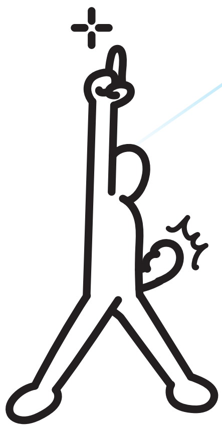
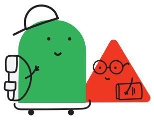
수력충전



수학 실력 100% 충전

확률과 통계



구성과 특징

수력충전을 공부하면...

- 수학의 원리를 스스로 터득하여 자신감을 회복할 수 있습니다.
- 수학의 흥미를 잃은 학생에게 문제를 푸는 재미를 느끼게 합니다.
- 개념과 수능 수학 실력을 위한 연산 능력을 동시에 정복할 수 있습니다.

1 대단원 개념 – 한 눈에 보기

단원 전체 중요 개념의 A to Z를 연결하여 한 눈에 볼 수 있도록 정리하였습니다.

중복조합

서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 조합으로, 기호로 ${}_n\mathrm{H}_r$과 같이 나타낸다.

중복조합의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합의 수는 ${}_n\mathrm{H}_r={}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$

중복조합의 수 구하는 방법

(1) 조건이 주어질 때

① 일정 개수 이상 포함하는 조건 : 먼저 일정 개수만큼 택하고 나머지 개수만큼 중복조합을 이용한다.

② 적어도 ~개를 포함하는 조건 : ~개만큼 먼저 택하고 나머지 개수만큼 중복조합을 이용한다.

(2) 전개식에서 항의 개수 : $(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_m)^n$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 ${}_m\mathrm{H}_n$

이항정리

n이 자연수일 때, $(a+b)^n$의 수 있고, 이를 이항정리라 한다

$(a+b)^n$ 이항계

$={}_n\mathrm{C}_0a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b^1+{}_n\mathrm{C}_2a$

- $(a+b)^n$의 전개식의 일
- $(a+b)^m(c+d)^n$의 전

$(a+b)^m$의 전개식의 일반항 일반항을 각각 곱하여 구한

파스칼의 삼각형

$n=0, 1, 2, 3, \cdots$일 때, $(a+b$ 나열한 것을 파스칼의 삼각형이

$n=0$ 1

2 개념 정리

반드시 알아야 하는 기본적인 수학 개념과 원리가 쉽게 설명되어 있습니다.
실제 연산 문제에 유용하게 적용하는 수학적 내용들을 첨삭으로 자세히 설명하였습니다.

(예) 개념의 이해를 돕기 위한 적절한 예를 제시
주의 틀리기 쉬운 개념 짚어주기
참고 개념을 보충 설명하기

29 이항계수의 성질

n이 자연수일 때,

1 ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$

2 ${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n=0$

3 $\underbrace{{}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+{}_n\mathrm{C}_4+\cdots}_{\text{홀수 번째 항의 계수의 합}}=\underbrace{{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_3+{}_n\mathrm{C}_5+\cdots}_{\text{짝수 번째 항의 계수의 합}}=$

참고 $(1+x)^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1x+{}_n\mathrm{C}_2x^2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_nx^n$에서

① $x=1$을 대입하면 ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$

② $x=-1$을 대입하면 ${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n=($

3 개념 이해 + 기초 유형 연산

유형별로 나누어 가장 기본적인
연산 문제를 반복적으로 풀 수 있어
개념을 확실하게 이해할 수 있도록
하였습니다.

- **빈칸 채우기**: 풀이 과정에 있는
빈칸 채우기를 통해 문제해결의
기본 원리를 터득할 수 있습니다.

유형 08 중복순열

[13-17] 다음 경우

13 세 명의 학생이 ... 있는 경우의 수

해 서로 다른 ○, ... 있으므로 이것 ... 뽑아 나열하는 ... 따라서 구하는

유형 07 중복순열의 계산

[01-06] 다음을 계산하여라.

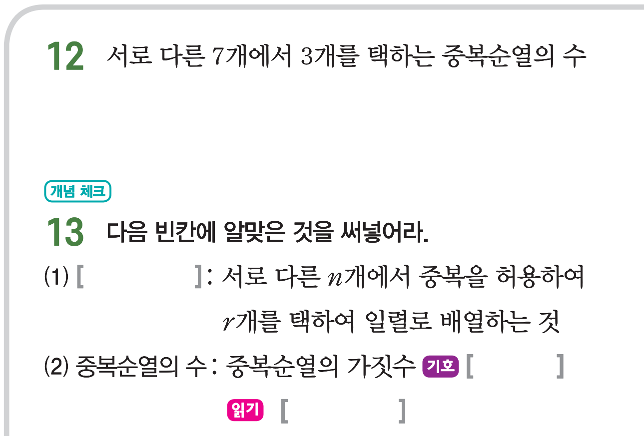
01 $_3\Pi_2$

해 $_3\Pi_2=\square^{\square}=\square$

02 $_4\Pi_0$

4 개념 체크

각 유형별 학습의 마지막에 개념을 다시 한 번
체크할 수 있는 코너입니다.
개념을 확실히 오래도록 기억할 수 있게
해줍니다.



12 서로 다른 7개에서 3개를 택하는 중복순열의 수

개념 체크

13 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.

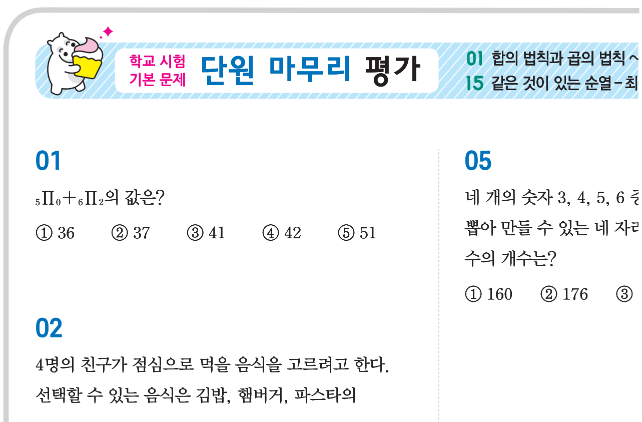
(1) [ ]: 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하여 일렬로 배열하는 것

(2) 중복순열의 수 : 중복순열의 가짓수 기호 [ ]

읽기 [ ]

5 단원 마무리 평가

공부한 단원 개념을 학교 시험에서 출제되는
기본 문제로 풀어보도록 구성했습니다.
따로따로 배웠던 개념과 원리를 여러 개념의
흐름 속에서 하나로 연결하는 능력을
향상시킬 수 있습니다.



학교 시험 기본 문제 단원 마무리 평가

01 합의 법칙과 곱의 법칙 ~
15 같은 것이 있는 순열 - 최

01

$_5\Pi_0+{}_6\Pi_2$의 값은?

① 36 ② 37 ③ 41 ④ 42 ⑤ 51

02

4명의 친구가 점심으로 먹을 음식을 고르려고 한다.
선택할 수 있는 음식은 김밥, 햄버거, 파스타의

05

네 개의 숫자 3, 4, 5, 6 ...
뽑아 만들 수 있는 네 자리 ...
수의 개수는?

① 160 ② 176 ③

차례

* 새교육과정 학습에 반드시 필요한 기본 개념 수록

Ⅰ 경우의 수

1. 중복순열과 같은 것이 있는 순열

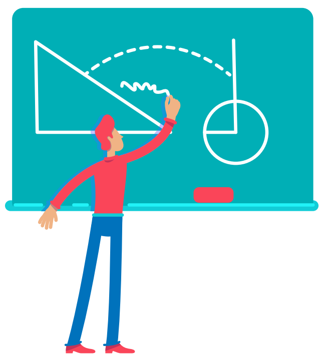
2. 중복조합

3. 이항정리

Ⅱ 확률

1. 확률의 뜻과 활용

2. 조건부확률



Ⅲ 통계

1. 이산확률변수와 이항분포

2. 연속확률변수와 정규분포

3. 통계적 추정

수력충전 학습계획표

Day	학습 내용	페이지	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	학습 날짜	복습 날짜
01	Ⅰ 경우의 수 01~04	10~13		월 일	월 일
02	05~08	14~18		월 일	월 일
03	09~11	19~22		월 일	월 일
04	12~15	23~32		월 일	월 일
05	단원 마무리 평가	33~35		월 일	월 일
06	16~18	36~40		월 일	월 일
07	19~21	41~45		월 일	월 일
08	22~23	46~48		월 일	월 일
09	단원 마무리 평가	49~51		월 일	월 일
10	24~25	52~54		월 일	월 일
11	26~28	55~59		월 일	월 일
12	29~30	60~63		월 일	월 일
13	단원 마무리 평가	64~66		월 일	월 일
14	Ⅱ 확률 01~04	70~78		월 일	월 일
15	05~08	79~84		월 일	월 일
16	09~12	85~91		월 일	월 일
17	단원 마무리 평가	92~96		월 일	월 일
18	13~15	97~105		월 일	월 일
19	16~19	106~115		월 일	월 일
20	단원 마무리 평가	116~120		월 일	월 일
21	Ⅲ 통계 01~04	124~129		월 일	월 일
22	05~08	130~137		월 일	월 일
23	09~11	138~143		월 일	월 일
24	12~15	144~151		월 일	월 일
25	단원 마무리 평가	152~155		월 일	월 일
26	16~19	156~161		월 일	월 일
27	20~23	162~166		월 일	월 일
28	24~27	167~173		월 일	월 일
29	단원 마무리 평가	174~177		월 일	월 일
30	28~30	178~180		월 일	월 일
31	31~34	181~187		월 일	월 일
32	35~38	188~191		월 일	월 일
33	39~42	192~197		월 일	월 일
34	43~46	198~202		월 일	월 일
35	단원 마무리 평가	203~206		월 일	월 일

I

경우의 수

1 중복순열과 같은 것이 있는 순열

2 중복조합

3 이항정리

✓ 수능 BASIC ☆ 수능 BEST

I 경우의 수

1 중복순열과 같은 것이 있는 순열

중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 순열로,
기호로 ${}_n\Pi_r$과 같이 나타낸다.

