

학교시험에 반드시 출제되는 핵심 유형 기출 문제 1085제 수록

고교 학점제 실시!!

내신 5등급제 실시!!

자이스토리는

새로운 내신 등급에 꼭맞는 핵심 유형을

세밀하게 분류하고 자주 출제되는

기출 문제를 엄선하여 수록했습니다.

이 문제들만 충분히 연습하면

내신 1 등급은 쉽게 이룰 수 있습니다.

또한, 자이스토리만의 꼼꼼한 문제 분석과 풍부한 보충 첨삭 해설은
문제를 풀어가면서 동시에 개념과 유형을 자연스럽게
익힐 수 있도록 도와줍니다.

특별한 사람만이 수학을 좋아하고 잘하는 것이 아닙니다.
개념을 바르게 이해하고, 쉬운 문제부터 단계를 밟아 기본을 다지면
수학은 어느새 재미있는 과목이 되어 있을 것입니다.

어떤 목표를 달성하는 데 가장 중요한 것은 자신감이라고 하지요?
해낼 수 있다는 자신감을 갖고 자이스토리와 함께 하면
수학 1 등급을 반드시 이룰 수 있습니다.

- 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 -

학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [27일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헛갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A01~47		월 일	월 일
2	48~77		월 일	월 일
3	B01~52		월 일	월 일
4	53~91		월 일	월 일
5	92~105		월 일	월 일
6	C01~54		월 일	월 일
7	55~97		월 일	월 일
8	98~123		월 일	월 일
9	D01~50		월 일	월 일
10	51~78		월 일	월 일
11	79~101		월 일	월 일
12	E01~50		월 일	월 일
13	51~85		월 일	월 일
14	F01~56		월 일	월 일
15	57~97		월 일	월 일
16	98~121		월 일	월 일
17	G01~49		월 일	월 일
18	50~95		월 일	월 일
19	96~123		월 일	월 일
20	H01~56		월 일	월 일
21	57~99		월 일	월 일
22	100~138		월 일	월 일
23	I01~52		월 일	월 일
24	53~96		월 일	월 일
25	97~125		월 일	월 일
26	J01~54		월 일	월 일
27	55~87		월 일	월 일



- 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학년이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) - 도끼를 갈아 비늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이를 수 있음을 비유하는 말)



집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교	홍지우 안양 평촌고등학교	김 준 인천 쫄에듀학원	정석균 천안 힐베르트 수학과학원
배수나 가인아카데미	황광희 시흥 시흥고등학교	박경희 화성 대치정인학원	채송화 부산 채송화수학
이종석 일등급 수학 저자	수경 수학 콘텐츠 연구소	신은숙 서울 펜타곤학원	홍영표 안양 더큰꿈학원
신건률 대치 다원교육		유대호 평촌 플랜지에듀	황선아 수원 서나학원
장철희 서울 보성고등학교	[다른 풀이 집필]	유재영 평택 비전고등학교	
전경준 서울 풍문고등학교	강 현 경주 비상아이비츠 강현학원	이보형 성남 매스코드학원	
최대철 서울 인창고등학교	곽웅수 광주 카르페영수학원	이세복 서울 일타수학학원	
홍지언 부산대학교 수학 박사과정	김리안 인천 수리안학원	전승환 안양 공줄학원	
	김예진 경남 수능수학 전문컨설팅	정경애 대구 수투스학학원	

개념&문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널



셀프수학

[특별 감수진]

박경문 전주 해성중학교	유재영 안성 경기창조고등학교	이용환 원주 원주여자고등학교	장용준 의정부 상우고등학교
박주현 서울 장훈고등학교	윤지원 인천 송도일프로팀수학	이윤희 인천 송덕여자중학교	조현정 서울 동덕여자고등학교
신창훈 광주 송원고등학교	이승주 인천 명신여자고등학교	이준형 사천 사천고등학교	

[감수진]

