)



함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3



1등급 마스터 문제

[4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

A196 ***

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ x + f(x) = g(x) \{x - f(x)\}$$

$$(나) \ \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 4$$

이때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

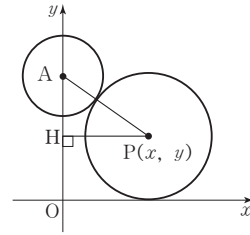
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)



A198 ***

2011실시(나) 10월 학평 16(고3)

그림과 같이 중심이 $A(0, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 x 축에 접하는 원의 중심을 $P(x, y)$ 라 하자. 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overline{PH}^2}{\overline{PA}}$ 의 값은? (4점)



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

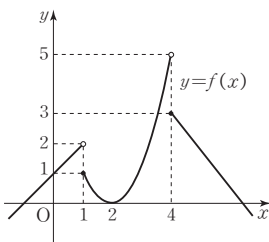
A197 ***

2011대비(가) 6월 모평 7(고3)

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의

그래프가 그림과 같다. $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$ 의

값은? (3점)



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7



A199 ***

2024실시 5월 학평 20(고3)

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)g(x) - x^3 + 2x^2$$

을 만족시킨다. 상수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)} \times \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{g(x)} = k$$

일 때, k 의 값을 구하시오. (4점)





A209 *** 2023대비 삼사 12(고3)



함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ ax + b & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 의

개수가 4이고, 이 네 수의 합이 8이다. $a+b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.) (4점)

- ① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{3}{4}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

A210 *** 2026대비 경찰대 13(고3)



최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2) = 0$

(나) $n = 2, 3, 4, 5$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-2)(n-3) \text{이다.}$$

$g(6)$ 의 값은? (4점)

- ① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

A211 *** 2015대비(A) 삼사 9(고3)



두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2g(x)}{x^2} = 1$

(나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3g(x)}{x^3} = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{x^3}$ 의 값은? (3점)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

[1등급 대비 + 2등급 대비]

A212 ☆ 2등급 대비 2017대비 경찰대 16(고3)



좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 이 만나는

점을 A, B라 하자. 점 $P(0, t) \left(t \neq -\frac{1}{2} \right)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 C의 개수를 $f(t)$ 라 하자.

(가) C는 A나 B가 아닌 원 위의 점이다.

(나) A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 A, B, P를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이와 같다.

$f(a) + \lim_{t \rightarrow a-} f(t) = 5$ 이고 $\lim_{t \rightarrow 0-} f(t) = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(4점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



1 회 수학 II 실전 기출 모의고사

2027학년도 수능 대비 Ⅰ

범위: 수학 II 전단원

- 문항 수 11개
- 배점 37점
- 제한시간 60분

5지선다형

1 회 01 ※※※ 2011실시(가) 11월 학평 2(고2)



$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2}$ 의 값은? (2점)

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

1 회 02 ※※※ 2018실시(나) 10월 학평 4(고3)

$\int_0^1 (3x^2-2)dx$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1 회 03 ※※※ 2014대비(A) 6월 모평 6(고3)

함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

(3점)

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

1 회 04 ※※※ 2016실시(나) 11월 학평 6(고2)

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? (3점)

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

1 회 05 ※※※ 2015대비(A) 6월 모평 14(고3)

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 x 가

$x = -t^2 + 4t$ 이다. $t = a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은? (4점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1 회 06 ※※※ 2015대비(A) 6월 모평 16(고3)



함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은? (4점)

- ① -12 ② -10 ③ -8
④ -6 ⑤ -4



해설편 1

빠른 정답 찾기 2

I 함수의 극한과 연속

A 함수의 극한 4

B 함수의 연속 87

II 미분

C 미분계수와 도함수 177

D 도함수의 활용 (1) 252

E 도함수의 활용 (2) 343

★ E115번까지 수록

해설편 2

E 도함수의 활용 (2) 401

★ E116번부터 수록

III 적분

F 부정적분과 정적분 462

G 정적분의 활용 613



수학Ⅱ 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ①] 714

2회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ②] 718

3회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ③] 722

빠른 정답 찾기 727



함수의 극한

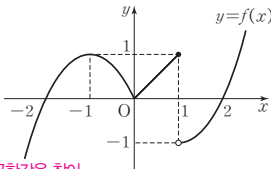


기본 기출 문제

A 01 정답 ③ *함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 96%]

[정답 공식:] 그래프에서 $x = -1$ 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이고, 그래프를 따라가 보고 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값을 찾는다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



단서 1 $x = -1$ 에서의 극한값을 찾아.

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)

단서 2 $x = 1$ 에서의 우극한값을 찾아.

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1st 그래프를 이용하여 각 점에서의 극한값을 구하자.