중복순열의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_n\Pi_r = n^r = \underbrace{n \times n \times \cdots \times n \times n}_{n\text{을 } r\text{번 곱한다.}}$$

(1) 특정한 자리를 고정
특정한 자리를 먼저 고정한 뒤, 나머지를 배열
전체 경우의 수에서 반대가 되는 경우의 수를 제외

(2) 자연수의 개수
0이 포함되지 않은 경우
0이 포함된 경우
중복순열의 수를 이용

주의 맨 앞자리에는 0이 올 수 없다.

(3) 함수의 개수
정의역의 원소의 개수가 m, 공역의 원소의 개수가 n일 때
- 함수의 개수 : ${}_n\Pi_m$
- 일대일함수의 개수 : ${}_n\mathrm{P}_m$ (단, $m \le n$)
- 일대일대응의 개수 : $n!$ 또는 ${}_n\mathrm{P}_n$ (단, $m = n$)

(4) 신호의 개수
서로 다른 n개의 기호에서 중복을 허용하여 최대 r개까지 사용하여
만들 수 있는 신호 개수는 ${}_n\Pi_1 + {}_n\Pi_2 + \cdots + {}_n\Pi_r$

(5) 집합의 결정
전체집합 U의 각 원소는 다음 4개의 집합 중 하나에 속한다.
① $A \cap B^C$ ② $A \cap B$ ③ $A^C \cap B$ ④ $(A \cup B)^C$

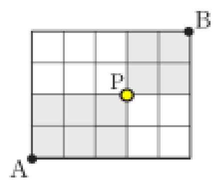
같은 것이 있는 순열

n개 중에서 서로 같은 것이 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때,
n개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p! \times q! \times \cdots \times r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

(1) 순서가 정해진 순열의 수
순서가 정해진 문자를 모두 X로 바꾼 뒤,
같은 것이 있는 순열의 수를 이용

(2) 최단 거리로 가는 경우의 수



A지점에서 B지점까지
최단 거리로 갈 때,
P지점을 거쳐 가는 경우 :
(A지점에서 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수)
×
(P지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수)

★ 이전에 배웠던 개념

〈합의 법칙〉

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때,
사건 A가 일어나는 경우의 수가 m,
사건 B가 일어나는 경우의 수가 n이면
사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는
$m+n$

〈곱의 법칙〉

두 사건 A, B가 동시에 일어날 때,
사건 A가 일어나는 경우의 수가 m,
그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는
경우의 수가 n이면
두 사건 A, B가 동시에 일어나는
경우의 수는 $m \times n$

2 중복조합

중복조합

서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 조합으로, 기호로 ${}_{n}\mathrm{H}_{r}$과 같이 나타낸다.

중복조합의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합의 수는

${}_{n}\mathrm{H}_{r}={}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r}$

중복조합의 수를 구하는 방법

(1) 조건이 주어질 때

① **일정 개수 이상 포함하는 조건** : 먼저 일정 개수만큼 택하고 나머지 개수만큼 중복조합을 이용한다.

② **적어도 ~개를 포함하는 조건** : ~개만큼 먼저 택하고 나머지 개수만큼 중복조합을 이용한다.

(2) **전개식에서 항의 개수** : $(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_m)^n$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 ${}_{m}\mathrm{H}_{n}$

(3) **대소가 정해진 경우** : 두 자연수 m, $n(m<n)$에 대하여 $m\le a\le b\le c\le d\le n$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 ${}_{n-m+1}\mathrm{H}_{4}$

(4) **방정식의 해의 개수**

$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n=r$ (n, r은 자연수)에 대하여 해의 개수는 다음과 같다.

① 음이 아닌 정수인 해의 개수 : ${}_{n}\mathrm{H}_{r}$

② 자연수인 해의 개수 : ${}_{n}\mathrm{H}_{r-n}$ (단, $n\le r$)

(5) **함수의 개수**

두 집합 X, Y의 원소의 개수가 각각 m, n이고, $f: X\longrightarrow Y$, $i\in X$, $j\in Y$일 때,

① $i<j$이면 $f(i)<f(j)$인 함수의 개수 : ${}_{n}\mathrm{C}_{m}$ (단, $m\le n$)

② $i<j$이면 $f(i)\le f(j)$인 함수의 개수 : ${}_{n}\mathrm{H}_{m}$

중복순열과 중복조합의 비교

n개 중에서 r개를 선택할 때, 각 경우에 대한 순서와 중복 여부에 대해 다시 한 번 확인하여 상황에 맞게 알맞은 경우의 수를 구한다.

경우의 수 / 고려할 점	중복순열	중복조합
순서	○	×
중복	○	○
기호	${}_{n}\Pi_{r}$	${}_{n}\mathrm{H}_{r}$

3 이항정리

이항정리

n이 자연수일 때, $(a+b)^n$의 전개식은 다음과 같이 나타낼 수 있고, 이를 이항정리라 한다.

$$(a+b)^n = \underbrace{{}_{n}\mathrm{C}_{0}}a^n+{}_{n}\mathrm{C}_{1}a^{n-1}b^1+{}_{n}\mathrm{C}_{2}a^{n-2}b^2+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}b^n$$

이항계수

- **$(a+b)^n$의 전개식의 일반항 : ${}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^r$**
- **$(a+b)^m(c+d)^n$의 전개식의 일반항**

  $(a+b)^m$의 전개식의 일반항과 $(c+d)^n$의 전개식의 일반항을 각각 곱하여 구한다.

파스칼의 삼각형

$n=0$, 1, 2, 3, $\cdots$일 때, $(a+b)^n$의 이항계수를 차례로 나열한 것을 파스칼의 삼각형이라 한다.

$n=0$ 1

$n=1$ 1 1 $(a+b)^1$의 계수

$n=2$ 1 2 1 $(a+b)^2$의 계수

$n=3$ 1 3 3 1 $(a+b)^3$의 계수

$n=4$ 1 4 6 4 1 $(a+b)^4$의 계수

⋮ ⋮ ⋮

(1) ${}_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_{r}$

(2) ${}_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n}\mathrm{C}_{n-r}$

이항계수의 성질

n이 자연수일 때,

1 ${}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}=2^n$

2 ${}_{n}\mathrm{C}_{0}-{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}-\cdots+(-1)^n{}_{n}\mathrm{C}_{n}=0$

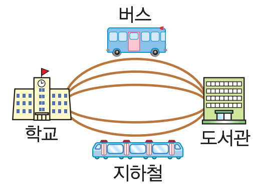
3 $\underbrace{{}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}+{}_{n}\mathrm{C}_{4}+\cdots}_{\text{홀수 번째 항의 계수의 합}}$

$=\underbrace{{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{3}+{}_{n}\mathrm{C}_{5}+\cdots}_{\text{짝수 번째 항의 계수의 합}}=2^{n-1}$

01 합의 법칙과 곱의 법칙

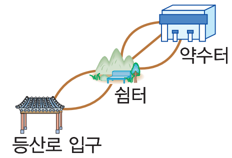
합의 법칙	곱의 법칙
두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, • 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m • 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n	**두 사건 A, B가 동시에 일어날 때,** • 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m • 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n
사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $\boldsymbol{m+n}$ 문장에 다음 말이 포함되어 있으면 합의 법칙을 이용한다. **또는**, **이거나**	두 사건 A, B가 동시에(잇달아/연달아) 일어나는 경우의 수는 $\boldsymbol{m\times n}$ 문장에 다음 말이 포함되어 있으면 곱의 법칙을 이용한다. **동시에**, **그리고**, **~하고 나서**
참고 3개 이상의 사건에 대해서도 성립한다.	참고 3개 이상의 사건에 대해서도 성립한다.