$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1 + (-1) = 0$ **함수 $y=f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이므로 $x=-1$ 에서의 극한값은 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) = 1$ 또는 $x=1$ 에서의 우극한값은 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = -1$**



$x=1$ 에서 함수 $f(x)$ 의 좌극한값과 우극한값은 서로 달라.

A 02 정답 2 *극한값의 계산 [정답률 96%]

[정답 공식:] $x=a$ 에서 유리함수 $f(x)$ 의 (분모) $\neq 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이다.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1}$ 의 값을 구하시오. (3점) **단서** 함수식에 $x=2$ 를 대입해.

1st 주어진 극한을 계산하자.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

$x=2$ 를 바로 대입해도 돼. 즉 $\frac{4+2}{3} = 2$ 야.

주의

$x=2$ 에서 함수 $\frac{x^2+x}{x+1}$ 는 연속이므로 $x=2$ 를 바로 대입하면 극한값을 구할 수 있어.

A 03 정답 11 * $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(분수식) [정답률 93%]

[정답 공식:] $\frac{0}{0}$ 꼴일 때는 분모, 분자의 공통인수를 약분하고 극한값을 계산한다.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. (3점)

단서 $\frac{0}{0}$ 꼴이므로 약분하자.

1st 분모와 분자의 공통인수를 약분해서 극한값을 계산해.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+3x+7) \\ &= 1+3+7=11 \end{aligned}$$

$\frac{0}{0}$ 꼴: 분자, 분모를 각각 인수분해한 다음 약분해

A 04 정답 ② * $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(무리식) [정답률 91%]

[정답 공식:] $x=-t$ 로 치환하여 극한값을 계산한다.

단서 2 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한값을 구할 때에는 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나누어야 해.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}$ 의 값은? (2점)

단서 1 $x=-t$ 로 치환해.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 주어진 식이 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴임을 주의하여 계산하자.

$x=-t$ 로 놓으면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-t-\sqrt{t^2-1}}{-t+1} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t+\sqrt{t^2-1}}{t-1} \quad \left(\begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \text{ 꼴이므로 분모의} \\ \text{최고차항인 } t \text{로 분자,} \\ \text{분모를 나누자.} \end{array} \right) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}}{1-\frac{1}{t}} \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = 1 \end{aligned}$$

A 05 정답 ④ *인수분해를 이용한 미정계수의 결정 [정답률 84%]

[정답 공식:] (분모) $\rightarrow 0$ 이고, 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다. 이후 분모, 분자의 공통인수를 약분한다.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은? (2점) **단서** $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3-1) = 0$ 이고, 극한값이 존재하므로 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+ax-b) = 0$ 이어야.

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

1st 주어진 식의 극한값이 존재하니까 $\frac{0}{0}$ 꼴이 되어야 해.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이므로

(분자) $\rightarrow 0$ 이 되어야 한다.

즉, $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+ax-b) = 0$ 에서 $1+a-b=0$

$\therefore b=a+1 \dots \textcircled{1}$

2nd 분자, 분모를 각각 인수분해한 후 공통인수를 약분해 보.

$\textcircled{1}$ 을 주어진 식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-(a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+a+1}{x^2+x+1} = \frac{a+2}{3} = 3 \quad \left(\begin{array}{l} x-1 \text{이 분자,} \\ \text{분모의 공통인수} \\ \text{이므로 약분해.} \end{array} \right) \end{aligned}$$

$\therefore a=7$

$\textcircled{1}$ 에서 $b=8$

$\therefore a+b=7+8=15$

A 06 정답 21 *유리화를 이용한 미정계수의 결정 [정답률 85%]

[정답 공식:] 극한값이 존재하고 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+4b$ 의 값을 구하시오. (3점)

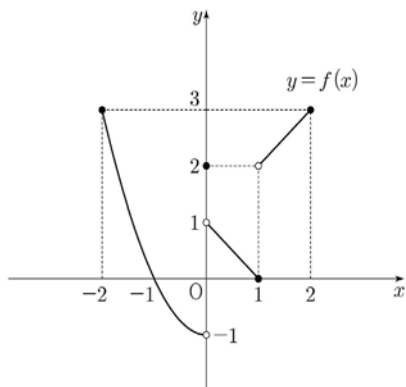
단서 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이고, 극한값이 존재하므로 $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+a}-2) = 0$



A 09 정답 ① *함수의 좌극한과 우극한 [정답률 95%]

[정답 공식: $x \rightarrow 0^-$ 는 $x=0$ 의 왼쪽에서 $x=0$ 으로 접근하는 것이고, $x \rightarrow 1^+$ 는 $x=1$ 의 오른쪽에서 $x=1$ 로 접근하는 것이다.]

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

단서 1 $x=0$ 에서의 좌극한값과 $x=1$ 에서의 우극한값의 합이다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 주어진 그래프를 이용하여 극한값을 구해.