• 학교에서 도서관까지 가는 경우의 수



$3+2=5$

• 약수터까지 가는 경우의 수



$2\times3=6$

유형 01 합의 법칙, 곱의 법칙

[01-02] 경우의 수를 구하여라.

01 1에서 20까지의 자연수가 적힌 20장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 5의 배수 또는 8의 배수가 나오는 경우의 수

1) 5의 배수가 나오는 경우의 수

2) 8의 배수가 나오는 경우의 수

3) 5의 배수이면서 8의 배수가 나오는 경우의 수

4) 구하는 경우의 수가 나오는 경우의 수

02 1에서 15까지의 자연수가 적힌 15장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3의 배수 또는 4의 배수가 나오는 경우의 수

1) 3의 배수가 나오는 경우의 수

2) 4의 배수가 나오는 경우의 수

3) 3의 배수이면서 4의 배수가 나오는 경우의 수

4) 구하는 경우의 수가 나오는 경우의 수

[03-04] 서로 다른 동전 2개와 주사위 1개를 던질 때, 경우의 수를 구하여라.

03 일어나는 모든 경우의 수

04 동전은 서로 같은 면이 나오고, 주사위는 소수의 눈이 나오는 경우의 수

[05-06] 물음에 답하여라.

05 40 이상의 두 자리 자연수 중에서 짝수의 개수

06 20 이상 70 미만의 두 자리 자연수 중에서 5의 배수의 개수

〈 정답과 해설 p. 12 〉

02 순열과 조합

(1) **순열**: 서로 다른 n개에서 r개를 택하여 일렬로 배열하는 것을 **n개에서 r개를 택하는 순열**이라 한다.

(2) 1부터 n까지의 자연수를 차례대로 곱한 것을 **n의 계승**이라 한다. $n!=n(n-1)(n-2)\times\cdots\times3\times2\times1$

$$_{n}\mathrm{P}_{r}=\underbrace{\overbrace{n(n-1)(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{개}}}_{n\text{부터 시작하여 1씩 작아지며 } r\text{개를 곱하는 거야.}}\ (0\le r\le n)$$

예) 서로 다른 5개에서 3개를 택하면 순열의 수는 $_{5}\mathrm{P}_{3}$

(3) **조합**: 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 r개를 택하는 것을 **n개에서 r개를 택하는 조합**이라 한다.

$$_{n}\mathrm{C}_{r}=\underbrace{\frac{_{n}\mathrm{P}_{r}}{r!}=\frac{\overbrace{n(n-1)(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}^{r\text{개}}}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}}_{_{n}\mathrm{P}_{r}\text{를 } r!\text{로 나눠주는 거야.}}\ (0\le r\le n)$$

예) 서로 다른 5개에서 2개를 택하는 조합의 수는 $_{5}\mathrm{C}_{2}$

(4) **조합의 수의 성질**

① $_{n}\mathrm{C}_{n}=1,\ _{n}\mathrm{C}_{0}=1$

② $_{n}\mathrm{C}_{r}=\dfrac{_{n}\mathrm{P}_{r}}{r!}=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ (단, $0\le r\le n$)

③ $_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n}\mathrm{C}_{n-r}$ (단, $0\le r\le n$)

n개에서 r개를 택하는 경우의 수는 n개에서 택하지 않을 $(n-r)$개를 정하는 경우의 수와 같다는 의미를 잘 이해해야 해.

⇨ $_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n}\mathrm{C}_{s}$이면 $s=r$ 또는 $s=n-r$이다.

④ $_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_{r}$ (단, $1\le r<n$)

유형 02 순열과 조합

[01-03] 남학생 4명과 여학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수를 구하려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

남학생끼리 이웃하지 않도록 서는 경우의 수

01 여학생 3명이 먼저 일렬로 서는 경우의 수는

□$!=$□

02 여학생을 세운 자리 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 남학생 4명을 세우는 경우의 수는

□P□$=$□

4개의 자리는 V로 표현해 보면 다음과 같습니다.
V 여 V 여 V 여 V

03 **01**과 **02**를 곱하면 구하는 경우의 수는

□$\times$□$=$□

[04-07] 남학생 4명과 여학생 3명이 있을 때, 다음 경우의 수를 구하여라.

04 남학생 2명, 여학생 2명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수

05 남학생 2명, 여학생 2명을 뽑아 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하는 방법의 수

06 남학생 2명, 여학생 2명을 뽑아 일렬로 세울 때, 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 이웃하는 방법의 수

07 남학생 2명, 여학생 2명을 뽑아 일렬로 세울 때, 남학생과 여학생이 교대로 서는 방법의 수

〈 정답과 해설 p. 12 〉

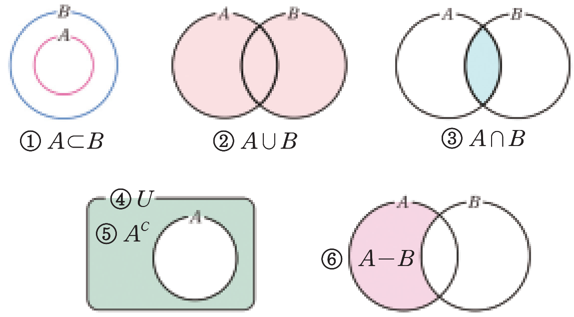
03 집합과 함수

(1) **집합** : 두 집합 A, B에 대하여

① **부분집합** : A의 모든 원소가 B에 속할 때, A를 B의 **부분집합** $\boldsymbol{A \subset B}$라 한다.

② **합집합** $\boldsymbol{A \cup B}$: A에 속하거나 B에 속하는 모든 원소로 이루어진 집합

③ **교집합** $\boldsymbol{A \cap B}$: A에 속하고 B에도 속하는 모든 원소로 이루어진 집합



④ **전체집합** $\boldsymbol{U}$: 어떤 집합에 대하여 그 부분집합을 생각할 때, 처음에 주어진 집합

⑤ **여집합** $\boldsymbol{A^C}$: A가 전체집합 U의 부분집합일 때, U의 원소 중 A에 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합

⑥ **차집합** $\boldsymbol{A-B}$: A에는 속하지만 B에는 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합

(2) 함수

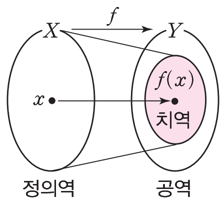
함수 $\boldsymbol{f : X \longrightarrow Y}$

① 정의역 : 집합 X

② 공역 : 집합 Y

③ 치역 : 함숫값 전체의 집합

$\{f(x) \mid x \in X\}$

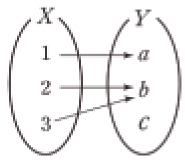


대응으로 주어지는 함수

① 정의역 : $\{1, 2, 3\}$

② 공역 : $\{a, b, c\}$

③ 치역 : $\{a, b\}$



유형 03 집합

[01-02] 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음을 구하여라.

01

$U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
$A=\{2, 3, 4, 5\}$, $B=\{4, 5, 6\}$

1) A^C
2) B^C
3) $A-B$
4) $B-A$

02

$U=\{x \mid x$는 14 이하의 소수$\}$,
$A=\{2, 3, 11\}$, $B=\{3, 5, 13\}$

1) A^C
2) B^C
3) $A-B$
4) $B-A$

유형 04 함수

[03-05] 함수의 치역이 $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$일 때, 정의역을 구하여라.

03 $y=x-1$

04 $y=-2x^2+3$ (단, $x \geq 0$)

05 $y=|x-2|-6$ (단, $x \geq 0$)

〈정답과 해설 p. 13〉

04 일대일함수와 일대일대응

(1) 일대일함수

① 함수 $f : X \longrightarrow Y$에서 정의역 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여

$$x_1 \neq x_2 \text{이면 } f(x_1) \neq f(x_2) \ \cdots \ \bigstar$$

함수 f를 **일대일함수**라 한다.

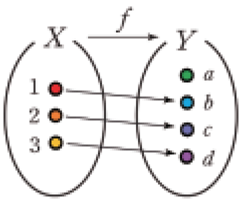
② 대응이 중복되지 않는다.

③ 대응이 없는 공역의 원소가 있을 수 있다.

④ 정의역의 서로 다른 두 원소에 대응하는 공역의 원소가 다르다.

⑤ 치역과 공역이 같지 않을 수 있다.

예



참고 명제 ★의 대우 '$f(x_1)=f(x_2)$이면 $x_1=x_2$'가 성립해도 함수 f는 일대일함수이다.

(2) 일대일대응

① 일대일함수 $f : X \longrightarrow Y$에서 치역과 공역이 같으면 함수 f를 **일대일대응**이라 한다.

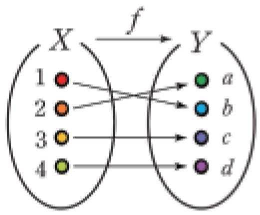
② 대응이 중복되지 않는다.

③ 대응이 없는 공역의 원소가 없다.

④ 정의역의 서로 다른 두 원소에 대응하는 공역의 원소가 다르다.

⑤ 치역과 공역이 같다.

예



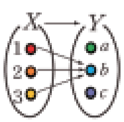
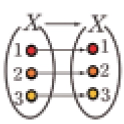
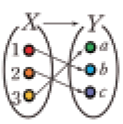
주의 일대일대응인 함수는 일대일함수이지만 일대일함수라고 해서 모두 일대일대응인 것은 아니다.

유형 05 일대일함수와 일대일대응

[01-03] 집합 X에서 집합 Y로의 대응이 〈보기〉와 같을 때, 해당하는 것만을 있는 대로 모두 골라 써라.

01

〈보기〉

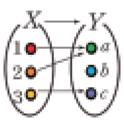
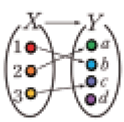
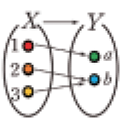
ㄱ.  ㄴ.  ㄷ. 

1) 일대일함수 ( )

2) 일대일대응 ( )

02

〈보기〉

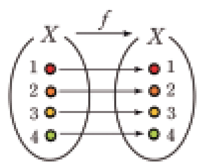
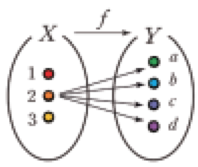
ㄱ.  ㄴ.  ㄷ. 

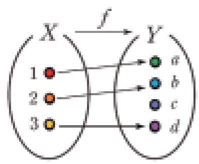
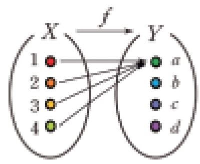
1) 일대일함수 ( )

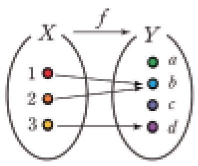
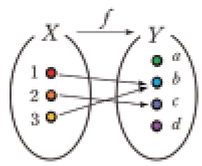
2) 일대일대응 ( )

03

〈보기〉

ㄱ.  ㄴ. 

ㄷ.  ㄹ. 

ㅁ.  ㅂ. 

1) 일대일함수 ( )

2) 일대일대응 ( )

〈 정답과 해설 p. 13 〉

05 중복순열의 뜻

(1) **중복순열** : 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하여 일렬로 배열하는 것

(2) **중복순열의 수** : 중복순열의 가짓수 기호 ${}_n\Pi_r$ 읽기 **n 파이 r**

주의 ${}_n\Pi_r$에서 중복을 허용하므로 $r \geq n$일 수도 있다.

일렬로 배열

${}_n\Pi_r$

서로 다른 것의 개수 (n)

택하는 것의 개수 (r)

유형 06 중복순열의 기호 표현

[01-06] 다음을 중복순열 기호로 나타내어라.

01 ㈎, ㈏, ㈐ 중에서 중복을 허용하여 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수

답 ${}_3\Pi_{\square}$

02 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수

03 a, b, c, d 중에서 중복을 허용하여 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수

04 사과, 배, 딸기 중에서 중복을 허용하여 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 방법의 수

05 서로 다른 사탕 7개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담는 경우의 수 (단, 사탕을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수도 있다.)

06 서로 다른 3통의 편지를 서로 다른 5개의 우체통에 넣는 방법의 수

어떤 것을 n으로 놓을지, 어떤 것을 r로 놓을지 파악이 어렵다면 중복이 가능한 것의 개수를 n으로 놓으면 된다.

[07-12] 다음을 기호 ${}_n\Pi_r$로 나타내어라.

07 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수

답 ${}_{\square}\Pi_5$

08 서로 다른 4개에서 2개를 택하는 중복순열의 수

09 서로 다른 7개에서 10개를 택하는 중복순열의 수

10 서로 다른 4개에서 5개를 택하는 중복순열의 수

11 서로 다른 6개에서 4개를 택하는 중복순열의 수

12 서로 다른 7개에서 3개를 택하는 중복순열의 수

개념 체크

13 **다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.**

(1) [ ] : 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하여 일렬로 배열하는 것

(2) 중복순열의 수 : 중복순열의 가짓수 기호 [ ]

읽기 [ ]

〈 정답과 해설 p. 13~14 〉

06 중복순열의 수

★ 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r = \underbrace{n \times n \times \cdots \times n}_{r\text{개}} = n^r$

예) 서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_2\Pi_3 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

유형 07 중복순열의 계산

[01-06] 다음을 계산하여라.

01 ${}_3\Pi_2$

해 ${}_3\Pi_2 = \boxed{}^{\boxed{}} = \boxed{}$

02 ${}_4\Pi_0$

03 ${}_3\Pi_3$

04 ${}_2\Pi_4$

05 ${}_3\Pi_5$

06 ${}_7\Pi_1$

[07-12] 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 또는 r의 값을 구하여라.

07 ${}_n\Pi_2 = 225$

해 ${}_n\Pi_2 = n^2 = 225 = 15^{\boxed{}}$

$\therefore n = \boxed{}$

08 ${}_n\Pi_3 = 216$

09 ${}_{13}\Pi_r = 169$

10 ${}_2\Pi_r = 32$

11 ${}_3\Pi_r = 243$

12 ${}_n\Pi_r = 256$ (단, $15 < n < 20$)

〈 정답과 해설 p. 14 〉

유형 08 중복순열을 이용한 경우의 수

[13-17] 다음 경우의 수를 구하여라.

13 세 명의 학생이 ○, × 문제에 답할 때 나올 수 있는 경우의 수

해 서로 다른 ○, ×에 대하여 세 사람이 각자 답할 수 있으므로 이것은 $\square$개 중 중복을 허용하여 3개를 뽑아 나열하는 것과 같다.
따라서 구하는 경우의 수는
$\square\Pi_{\square}=\square^{\square}=\square$

14 다섯 명의 학생이 ○, × 문제에 답할 때 나올 수 있는 경우의 수

15 3명의 학생이 A, B, C 세 모둠 중 어느 하나를 선택하는 경우의 수

16 3명의 학생이 A, B, C, D 네 모둠 중 어느 하나를 선택하는 경우의 수

17 서로 다른 3장의 편지를 A, B, C, D 네 편지 봉투 중 어느 하나를 선택하여 넣는 경우의 수

[18-21] 다음 조건을 만족시키는 n의 값을 구하여라.

18 서로 다른 4통의 편지를 서로 다른 n개의 우체통에 넣는 경우의 수가 256이다.

해 서로 다른 n개의 우체통에 서로 다른 4통의 편지를 넣는 경우의 수가 256이므로
$\square\Pi_{\square}=256$, $\square^4=4^{\square}$
$\therefore n=\square$

19 어느 동아리에서 2명의 후보 A, B가 회장 선거에 출마하였을 때, n명의 동아리 회원이 1명의 후보에게 각각 기명으로 투표하는 경우의 수가 512이다. (단, 기권이나 무효표는 없다.)

기명 투표는 선거인이 어느 후보에게 투표를 하였는지 밝히는 경우이므로 선거인이 어느 후보를 뽑았는지 구분이 된다. 기명 투표에 대한 문제가 나오면 중복순열을 이용한다.

20 n명이 가위바위보를 한 번 할 때, 나오는 모든 경우의 수가 81이다.

21 n명의 학생이 각각 검도, 태권도, 볼링, 테니스 중에서 1가지씩 택하여 방과 후 체육 활동을 하는 경우의 수가 1024이다.

n이 미지수로 나온다고 무조건 ${}_n\Pi_r$의 n자리에 놓으면 안된다. 문제에서 제시된 정보 중 중복이 가능한 것의 개수를 Π의 왼쪽에 놓으면 된다.

개념 체크

22 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.

• 중복순열의 수
서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는
${}_n\Pi_r=n\times n\times\cdots\times n=$[ ]

〈 정답과 해설 p. 14~15 〉

07 중복순열의 수 – 특정한 자리를 고정

특정한 자리를 고정하는 중복순열의 수 구하기

① 특정한 자리를 먼저 고정하여 경우의 수를 구한 뒤, 나머지를 배열하는 경우의 수를 구한다.

② 모든 경우의 수에서 반대가 되는 경우의 수를 빼서 경우의 수를 구한다.

유형 09 특정한 자리를 고정하는 중복순열의 수

[01-07] 다음 경우의 수를 구하여라.