$x=0$ 의 왼쪽에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 따라 $x=0$ 으로 접근하면 y 의 값은 -1 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 \rightarrow x=0 \text{에서의 좌극한값이다.}$$

또, $x=1$ 의 오른쪽에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 따라 $x=1$ 로 접근하면 y 의 값은 2 에 한없이 가까워지므로

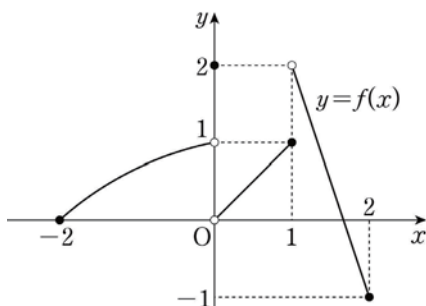
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \rightarrow x=1 \text{에서의 우극한값이다.}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1 + 2 = 1$$

A 10 정답 ② *함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 97%]

[정답 공식: 그래프를 따라가며 좌극한값이나 우극한값을 찾는다.]

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



단서 2 $x=1$ 에서의 우극한값을 찾자.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

단서 1 $x=0$ 에서의 좌극한값을 찾자.

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

1st 주어진 그래프에서 $x=0$ 에서의 좌극한값, $x=1$ 에서의 우극한값을 각각 구하자.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 0 의 왼쪽에서 0 으로 접근할 때, 그래프를 따라가면 1 에 수렴한다.

$x=0$ 에서의 좌극한값이다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$$

마찬가지로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 1 의 오른쪽에서 1 로 접근할 때, 그래프를 따라가면 2 에 수렴한다.

$x=1$ 에서의 우극한값이다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - 2 = -1$$

❁ 좌극한값과 우극한값

개념·공식

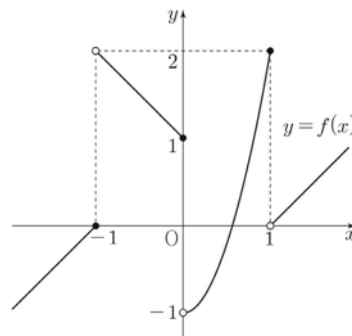
① $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = p$ 일 때, p 를 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의 좌극한값이라고 한다.

② $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = q$ 일 때, q 를 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의 우극한값이라고 한다.

A 11 정답 ① *함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 97%]

[정답 공식: 그래프를 따라가며 좌극한값이나 우극한값을 찾는다.]

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



단서 1 $x=-1$ 에서의 좌극한값을 찾자.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

단서 2 $x=0$ 에서의 우극한값을 찾자.

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

1st 주어진 그래프에서 $x=-1$ 에서의 좌극한값, $x=0$ 에서의 우극한값을 구하자.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -1 의 왼쪽에서 -1 로 접근할 때, 그래프를 따라가면 0 에 수렴한다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0$$

마찬가지로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 0 의 오른쪽에서 0 으로 접근할 때, 그래프를 따라가면 -1 에 수렴한다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 + (-1) = -1$$

* $\lim_{x \rightarrow -1-} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x)$ 의 의미 파악하기

$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x)$ 의 의미는 $x = -1$ 의 왼쪽에서 -1 로 접근할 때, $f(x)$ 의 극한값을 구하는 것이야. 즉, $y = f(x)$ 의 그래프를 따라가면 $x \rightarrow -1-$ 일 때 $f(x)$ 는 0에 수렴해.

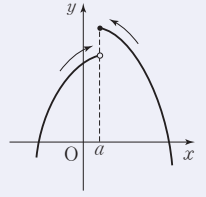
또한, $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x)$ 의 의미는 $x = -1$ 의 오른쪽에서 -1 로 접근할 때, $f(x)$ 의 극한값을 구하는 것이야. 즉, $y = f(x)$ 의 그래프를 따라가면 $x \rightarrow -1+$ 일 때 $f(x)$ 는 -2 에 수렴해.

* 그래프에서 좌극한과 우극한의 해석 알아보기

그래프에서 좌극한 · 우극한은?

$x = a$ 에서의 좌극한값은 $x = a$ 의 왼쪽에서 $x = a$ 에 한없이 가까이 갈 때, 즉 ↗ 방향일 때의 y 값이야.

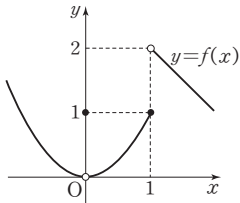
또, $x = a$ 에서의 우극한값은 $x = a$ 의 오른쪽에서 $x = a$ 에 한없이 가까이 갈 때, 즉 ↘ 방향일 때의 y 값이야.



A 46 정답 ④ * 함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 94%]

[정답 공식: x 가 특정 값에 가까워질 때 함수값이 가까워지는 값을 그래프에서 찾아본다. 좌극한과 우극한 각각에 대해 극한값을 계산한다.]