01 5개의 문자 e, f, g, h, i에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열할 때, 모음으로 시작하도록 배열하는 경우의 수

해 맨 앞자리에 올 수 있는 문자는 e, i의 2가지

나머지 자리에 5개의 문자 e, f, g, h, i에서 중복을

(허용하여 , 허용하지 않고) $3-\square=\square$(개)를

택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_{\square}\Pi_{\square}=\square^{\square}=\square$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times\square=\square$

02 7개의 문자 i, k, l, m, n, o, p에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열할 때, 모음으로 시작하도록 배열하는 경우의 수

03 8개의 문자 a, b, c, d, e, f, g, h에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 일렬로 배열할 때, 모음으로 시작하도록 배열하는 경우의 수

04 5개의 문자 A, B, C, D, E에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 일렬로 배열할 때, 마지막에 문자 C가 오도록 배열하는 경우의 수

05 4명의 학생이 각각 오징어튀김, 순대꼬치, 떡꼬치 중에서 1개씩 주문할 때, 적어도 1명의 학생이 떡꼬치를 주문하는 경우의 수
(단, 1명도 주문하지 않는 메뉴가 있을 수 있다.)

해 (ⅰ) 4명의 학생이 주문하는 모든 경우의 수

4명의 학생이 각각 $\square$개의 메뉴 중에서 1개씩

주문하는 경우의 수는 ${}_{\square}\Pi_{\square}=\square^{\square}=\square$

(ⅱ) 어느 1명도 떡꼬치를 주문하지 않는 경우의 수

4명의 학생이 떡꼬치를 제외한

$\square-1=\square$(개)의 메뉴 중에서 1개씩

주문하는 경우의 수는 ${}_{\square}\Pi_{\square}=\square^{\square}=\square$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는

((ⅰ)의 경우의 수) − ((ⅱ)의 경우의 수) $=\square$

06 서로 다른 연필 7자루를 서로 다른 2개의 필통에 나누어 담을 때, 각 필통에 적어도 1자루의 연필을 담는 경우의 수

각 필통에 적어도 1자루의 연필을 담는 경우의
반대는 1개의 필통에만 연필을 담는 경우이다.

07 5명의 후보 A, B, C, D, E가 출마한 선거에서 6명의 선거인이 1명의 후보에게 각각 기명으로 투표할 때, 적어도 1명의 선거인이 후보 A에게 투표하는 경우의 수 (단, 기권이나 무효표는 없다.)

개념 체크

08 **다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.**

• 특정한 자리를 고정하는 중복순열의 수 구하기

① 특정한 자리를 [ ] 고정하여 경우의 수를 구한다.

② 모든 경우의 수에서 반대가 되는 경우의 수를 [ ] 경우의 수를 구한다.

〈 정답과 해설 p. 15 〉

학교 시험 기본 문제 단원 마무리 평가

01 합의 법칙과 곱의 법칙 ~
15 같은 것이 있는 순열 - 최단 거리로 가는 경우의 수

01

${}_5\Pi_0+{}_6\Pi_2$의 값은?

① 36 ② 37 ③ 41 ④ 42 ⑤ 51

02

4명의 친구가 점심으로 먹을 음식을 고르려고 한다. 선택할 수 있는 음식은 김밥, 햄버거, 파스타의 3가지이며, 각 친구는 반드시 한 가지 음식을 선택해야 한다. 이때, 4명의 친구가 음식을 고르는 방법의 수는? (단, 같은 음식을 여러 명이 선택해도 괜찮다.)

① 16 ② 27 ③ 64 ④ 81 ⑤ 96

03

3명의 주민이 1층에서 아파트 엘리베이터를 타고 올라갔다. 이들은 6층에서 9층까지 올라가는 동안 어느 한 층에서 내리며 9층에서는 엘리베이터에 남은 주민들이 모두 내린다고 한다. 이때, 내리는 모든 방법의 수는? (단, 중간에 타는 사람은 없으며 어느 한 층에서 모두 내릴 수도 있다.)

① 4 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

04

오른쪽 그림과 같이 주머니 속에 0, 1, 2, 3이 각각 적혀 있는 공 4개가 들어 있다. 주머니에서 한 개의 공을 꺼내어 수를 읽고 다시 집어넣는 과정을 세 번 반복하여 만들어지는 세 자리의 자연수의 개수는?

① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

05

네 개의 숫자 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 4개를 뽑아 만들 수 있는 네 자리 자연수 중에서 4500보다 큰 수의 개수는?

① 160 ② 176 ③ 192 ④ 208 ⑤ 224

06

세 개의 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 4개를 뽑아 네 자리 자연수를 만들 때, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수를 구하여라.

07

두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{6, 7, 8\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f가 $f(3)=6$을 만족시킬 때, 함수 f의 개수는?

① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

08 계산 조심

두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{a, b, c\}$에 대하여 X에서 Y로의 모든 함수의 개수를 α, X에서 Y로의 모든 일대일대응의 개수를 β라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

〈 정답과 해설 p. 26~27 〉

09

어느 성에는 파란 깃발 5개와 흰 깃발 5개, 총 10개의 깃발이 있다. 이 중에서 깃발 5개를 선택한 뒤, 정해진 순서대로 게양하여 성의 상태를 나타낸다고 할 때, 가능한 성의 상태의 총 경우의 수는?

① 4 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

파란 깃발은 B(Blue), 흰 깃발은 W(White)로 놓고
생각하면 BBWWB도 성의 상태를 나타낼 수 있다.

10

그림과 같이 5개의 전구가 일렬로 장치된 신호판이 있다. 이 전구의 켜짐과 꺼짐으로 어떤 신호를 만든다고 할 때, 최대 몇 가지의 신호를 만들 수 있는지 구하여라.

(단, 모두 꺼진 것은 신호에서 제외한다.)

11

두 문자 x, y를 1개 이상 3개 이하로 사용하여 만들 수 있는 서로 다른 신호의 개수는?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

12 생각 더하기

전체집합 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A-B=\{3, 6\}$, $n(A\cup B)=5$가 성립하도록 하는 두 집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는?

① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

13

success의 7개 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는?

① 360 ② 420 ③ 480 ④ 540 ⑤ 600

14

체육대회 응원 구호를 만들기 위해 8글자의 구호를 만들려고 한다. 준비된 알파벳 스티커는 A 스티커 2장, B 스티커 4장, C 스티커 2장이다. 이 스티커들을 모두 사용하여 만들 수 있는 서로 다른 응원 구호의 개수는?

① 380 ② 420 ③ 480 ④ 540 ⑤ 600

15

A, B, C, D, E, F의 6명을 일렬로 세울 때, A, D, F의 3명만 F, D, A의 순서대로 서게 되는 방법의 수는?

① 120 ② 240 ③ 360 ④ 600 ⑤ 720

16 생각 더하기

7장의 카드 ♣ ♣ ♣ ♠ ♠ ♥ ◆를 일렬로 배열할 때, 같은 모양의 카드는 이웃하지 않도록 배열하는 방법의 수는?

① 94 ② 96 ③ 98 ④ 100 ⑤ 102

〈개념 찾아보기〉

차례

Ⅰ-1 중복순열과 같은 것이 있는 순열

01 합의 법칙과 곱의 법칙

▸ p.10

01 답 1) **4가지** 2) **2가지** 3) **0가지** 4) **6가지**

1) 20까지의 수 중 5의 배수는 5, 10, 15, 20으로 4가지이다.

2) 20까지의 수 중 8의 배수는 8, 16으로 2가지이다.

3) 20까지의 수 중 5의 배수이면서 8의 배수는 없으므로 0가지이다.

4) 구하는 경우의 수는 $4+2=6$(가지)

02 답 1) **5가지** 2) **3가지** 3) **1가지** 4) **7가지**

1) 15까지의 수 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15로 5가지이다.

2) 15까지의 수 중 4의 배수는 4, 8, 12로 3가지이다.

3) 15까지의 수 중 3의 배수이면서 4의 배수는 12로 1가지이다.

4) 구하는 경우의 수는 $5+3-1=7$(가지)

03 답 **24가지**

서로 다른 동전 2개와 주사위 1개를 던지므로 전체 경우의 수는

$2\times2\times6=24$(가지)이다.

04 답 **6가지**

동전이 앞면, 앞면 또는 뒷면, 뒷면으로 같은 면이 나오는 경우는 2가지이고, 주사위의 눈이 소수인 경우는 2, 3, 5로 3가지이므로

곱의 법칙에 의하여 $2\times3=6$(가지)이다.

05 답 **30개**

짝수는 일의 자리의 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수이므로 5가지

십의 자리 숫자는 4, 5, 6, 7, 8, 9인 수이므로 6가지

따라서 40 이상의 두 자리 자연수 중에서 짝수의 개수는

$5\times6=30$(개)

06 답 **10개**

5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0, 5인 수이므로 2가지,

십의 자리의 숫자는 2, 3, 4, 5, 6이므로 5가지

따라서 20 이상 70 미만인 두 자리 자연수 중에서 5의 배수의 개수는 $2\times5=10$(개)

02 순열과 조합

▸ p.11

01 답 **3, 6**

02 답 **4, 4, 24**

03 답 **6, 24, 144**

04 답 **432**

남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$(가지)

뽑힌 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4!=24$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $6\times3\times24=432$(가지)이다.

05 답 **216**

남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$(가지)

뽑힌 남학생 2명을 하나로 생각하면 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$(가지)이고 남학생 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 2가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$6\times3\times6\times2=216$(가지)

06 답 **144**

남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$(가지)

뽑힌 남학생 2명, 여학생 2명을 각각 하나로 생각하면 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $2!=2$(가지)이고 각각이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!\times2!=4$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $6\times3\times2\times4=144$(가지)

07 답 **144**

남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

여학생 3명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$(가지)

뽑힌 남학생 2명을 먼저 세우는 방법의 수는 2가지,

그 사이에 여학생을 세우는 방법의 수는

여남여남 또는 남여남여의 2가지이고,

여학생끼리 자리를 바꿀 수 있으므로

$2\times2=4$(가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $6\times3\times2\times4=144$(가지)

03 집합과 함수

▸ p.12

01 답 1) $\{1, 6, 7, 8\}$ 2) $\{1, 2, 3, 7, 8\}$ 3) $\{2, 3\}$
4) $\{6\}$

3) $A\cap B=\{4, 5\}$이므로
$A-B=A-(A\cap B)=\{2, 3\}$
4) $A\cap B=\{4, 5\}$이므로
$B-A=B-(A\cap B)=\{6\}$

02 답 1) $\{5, 7, 13\}$ 2) $\{2, 7, 11\}$ 3) $\{2, 11\}$
4) $\{5, 13\}$

1) $U=\{x\,|\,x$는 14 이하의 소수$\}$
$=\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
이므로 $A^C=\{5, 7, 13\}$
3) $A\cap B=\{3\}$이므로
$A-B=A-(A\cap B)=\{2, 11\}$
4) $A\cap B=\{3\}$이므로
$B-A=B-(A\cap B)=\{5, 13\}$

03 답 $\{-2, -1, \cdots, 3, 4\}$

04 답 $\left\{\sqrt{3}, \sqrt{\frac{5}{2}}, \sqrt{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}, 1, \sqrt{\frac{1}{2}}, 0\right\}$

$-3=-2x^2+3$에서 $2x^2=6$
$x^2=3$ $\quad\therefore x=\sqrt{3}\ (\because x\geq 0)$
$-2=-2x^2+3$에서 $2x^2=5$
$x^2=\frac{5}{2}$ $\quad\therefore x=\sqrt{\frac{5}{2}}\ (\because x\geq 0)$
$-1=-2x^2+3$에서 $2x^2=4$
$x^2=2$ $\quad\therefore x=\sqrt{2}\ (\because x\geq 0)$
$0=-2x^2+3$에서 $2x^2=3$
$x^2=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=\sqrt{\frac{3}{2}}\ (\because x\geq 0)$
$1=-2x^2+3$에서 $2x^2=2$
$x^2=1$ $\quad\therefore x=1\ (\because x\geq 0)$
$2=-2x^2+3$에서 $2x^2=1$
$x^2=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore x=\sqrt{\frac{1}{2}}\ (\because x\geq 0)$
$3=-2x^2+3$에서 $2x^2=0$ $\quad\therefore x=0$

05 답 $\{5, 6, 7, \cdots, 10, 11\}$

$3=|x-2|$에서 $x-2=\pm 3$
$x=2\pm 3$ $\quad\therefore x=5\ (\because x\geq 0)$
$4=|x-2|$에서 $x-2=\pm 4$
$x=2\pm 4$ $\quad\therefore x=6\ (\because x\geq 0)$
$5=|x-2|$에서 $x-2=\pm 5$
$x=2\pm 5$ $\quad\therefore x=7\ (\because x\geq 0)$
$6=|x-2|$에서 $x-2=\pm 6$
$x=2\pm 6$ $\quad\therefore x=8\ (\because x\geq 0)$
$7=|x-2|$에서 $x-2=\pm 7$
$x=2\pm 7$ $\quad\therefore x=9\ (\because x\geq 0)$
$8=|x-2|$에서 $x-2=\pm 8$
$x=2\pm 8$ $\quad\therefore x=10\ (\because x\geq 0)$
$9=|x-2|$에서 $x-2=\pm 9$
$x=2\pm 9$ $\quad\therefore x=11\ (\because x\geq 0)$

04 일대일함수와 일대일대응

▸ p.13

01 답 1) ㄴ, ㄷ 2) ㄴ, ㄷ

02 답 1) ㄴ 2) ×

03 답 1) ㄱ, ㄷ 2) ㄱ

05 중복순열의 뜻

▸ p.14

01 답 $_{3}\Pi_{2}$

$_{3}\Pi_{\boxed{2}}$

02 답 $_{3}\Pi_{3}$

03 답 $_{4}\Pi_{2}$

04 답 $_{3}\Pi_{4}$

05 답 $_{3}\Pi_{7}$

06 답 $_{5}\Pi_{3}$

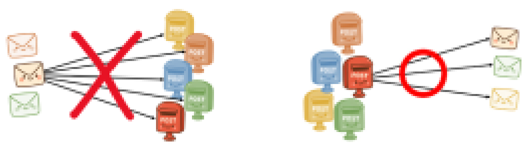
수력 UP

편지와 우체통

어떤 것을 n으로 놓을지, 어떤 것을 r로 놓을지 파악이 어렵고, 중복이 가능한 것의 개수도 애매하다면 그림을 직접 그려보면 판단하기가 쉽다.

중복을 허용하는 것이 편지인지, 우체통인지 직접 그려보자.

편지라면? 우체통이라면?



따라서 중복순열의 수 $_{n}\Pi_{r}$에서 중복을 허용할 수 있는 우체통의 개수가 Π의 왼쪽 자리에 오게 되므로 $_{5}\Pi_{3}$이다.

07 답 $_{3}\Pi_{5}$

$\boxed{3}\Pi_{5}$

08 답 $_4\Pi_2$

09 답 $_7\Pi_{10}$

10 답 $_4\Pi_5$

11 답 $_6\Pi_4$

12 답 $_7\Pi_3$

13 답 (1) 중복순열 (2) $_n\Pi_r$, n 파이 r

06 중복순열의 수

▸ p.15~16

01 답 9

$_3\Pi_2=\boxed{3}^{\boxed{2}}=\boxed{9}$

02 답 1

$_4\Pi_0=4^0=1$

03 답 27

$_3\Pi_3=3^3=27$

04 답 16

$_2\Pi_4=2^4=16$

05 답 243

$_3\Pi_5=3^5=243$

06 답 7

$_7\Pi_1=7$

07 답 $n=15$

$_n\Pi_2=n^2=225=15^{\boxed{2}}$ $\quad\therefore n=\boxed{15}$

08 답 $n=6$

$_n\Pi_3=n^3=216=6^3$ $\quad\therefore n=6$

09 답 $r=2$

$_{13}\Pi_r=13^r=169=13^2$ $\quad\therefore r=2$

10 답 $r=5$

$_2\Pi_r=2^r=32=2^5$ $\quad\therefore r=5$

11 $r=5$

$_3\Pi_r=3^r=243=3^5$ $\quad\therefore r=5$

12 답 $n=16$, $r=2$

$_n\Pi_r=n^r=256=16^2\ (\because 15<n<20)$ $\quad\therefore n=16, r=2$

13 답 8

서로 다른 ○, ×에 대하여 세 사람이 각자 답할 수 있으므로 이것은 $\boxed{2}$개 중 중복을 허용하여 3개를 뽑아 나열하는 것과 같다.

따라서 구하는 경우의 수는 $_{\boxed{2}}\Pi_{\boxed{3}}=\boxed{2}^{\boxed{3}}=\boxed{8}$

14 답 32

서로 다른 ○, ×에 대하여 다섯 사람이 각자 답할 수 있으므로 이것은 2개 중 중복을 허용하여 5개를 뽑아 나열하는 것과 같다.

따라서 구하는 경우의 수는

$_2\Pi_5=2^5=32$

15 답 27

A, B, C 세 모둠 중 세 명의 학생들이 각각 선택할 모둠 세 개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 구하는 경우의 수는

$_3\Pi_3=3^3=27$

16 답 64

A, B, C, D 네 모둠 중 세 명의 학생들이 각각 선택할 모둠 세 개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 구하는 경우의 수는

$_4\Pi_3=4^3=64$

17 답 64

A, B, C, D 네 편지봉투 중 세 개를 뽑아 나열하는 것과 같으므로 구하는 경우의 수는

$_4\Pi_3=4^3=64$

수력 UP

편지봉투와 편지지

어떤 것을 n으로 놓을지, 어떤 것을 r로 놓을지 파악이 어렵고, 중복이 가능한 것의 개수도 애매하다면 그림을 직접 그려보면 판단하기가 쉽다.

중복을 허용하는 것이 편지지인지, 편지봉투인지 직접 그려보자.

편지지라면? 편지봉투라면?