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



단서 1 $x=0$ 에서의 극한값을 찾아.

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 의 값은? (3점)

단서 2 $x=1$ 에서의 우극한값을 찾아.

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

1st 함수 $f(x)$ 의 그래프를 보고 극한값을 계산하자.

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 2 \text{ 이므로 } x \rightarrow 1 \text{ 일 때, } f(x) \rightarrow 2 -$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0 + 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0 \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \text{ 이야.}$$

A 47 정답 ④ * 함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 92%]

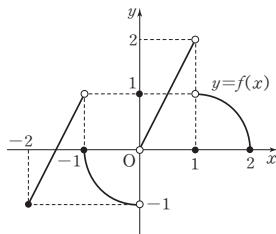
[정답 공식: x 가 특정 값에 가까워질 때 함수값이 가까워지는 값을 그래프에서 찾아본다. 좌극한과 우극한 각각에 대해 극한값을 계산한다.]

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값

은? (3점) 단서 $x = -1$ 에서의 우극한값과 $x = 1$ 에서의 좌극한값을 찾아.

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3



1st 그래프를 이용하여 우극한값과 좌극한값을 찾으면 돼.

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 2 \text{ → 주어진 그래프에서 } x=1 \text{의 왼쪽에서 } x=1 \text{로 가까이가면 함수값은 2에 점점 가까워지지.}$$

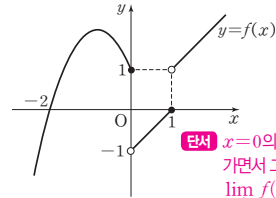
주어진 그래프에서 $x = -1$ 의 오른쪽에서 $x = -1$ 로 가까이가면 함수값은 0에 점점 가까워져.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 0 + 2 = 2$$

A 48 정답 ⑤ * 함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 91%]

[정답 공식: x 가 특정 값에 가까워질 때 함수값이 가까워지는 값을 그래프에서 찾아본다. 좌극한과 우극한 각각에 대해 극한값을 계산한다.]

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



단서 $x=0$ 의 왼쪽에서 $x=0$ 으로 가까이가면서 그래프를 따라가 보면 $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ 의 값을, $x=1$ 의 오른쪽에서 $x=1$ 로 가까이가면서 그래프를 따라가 보면 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값을 구할 수 있어.

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

1st 그래프에서 $x=0$ 에서의 좌극한값과 $x=1$ 에서의 우극한값을 찾아봐.

$y = f(x)$ 의 그래프에서 $x=0$ 의 왼쪽에서 $x=0$ 으로 가까이가 갈 때, y 의 값은 1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 1$ $\leftarrow x \rightarrow a- \text{는 } x=a \text{의 왼쪽에서 } x=a \text{에 가까이가 갈 때를 의미해.}$

$y = f(x)$ 의 그래프에서 $x=1$ 의 오른쪽에서 $x=1$ 로 가까이가 갈 때, y 의 값은 1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1$

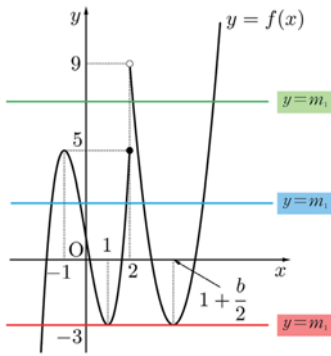
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1 + 1 = 2 \text{ → } x \rightarrow a+ \text{는 } x=a \text{의 오른쪽에서 } x=a \text{에 가까이가 갈 때를 의미해.}$$

* $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 의미 파악하기

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ 의 의미는 $x=0$ 의 왼쪽에서 0으로 접근할 때, $f(x)$ 의 극한값을 구하는 것이야. 즉, $y = f(x)$ 의 그래프를 따라가면 $x \rightarrow 0-$ 일 때 $f(x)$ 는 0에 수렴해.

또한, $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 의미는 $x=1$ 의 오른쪽에서 1로 접근할 때, $f(x)$ 의 극한값을 구하는 것이야. 즉, $y = f(x)$ 의 그래프를 따라가면 $x \rightarrow 1+$ 일 때 $f(x)$ 는 1에 수렴해.

③ $m = -3$ 인 경우



k 의 값에 따라 $g(k)$, $\lim_{t \rightarrow k-} g(t)$, $\lim_{t \rightarrow k+} g(t)$ 의 값을 각각 구해 보자.

x	$g(k)$	$\lim_{t \rightarrow k-} g(t)$	$\lim_{t \rightarrow k+} g(t)$
$k < -3$	1	1	1
$k = -3$	3	1	5
$-3 < k < 5$	5	5	5
$k = 5$	4	5	2
$5 < k < 9$	2	2	2
$k = 9$	1	2	1
$k > 9$	1	1	1

즉, (*)를 만족시키는 실수 k 의 값은 -3 뿐이다.