따라서 중복순열의 수 $_n\Pi_r$에서 중복을 허용할 수 있는 편지봉투의 개수가 Π의 왼쪽 자리에 오게 되므로 $_4\Pi_3$이다.

18 답 4

서로 다른 n개의 우체통에 서로 다른 4통의 편지를 넣는 경우의 수가 256이므로

$_{\boxed{n}}\Pi_{\boxed{4}}=256$, $\boxed{n}^4=4^{\boxed{4}}$ $\quad\therefore n=\boxed{4}$

19 답 9

n명의 동아리 회원이 각각 2명의 후보 중에서 1명을 택하여 기명으로 투표하는 경우의 수가 512이므로

${}_2\Pi_n=2^n=512=2^9$

$\therefore n=9$

20 답 4

n명이 가위바위보를 한 번 할 때, 나오는 모든 경우의 수가 81이므로

${}_3\Pi_n=3^n=81=3^4$

$\therefore n=4$

21 답 5

n명의 학생이 각각 검도, 태권도, 볼링, 테니스 중에서 1가지씩 택하여 방과 후 체육 활동을 하는 경우의 수가 1024이므로

${}_4\Pi_n=4^n=1024=2^{10}=4^5$

$\therefore n=5$

22 답 n^r

07 중복순열의 수 – 특정한 자리를 고정 ▸ p.17

01 답 50

맨 앞자리에 올 수 있는 문자는 e, i의 2가지

나머지 자리에 5개의 문자 e, f, g, h, i에서 중복을

(허용하여, 허용하지 않고) $3-\boxed{1}=\boxed{2}$(개)를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_{\boxed{5}}\Pi_{\boxed{2}}=\boxed{5}^{\boxed{2}}=\boxed{25}$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times\boxed{25}=\boxed{50}$

02 답 98

맨 앞자리에 올 수 있는 문자는 i, o의 2가지

나머지 자리에 7개의 문자 i, k, l, m, n, o, p에서 중복을 허용하여 $3-1=2$(개)를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_7\Pi_2=7^2=49$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times49=98$

03 답 1024

맨 앞자리에 올 수 있는 문자는 a, e의 2가지

나머지 자리에 8개의 문자 a, b, c, d, e, f, g, h에서 중복을 허용하여 $4-1=3$(개)를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_8\Pi_3=8^3=512$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times512=1024$

04 답 125

마지막에 문자 C가 오도록 하는 경우의 수는 1

나머지 자리에 5개의 문자 A, B, C, D, E에서 중복을 허용하여 $4-1=3$(개)를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_5\Pi_3=5^3=125$

따라서 구하는 경우의 수는 $1\times125=125$

05 답 65

(i) 4명의 학생이 주문하는 모든 경우의 수

4명의 학생이 각각 $\boxed{3}$개의 메뉴 중에서 1개씩 주문하는 경우의 수는 ${}_{\boxed{3}}\Pi_{\boxed{4}}=\boxed{3}^{\boxed{4}}=\boxed{81}$

(ii) 어느 1명도 떡꼬치를 주문하지 않는 경우의 수

4명의 학생이 떡꼬치를 제외한 $\boxed{3}-1=\boxed{2}$(개)의 메뉴 중에서 1개씩 주문하는 경우의 수는 ${}_{\boxed{2}}\Pi_{\boxed{4}}=\boxed{2}^{\boxed{4}}=\boxed{16}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

((i)의 경우의 수)$-$((ii)의 경우의 수)$=\boxed{65}$

06 답 126

(i) 연필을 필통에 나누어 담는 모든 경우의 수

${}_2\Pi_7=2^7$

(ii) 1개의 필통에만 연필을 모두 담는 경우의 수

2

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

((i)의 경우의 수)$-$((ii)의 경우의 수)

$=2^7-2=2(2^6-1)$

$=126$

07 답 11529

(i) 6명의 선거인이 기명으로 투표하는 모든 경우의 수

${}_5\Pi_6=5^6$

(ii) 어느 1명의 선거인도 후보 A에게 투표하지 않는 경우의 수

${}_4\Pi_6=4^6$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

((i)의 경우의 수)$-$((ii)의 경우의 수)

$=5^6-4^6=(5^3)^2-(4^3)^2$

$=(5^3+4^3)(5^3-4^3)$

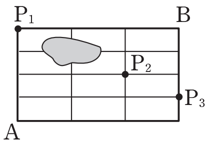
$=(125+64)(125-64)$

$=189\times61$

$=11529$

08 답 먼저, 빼서

15 답 23



$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B:\ 1\times1=1$

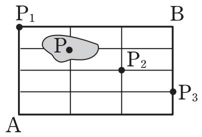
$A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B:\ \dfrac{4!}{2!\times2!}\times\dfrac{3!}{2!}=18$

$A \longrightarrow P_3 \longrightarrow B:\ \dfrac{4!}{3!}\times1=4$

따라서 A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$1+18+4=23$

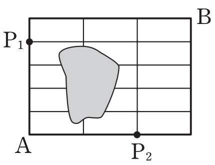
[다른 풀이]



A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 왼쪽 그림의 점 P를 지나는 최단 거리로 가는 경우의 수를 빼자.

$\dfrac{7!}{4!\times3!}-\dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{3!}{2!}=35-4\times3=23$

16 답 10

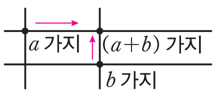


$A \longrightarrow P_1 \longrightarrow B:\ 1\times\dfrac{4!}{3!}=4$, $A \longrightarrow P_2 \longrightarrow B:\ 1\times\dfrac{6!}{5!}=6$

따라서 A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

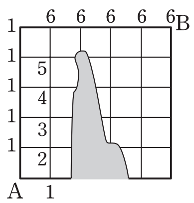
$4+6=10$

수력 UP



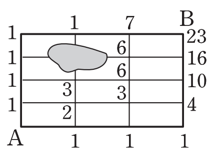
• 임을 이용하여 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하자.

14



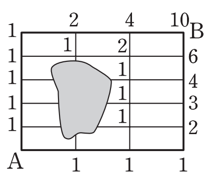
∴ 6가지

15



∴ 23가지

16



∴ 10가지

17 답

(1) $\dfrac{(p+q)!}{p!\times q!}$ (2) $\dfrac{(p+q)!}{p!\times q!}\times\dfrac{(p'+q')!}{p'!\times q'!}$

(3) $\dfrac{(P+Q)!}{P!\times Q!}-\dfrac{(p+q)!}{p!\times q!}\times\dfrac{(p'+q')!}{p'!\times q'!}$

단원 마무리 평가 [01~15]

▸문제편 p.33~35

01 답 ②

${}_5\Pi_0+{}_6\Pi_2=5^0+6^2=1+36=37$

02 답 ④

4명의 친구가 서로 다른 3개의 음식 중에 중복을 허용하여 선택할 수 있으므로 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같다.

$\therefore {}_3\Pi_4=3^4=81$

03 답 ④

6, 7, 8, 9층의 4개 중 중복을 허용하여 3개를 선택하는 중복순열의 수이므로 ${}_4\Pi_3=4^3=64$

04 답 ③

백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3의 3가지이다.

이 각각에 대하여 십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2, 3의 숫자가 중복하여 올 수 있으므로 경우의 수는 ${}_4\Pi_2$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$3\times{}_4\Pi_2=3\times4^2=48$

[다른 풀이]

(i) 네 개의 숫자에서 중복을 허용하여 세 개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 ${}_4\Pi_3$이다.

(ii) 맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 ${}_4\Pi_2$이다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

((i)의 경우의 수)−((ii)의 경우의 수)

$={}_4\Pi_3-{}_4\Pi_2=4^3-4^2=48$

05 답 ①

4500보다 큰 수의 개수는 다음과 같다.

(i) 45□□ 꼴인 경우 : ${}_4\Pi_2=4^2=16$

(ii) 46□□ 꼴인 경우 : ${}_4\Pi_2=4^2=16$

(iii) 5□□□ 꼴인 경우 : ${}_4\Pi_3=4^3=64$

(iv) 6□□□ 꼴인 경우 : ${}_4\Pi_3=4^3=64$

(i)~(iv)에 의하여

4500보다 큰 수의 개수는

$16+16+64+64=160$

06 답 50

세 개의 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 4개를 뽑아 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 ${}_3\Pi_4=3^4=81$

(i) 1이 포함되지 않은 네 자리 자연수의 개수는

${}_2\Pi_4=2^4=16$

(ii) 2가 포함되지 않은 네 자리 자연수의 개수는

${}_2\Pi_4=2^4=16$

(iii) 1과 2가 모두 포함되지 않은 자연수의 개수는 1

(i)~(iii)에 의하여

구하는 자연수의 개수는 $81-(16+16-1)=50$

07 답 ③

$f(3)=6$이므로 집합 X에서 3을 제외한 각 원소 1, 2, 4에 대응하는 집합 Y의 원소를 순서대로 □, □, □에 배열하면 각 □에는 Y의 세 원소 중에서 임의의 원소가 들어갈 수 있다.