(i), (ii)에 의하여

$b > 2$, $m = -3$ 이다.

$$f\left(1 + \frac{b}{2}\right) = -3 \text{에서 } a\left(\frac{b}{2} - 1\right)\left(1 - \frac{b}{2}\right) + 9 = -3$$

$$a\left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 = 12, a(b-2)^2 = 48$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 구하는 두 자연수 a , b 의 모든 순서쌍 (a, b) 는 $(48, 3)$, $(12, 4)$, $(3, 6)$ 이다.

따라서 $a+b$ 의 최댓값은 $48+3=51$ 이다.



변준서 | 건국대 수의예과 2024년 입학 · 화성 화성고 졸

문제에서 ‘두 자연수 a , b ’가 특정한 조건들은 동그라미 쳐서 표시했지? 이런 문제에서 그래프를 그리는 게 당연하지는 않지만 그래프도 직관적으로 파악할 수 있기 때문에 그리기 쉽다면 바로 그려봐.

$x > 2$ 에서의 최고차항의 계수 a 가 양수인 것을 자연수라는 조건 때문에 파악할 수 있었어. 하지만 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 위치를 모르니까 함수를 단정적으로 그릴 수는 없더라고.

대략적으로 그려나가면서 조건을 충족시키도록 계속 변신(?)시켜 나가야 해. 한번에 예쁘게 그리는 것보다는 전체적인 모양을 파악한 뒤, 수정해 나갈 수 있다는 것이 엄청 중요한 것 같아.

그리고 극한값을 생각하기 편하게 t 보다 살짝 크거나 t 보다 살짝 작은 값을 생각하며 x 축에 평행한 직선 $y=t$ 를 그어 보면서 조건을 만족시키는 경우를 찾았던 것 같아.

아! 마지막에 정답 케이스를 찾았는데 부정방정식이 나와서 식검했지만 처음의 자연수 조건 덕분에 문제없이 풀렸던 것 같아.

*좌극한값, 우극한값의 연산으로 정의된 새로운 함수의 의미를 파악하고, 이를 주어진 조건과 연결지어 함수의 미정계수 구하기 [유형 02+14]

세 실수 $a(a \neq 0)$, b , k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + (2b-3)x + a^2 - 3 & (x < k) \\ -\frac{1}{3}ax^2 + (b+5)x + a^2 - 1 & (x \geq k) \end{cases}$$

단서1 함수 $f(x)$ 는 $x=k$ 를 기준으로 식이 다른 두 이차함수로 나타내어져 있는데, 두 이차함수의 최고차항의 계수의 부호가 반대이므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록인 포물선과 위로 볼록인 포물선으로 그려질 거야.

라 하자. 함수

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x+} \frac{|f(t)|}{f(t)} - \lim_{t \rightarrow x-} \frac{|f(t)|}{f(t)}$$

단서2 $f(x) > 0$ 이면 $\frac{|f(x)|}{f(x)} = 1$ 이고, $f(x) < 0$ 이면 $\frac{|f(x)|}{f(x)} = -1$ 이므로 이를 이용해 함수 $g(x)$ 가 가질 수 있는 함숫값을 찾아내.

에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 임의의 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

단서4 임의의 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다고 했으니까 $\lim_{x \rightarrow k} f(x)$ 도 존재해야겠지? 이 조건을 이용해 k 의 값을 구하는 거야.

(나) 두 함수 $y=g(x)$ 와 $y=-4\left|\log_2 \frac{x}{2}\right| + 2$ 의 그래프의

서로 다른 교점의 개수는 5이다.

단서3 함수 $y=-4\left|\log_2 \frac{x}{2}\right| + 2$ 의 그래프를 그린 후 $y=g(x)$ 의 그래프와의 교점의 좌표를 구해서 이를 만족시키는 $f(x)$ 의 식을 유추해야 해.

$k=p+q\sqrt{17}$ 일 때, $16(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 유리수이다.) (4점)

오해 1등급? 이 문제는 $\lim_{t \rightarrow x+} \frac{|f(t)|}{f(t)}$ 와 $\lim_{t \rightarrow x-} \frac{|f(t)|}{f(t)}$ 의 의미를 이해하여 새로운

함수의 함숫값을 찾아내는 것이 문제해결의 키포인트이다.

즉, 절댓값과 좌극한과 우극한의 개념을 적용하여 조건을 해석하는 것이 쉽지 않다.