따라서 세 원소 6, 7, 8 중에서 중복을 허용하여 3개를 뽑는 중복순열의 수와 같으므로

구하는 함수 f의 개수는 ${}_3\Pi_3=3^3=27$

08 답 ④

(i) 모든 함수의 개수

집합 Y의 원소 3개에서 중복을 허용하여 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$\alpha={}_3\Pi_3=3^3=27$

(ii) 일대일대응의 개수

$\beta=3\times2\times1=6$

(i), (ii)에서 $\alpha+\beta=27+6=33$

09 답 ③

파란 깃발은 B(Blue), 흰 깃발은 W(White)로 놓고, B 또는 W 5개로 된 문자를 만드는 경우의 수는 중복순열을 이용한다.

따라서 구하는 경우의 수는

${}_2\Pi_5=2^5=32$

10 답 31

한 개의 전구로 만들 수 있는 신호의 개수는 2이므로 다섯 개의 전구로 만들 수 있는 신호의 개수는 $2^5=32$

이때, 모두 꺼진 것은 신호에서 제외하므로 만들 수 있는 최대의 신호의 개수는 $32-1=31$

11 답 ①

문자 x, y에서 중복을 허용하여

(i) 1개를 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는

${}_2\Pi_1=2^1=2$

(ii) 2개를 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는

${}_2\Pi_2=2^2=4$

(iii) 3개를 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는

${}_2\Pi_3=2^3=8$

(i)~(iii)에 의하여 구하는 서로 다른 신호의 개수는

$2+4+8=14$

12 답 ④

$n(S)=7$, $n(A\cup B)=5$이므로 $n((A\cup B)^C)=7-5=2$

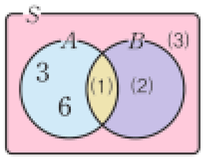
이때, $A-B=\{3, 6\}$이므로 $(A\cup B)^C$의 원소는 1, 2, 4, 5, 7 중 2개를 선택하면 된다.

5개의 원소 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2=10$

이 각각의 경우에 대하여 나머지 3개는 두 집합 $B-A$ 또는 $A\cap B$의 원소이므로 두 집합에서 중복을 허용하여 3개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는 ${}_2\Pi_3=2^3=8$

따라서 구하는 순서쌍 (A, B)의 개수는 $10\times8=80$

[다른 풀이]



영역 (1)의 원소 개수	영역 (2)의 원소 개수	영역 (3)의 원소 개수	가능한 경우의 수
0	3	2	${}_5C_3={}_5C_2=10$
1	2	2	${}_5C_1\times{}_4C_2=5\times6=30$
2	1	2	${}_5C_2\times{}_3C_1=10\times3=30$
3	0	2	${}_5C_3={}_5C_2=10$

따라서 구하는 순서쌍 (A, B)의 개수는

$10+30+30+10=80$

13 답 ②

s, s, s, c, c, u, e의 문자 7개 중 s가 3개, c가 2개 있으므로

구하는 방법의 수는 $\dfrac{7!}{3!\times2!}=\dfrac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1\times2\times1}=420$

14 답 ②

구하는 개수는 A, A, B, B, B, B, C, C를 일렬로 나열하는 방법의 수이므로

$\dfrac{8!}{2!\times4!\times2!}=\dfrac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times4\times3\times2\times1\times2\times1}=420$

15 답 ①

F, D, A를 각각 X라 하자.

X, B, C, X, E, X를 배열한 후 X자리에 순서대로 F, D, A를 세우면 되므로 같은 것이 있는 순열을 이용한다.

따라서 A, B, C, D, E, F를 일렬로 세울 때, F, D, A의 순서대로 서게 되는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{3!}=\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}=120$

16 답 ②

7장의 카드를 일렬로 배열하는 방법의 수는

$\frac{7!}{3!\times 2!}=\frac{7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{3\times 2\times 1\times 2\times 1}=420$

(ⅰ) $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하게 배열하는 방법의 수

여사건인 $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하지 않게 배열하는 방법의 수를 구하여 제외하면 된다.

먼저 $\boxed{\spadesuit}$, $\boxed{\spadesuit}$, $\boxed{\heartsuit}$, $\boxed{\diamondsuit}$를 배열하는 방법의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$

양 끝과 사이사이의 5칸 중 3칸을 골라 $\boxed{\clubsuit}$를 한 장씩 넣는 방법의 수는 ${}_5C_3={}_5C_2=10$

즉, $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하지 않게 배열하는 방법의 수는

$12\times 10=120$

따라서 $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하는 방법의 수는 여사건을 이용하면

$420-120=300$

(ⅱ) $\boxed{\spadesuit}$이 이웃하게 배열하는 방법의 수

$\frac{6!}{3!}=\frac{6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{3\times 2\times 1}=120$

(ⅲ) $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하고, $\boxed{\spadesuit}$이 이웃하게 배열하는 방법의 수

[$\boxed{\spadesuit}$, $\boxed{\spadesuit}$]를 한 묶음으로 보고 배열하는 전체 방법의 수는

$\frac{6!}{3!}=120$

이때, $\boxed{\clubsuit}$, $\boxed{\clubsuit}$, $\boxed{\clubsuit}$ 중 적어도 2개가 이웃하도록 배열하는 사건의 여사건인 $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하지 않게 배열하는 방법의 수를 구하여 제외하면 된다.

[$\boxed{\spadesuit}$, $\boxed{\spadesuit}$]를 한 묶음으로 보고 [$\boxed{\spadesuit}$, $\boxed{\spadesuit}$], $\boxed{\heartsuit}$, $\boxed{\diamondsuit}$를 배열하는 방법의 수는 $3!=6$

양 끝과 사이사이의 4칸 중 3칸에 $\boxed{\clubsuit}$를 한 장씩 넣어 배열하는 방법의 수는 ${}_4C_3={}_4C_1=4$

즉, $\boxed{\clubsuit}$이 이웃하지 않게 배열하는 방법의 수는 $6\times 4=24$

따라서 $\boxed{\clubsuit}$끼리 이웃하고, $\boxed{\spadesuit}$끼리 이웃하는 방법의 수는 여사건을 이용하면 $120-24=96$

(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 구하는 방법의 수는

$420-(300+120-96)=96$

17 답 ①

2, 2, 3, 3, 5를 나열하는 방법의 수와 같으므로

$\frac{5!}{2!\times 2!}=\frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{2\times 1\times 2\times 1}=30$

18 답 ②

맨 앞자리에 0이 오는 경우는 여섯 자리 자연수가 아니므로 구하는 자연수의 개수는

$\frac{6!}{3!\times 2!}-\frac{5!}{3!\times 2!}=\frac{6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{3\times 2\times 1\times 2\times 1}-\frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{3\times 2\times 1\times 2\times 1}$

$=60-10=50$

19 답 630

0부터 9까지의 10개의 숫자 중 두 종류의 숫자를 선택하는 방법의 수는 ${}_{10}C_2$이다.

이때, 선택한 숫자를 a, b라 하자.

(ⅰ) a, a, a, b 또는 b, b, b, a로 만들 수 있는 비밀번호의 개수는

$\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{3!}=4+4=8$

(ⅱ) a, a, b, b로 만들 수 있는 비밀번호의 개수는

$\frac{4!}{2!\times 2!}=\frac{4\times 3\times 2\times 1}{2\times 1\times 2\times 1}=6$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 만들 수 있는 비밀번호의 개수는

${}_{10}C_2\times(8+6)=\frac{10\times 9}{2\times 1}\times 14=630$

20 답 ②

4의 약수 1, 2, 4는 짝수 번째에 오므로

홀 짝 홀 짝 홀 짝

짝수 번째의 3개의 자리에 1, 2, 4를 놓는 방법의 수는 ${}_3P_3$

나머지 3개의 숫자 3, 3, 5를 남은 3개의 자리에 넣는 방법의 수는 $\frac{3!}{2!}$ $\quad\therefore {}_3P_3\times\frac{3!}{2!}=6\times 3=18$

21 답 ②

A지점에서 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times 2!}=6$

P지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $2!=2$

따라서 구하는 최단 거리로 가는 경우의 수는

$6\times 2=12$

22 답 ①

A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{8!}{5!\times 3!}=\frac{8\times 7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{5\times 4\times 3\times 2\times 1\times 3\times 2\times 1}=56$

A지점에서 C지점을 거쳐서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}\times\frac{5!}{3!\times 2!}=\frac{3\times 2\times 1}{2\times 1}\times\frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{3\times 2\times 1\times 2\times 1}$

$=3\times 10=30$

따라서 구하는 최단 거리로 가는 경우의 수는

$56-30=26$

23 답 ④

오른쪽 그림에서

(ⅰ) A ⟶ P ⟶ B인 경우

$1\times 1=1$