단서+발상

단서1 함수 $f(x)$ 는 $x=k$ 를 기준으로 식이 다른 두 이차함수로 정의되어 있음을 먼저 파악하자. **발상**

이때, 이 두 이차함수의 최고차항의 계수가 a , $-\frac{1}{3}a$ 로 부호가 서로 다르기 때문에 $y=f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록인 포물선에서 위로 볼록인 포물선으로, 또는 위로 볼록인 포물선에서 아래로 볼록인 포물선으로 바뀌어 그려진다는 것을 알 수 있다. **개념**

단서2 $|A| = \begin{cases} A & (A > 0) \\ 0 & (A = 0) \end{cases}$ 이므로 $f(x) > 0$ 이면 $\frac{|f(x)|}{f(x)} = \frac{f(x)}{f(x)} = 1$,

$f(x) < 0$ 이면 $\frac{|f(x)|}{f(x)} = \frac{-f(x)}{f(x)} = -1$ 이다. 이를 이용해 $f(x) > 0$,

$f(x) < 0$ 인 경우에서 $g(x)$ 의 함숫값을 먼저 구하자. **적용**

또한, $f(x)=0$ 이 되는 x 의 값의 좌우에서 $f(x)$ 의 부호가 어떻게 바뀔 수 있는지 확인하여 다시 경우를 나누고 $g(x)$ 의 함숫값을 구하자. **개념**

단서3 로그함수 $y=\log_2 \frac{x}{2}$ 의 그래프를 먼저 그려보고 이를 이용해 함수

$y=-4\left|\log_2 \frac{x}{2}\right| + 2$ 의 그래프를 그려라. **적용**

그런 다음, **단서2**에서 구한 함수 $g(x)$ 의 함숫값을 통해 두 함수의 그래프의 교점의 좌표를 구하면 $f(x)$ 의 미정계수를 구할 수 있다. **발상**



한기주 | 2026 수능 응시 · 화성 삼괴고 졸

이번 수능 수학, 공통 과목에서 가장 어려웠다고 해도 과언이 아닐 만큼 정말 어려운 문제였어. 여러 조건들을 정확하게 해석하면서, 모든 해석 결과를 종합적으로 다시 해석하여 경우의 수를 줄이는 과정이 정말 뻔뻔하게 다가왔던 문제였지. 이러한 문제를 풀 땐 작은 단서 하나라도 놓치지 않는 것이 중요하다고 생각하는데, 이번 문제에서는 '자연수 m '이라는 조건을 얼마나 잘 해석에 활용했느냐가 정말 크게 작용했을 것 같아. 자연수 관련 조건이 주어지면 나는 항상 '범위로 주어진 정보에서 추가적인 정보를 붙여주는 조건이 되겠구나'라고 생각하곤 했는데, 이번 문제에서도 분모의 값이 음수가 되는 범위와 자연수 m 이라는 조건을 적절히 조합하여 개형의 후보를 줄여나갔다면 큰 도움이 되었을 거라고 생각해.

B 132 정답 ① ★2등급 대비 [정답률 28%]

*조건을 만족시키는 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프 그리기 [유형 13]

세 실수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -|2x+a| & (x < 0) \\ x^2+bx+c & (x \geq 0) \end{cases}$$

단서1 $x < 0$ 인 경우와 $x > 0$ 인 경우는 함수 $f(x)$ 와 함수 $|f(x)|$ 모두 연속이므로, $x=0$ 인 경우에 연속이 되도록 하는 세 실수 a, b, c 의 값을 구하면 돼.

이고, 함수 $|f(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 두 함수 $y=f(x)$, $y=|f(x)|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 각각 $g(t)$, $h(t)$ 라 할 때, 두 함수 $g(t)$, $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$ 의 치역은 $\{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

단서2 $x < 0$ 일 때 $-|2x+a| \leq 0$ 이므로 함수 $g(t)$ 의 치역에 4가 포함되기 위해서는 $x \geq 0$ 에서 $x^2+bx+c < 0$ 인 부분이 있어야 해.

(나) $\lim_{t \rightarrow 2-} h(t) \times \lim_{t \rightarrow 2+} h(t) = 12$

단서3 함수 $h(t)$ 에 대하여 $t=2$ 에서의 좌극한값과 우극한값의 곱이 12가 된다는 뜻이야.

$f(-2)+f(6)$ 의 값은? (4점)

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

오해 2등급? 주어진 조건을 만족시키도록 경우를 나누어 함수의 그래프를 그려서 직선과 만나는 점의 개수로 정의된 함수를 찾는 문제이다.

이때, 주어진 함수 $f(x)$ 의 미정계수가 a, b, c 로 세 개이므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 여러 가지로 그려질 수 있다. 그 중 조건 (가)를 만족시키는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형을 찾을 수 있어야 한다.

단서+발상

단서1 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속임을 이용하여 두 상수 a, c 에 대한 관계식을 찾아야 한다. (발상)

이때, 어떤 함수가 구간별로 서로 다른 함수로 정의되어 있고 그 서로 다른 함수가 연속함수이면 어떤 함수가 실수 전체의 집합에서 연속이 되기 위해서는 구간의 끝 점에서 연속이 되어야 함을 적용해야 한다. (개념)

단서2 조건 (가)를 이용하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형을 결정해야 한다.

이때, 일차함수에 절댓값을 씌운 함수의 그래프는 절댓값 안이 0이 되는 x 에서 아래로 뾰족한 V 꼴이고 최고차항의 계수가 양수인 이차함수의 그래프는 아래로 볼록한 포물선임을 알아야 한다. (개념)

이를 이용하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형이 될 수 있는 것 중 함수 $g(t)$ 의 치역이 $\{1, 2, 3, 4\}$ 가 되는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 결정해야 한다. (적용)

단서3 $x \geq 0$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 y 좌표의 범위에 따라

함수 $y=|f(x)|$ 의 그래프를 그리고 (개념)

조건 (나), 즉 $t=2$ 에서의 함수 $h(t)$ 의 우극한값과 좌극한값의 곱이 12가

되는 함수 $y=|f(x)|$ 의 그래프를 결정하면 된다. (해결)

주의 함수 $f(x)$ 의 미정계수가 세 개이기 때문에 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형은 여러 가지가 존재한다. 조건 (가)를 이용하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형을 먼저 파악해야 한다.

핵심 정답 공식: $\lim_{t \rightarrow 2-} h(t)$ 는 t 의 값이 2보다 작은 값을 가지면서 2에 가까이 다가갈 때 함수 $h(t)$ 의 값이 가까워지는 일정한 값이고, $\lim_{t \rightarrow 2+} h(t)$ 는 t 의 값이 2보다 큰 값을 가지면서 2에 가까이 다가갈 때 함수 $h(t)$ 의 값이 가까워지는 일정한 값이다.

[문제 풀이 순서]

1st 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이고 조건 (가)를 만족시키기 위한 세 실수 a, b, c 의 값의 부호를 구하자.

$x < 0$ 인 경우와 $x > 0$ 인 경우, 함수 $f(x)$ 와 함수 $|f(x)|$ 는 각각 연속이다.

즉, 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이라 했으므로 $x=0$ 에서 연속이어야 한다.

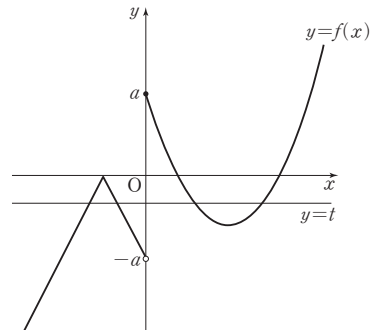
$\lim_{x \rightarrow 0-} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow 0-} -|2x+a| = |a|$ 함수 $f(x) = \begin{cases} g(x) & (x < k) \\ h(x) & (x \geq k) \end{cases}$ 가 연속이기 위해서는 $g(k) = h(k)$ 가 성립해야 하지.

$\lim_{x \rightarrow 0+} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow 0+} |x^2+bx+c| = |c| = |f(0)|$

$\therefore c=a$ 또는 $c=-a$ $|c|=|a|$ 이므로 $c=\pm a$

한편, 조건 (가)에서 4가 함수 $g(t)$ 의 치역의 원소 중 하나이므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 실수 t 가 존재해야 한다.

즉, [그림 1]과 같이 직선 $y=t$ 가 $x < 0$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하고, $x \geq 0$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 t 가 존재해야 한다.



[그림 1]

따라서 $x < 0$ 일 때 $-|2x+a| \leq 0$ 이므로 x 축과 만나는 점의 x 좌표인 $-\frac{a}{2}$ 는 음수, 즉 $-\frac{a}{2} < 0$ 에서 $a > 0$ 이다.

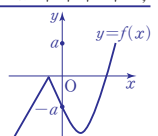
또한, $x \geq 0$ 일 때 $x^2+bx+c < 0$ 을 만족시키는 x 의 값이 존재해야 하므로 이차함수 $y=x^2+bx+c$ 의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표인 $-\frac{b}{2}$ 는 양수, 즉 $-\frac{b}{2} > 0$ 에서 $b < 0$ 이다.

그리고 함수 $g(t)$ 의 치역에 4가 포함되기 위해서는 $c=a$ 이어야 하고,

$c=-a$ 인 경우 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형은 그림과 같다.

이 경우 직선 $y=t$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 4가 되는 t 의 값은 존재하지 않으므로

함수 $g(t)$ 의 치역에 4가 포함될 수 없다.



이차함수 $y=x^2+bx+c$ ($x \geq 0$)의 최솟값이 0보다 작아야 한다.



3회 수학 II 실전 기출 모의고사

문제편
p. 308

3회 01 정답 ① * $h \rightarrow 0$ 일 때의 미분계수의 정의 [정답률 94%]

(정답 공식: 미분계수의 정의로부터 $f'(1)$ 의 값을 구한다.)

함수 $f(x) = x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? (2점)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

단서 $f'(1)$ 의 정의야.

1st 미분계수의 정의에서 $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ 임을 이용하자.

함수 $f(x) = x^2 + 5$ 에서 $f'(x) = 2x$ 이므로

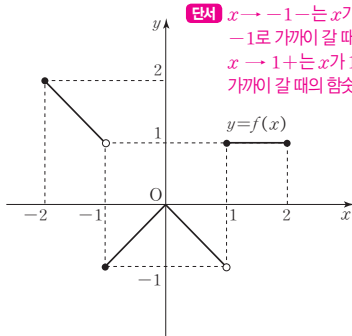
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1) = 2$$

자 변수 n 에 대하여
(x^n)' = nx^{n-1}

3회 02 정답 ⑤ * 함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 95%]

(정답 공식: 주어진 그래프로부터 두 개의 극한값을 각각 계산한다.)

정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)



단서 $x \rightarrow -1-$ 는 x 가 -1의 왼쪽에서 -1로 가까이 갈 때의 함수값이고
 $x \rightarrow 1+$ 는 x 가 1의 오른쪽에서 1로 가까이 갈 때의 함수값이야.

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1st 그래프에서 각 점에서의 좌극한값과 우극한값을 구하자.

$x = -1$ 에서의 좌극한값과 $x = 1$ 에서의 우극한값을 각각 구하면

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1 + 1 = 2$

x 가 -1의 왼쪽에서 -1로 가까이 가면 $f(x)$ 는 1에 가까이 가고 x 가 1의 오른쪽에서 1로 가까이 가면 $f(x)$ 는 1에 가까이 가.

3회 03 정답 ① * 정적분의 값을 이용한 미정계수의 결정 [정답률 87%]

(정답 공식: 함수 $f(x)$ 의 부정적분을 $F(x)$ 라 하면
 $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ 이다.)

$\int_0^1 (4x-3)dx + \int_1^k (4x-3)dx = 0$ 일 때, 양수 k 의 값은? (3점)

단서 피적분함수 $4x-3$ 이 공통으로 들어가 있으므로 정적분의 성질을 이용하여 간단히 한 후 풀자.

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

1st 정적분의 성질을 이용하여 식을 간단히 하자.

$$\begin{aligned} \int_0^1 (4x-3)dx + \int_1^k (4x-3)dx &= \int_0^k (4x-3)dx \\ \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx &= \int_a^c f(x)dx \\ &= \left[2x^2 - 3x \right]_0^k \\ &= 2k^2 - 3k \end{aligned}$$

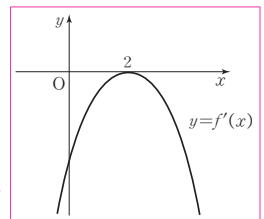
$$2k^2 - 3k = 0 \text{에서 } k(2k-3) = 0$$

$$\therefore k = \frac{3}{2} (\because k > 0)$$

3회 04 정답 ③ * 함수의 증가·감소와 극대·극소 [정답률 68%]

(정답 공식: 주어진 도함수로부터 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형을 유추한다.)

그림은 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프이다. 함수 $f(x)$ 에 대한 설명 중 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (3점)



단서 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프에서 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형을 유추해 봐.

[보기]

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 감소상태에 있다.
ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 오직 한 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1st 도함수 $f'(x)$ 의 부호에 따라 함수 $f(x)$ 의 증가, 감소를 파악하자.

ㄱ. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $x=0$ 에서 $f'(0) < 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 감소상태에 있다. (참)

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 $f'(2)=0$ 이지만 $x \neq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) < 0$ 으로 $x=2$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값을 갖지 않는다. (거짓)

[도함수를 이용한 극댓값의 판정]

함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 $f'(a)=0$ 이고 $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 (+)에서 (-)로 바뀌면 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극댓값을 가져.

ㄷ. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $x=2$ 에서 $f'(2)=0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 감소함수이다.

따라서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 x 축과 오직 한 점에서 만난다. (참)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ 고 실수 전체에서 함수 $f(x)$ 는 감소함수이므로 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 오직 한 점에서 만나.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

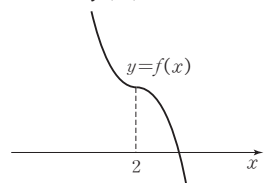
다른 풀이: 증가와 감소를 나타내는 표로 나타내어 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프 그리기

$f'(x)$ 는 $x=2$ 에서 중근을 가지는 이차함수지?

따라서 $f'(x) = a(x-2)^2$ ($a < 0$)이라 하고 주어진 그래프를 이용하여 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 위로 볼록하므로 이차함수 $f'(x)$ 의 최고차항의 계수는 음수야.

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내어 삼차함수 $f(x)$ 의 개형을 그리자.

x	...	2	...
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	↘		↘



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이야.