강동운 제주 이엠스쿨	류세정 대전 피톤치드수학학원	유두열 파주 열린학원	정영진 수원 공부의자신감학원
강동은 서울 반포세정학원	박경수 서울 제이에스학원	윤현선 목포 채움수학학원	조주희 서울 대치파인만수학원
강연호 고양 일산유트엠학원	박미옥 목포 폴리아학원	윤희용 부천 매트릭스학원	조형두 서울 잇올스파르타대치센터
곽경은 인천 쫄에듀학원	박소영 대전 둔산값은생각	이경수 부산 경수학	주태빈 군포 산본수학을권하다학원
곽재혁 파주 유트엠수학학원	박시현 청주 성호학원	이기용 제주 재동학원	최세남 서울 엑시엄수학학원
권기영 서울 목동커스텀수학학원	박신태 수원 디엘수학전문학원	이서윤 화성 동탄곰수학학원	최은미 서울 위플라이수학
권용식 광주 와이엠수학전문학원	박영언 의정부 멘토학원	이성준 대구 공감수학학원	최정은 대구 수본수학학원
김기덕 서울 메가매스수학학원	박종범 용인 상현돌격수학학원	이세연 의정부 에이스인학원	최진수 인천 루원로드맵수학학원
김대식 하남 하남고등학교	방성익 시흥 초고수수학학원	이승현 고양 일산곰수학M학원	함민호 서울 뉴파인마포고등관
김봉섭 부산 한수위수학전문학원	배민정 부산 엠제이수학학원	이유환 부산 이유헌수학학원	홍성문 시흥 홍성문수학학원
김선화 광주 풍암필즈수학학원	백은지 부산 백퍼센트수학학원	이준석 서울 이가수학학원	홍성주 서울 목동굿매스
김슬기 대전 매쓰플랜수학학원반석	서상현 서울 버팀수학	이창길 광주 이창길수학학원	
김윤경 구리 국빈수학학원	서영덕 진주 탑엔탑학원	이충열 인천 루원로드맵수학학원	
김주은 서울 쫄에듀학원	서예지 군포 고밀도학원	이태권 대구 보담학원	
김주진 전주 M진수학학원	서원준 서울 잠실시그마수학학원	이현석 서울 강서풀수학	
김지훈 서울 까꿍수학	서한삼 광주 퍼스트수학학원	이현재 세종 물입수학전문학원	
김태은 용인 수지수학의아침	신정식 서울 미래탐구오목캠퍼스	이효상 부산 미래EMS학원	
김현석 서울 1타수학목동관학원	신지현 서울 대치미래탐구	장길하 서울 새움수학원	[My Top Secret 집필]
김홍만 울산 멘토링단과학원	신진아 양평 에듀셀파기숙학원	장민희 청주 아인학원	곽지훈 서울대 수학교육과
남인제 대구 미스매쓰수학학원	/남양주신수학	장성인 부산 노마드수학전문학원	김진형 서울대 약학과
렴영순 인천 이털교육학원	여원구 제주 피드백수학전문학원	전준혁 서울 카이만수학학원	정서린 서울대 약학과
			정호재 서울대 경제학부
			황대운 서울대 수리과학부

차례 [총 179개 유형]

I 도형의 방정식

A 평면좌표 - 11개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	10
내신+학평 유형 스토리	12
서술형 스토리	22
1등급 고난도 스토리	23

B 직선의 방정식 - 18개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	26
내신+학평 유형 스토리	30
서술형 스토리	45
1등급 고난도 스토리	46

C 원의 방정식 - 19개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	48
내신+학평 유형 스토리	52
서술형 스토리	70
1등급 고난도 스토리	71
동아리 소개 / 중앙대 중앙상추	72

D 도형의 이동 - 13개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	74
내신+학평 유형 스토리	78
서술형 스토리	90
1등급 고난도 스토리	91
동아리 소개 / 카이스트 KAKI	92

II 집합과 명제

E 집합의 뜻과 표현 - 13개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	94
내신+학평 유형 스토리	98
서술형 스토리	106
1등급 고난도 스토리	107
동아리 소개 / 서울대 GLEAP	108

F 집합의 연산 - 17개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	110
내신+학평 유형 스토리	114
서술형 스토리	130
1등급 고난도 스토리	131
동아리 소개 / 성균관대 성균지	132

G 명제 - 25개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	134
내신+학평 유형 스토리	138
서술형 스토리	155
1등급 고난도 스토리	156

Ⅲ 함수와 그래프

H 함수 - 25개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	158
내신+학평 유형 스토리	162
서술형 스토리	181
1등급 고난도 스토리	182

I 유리식과 유리함수 - 21개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	184
내신+학평 유형 스토리	186
서술형 스토리	202
1등급 고난도 스토리	203
동아리 소개/ 고려대 Korea Tigers	204

J 무리식과 무리함수 - 17개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제	206
내신+학평 유형 스토리	208
서술형 스토리	218
1등급 고난도 스토리	219

빠른 정답 찾기 220

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

셀프수학





완벽한 개념 이해, 핵심 기출 유형 문제 훈련으로 내신

1등급 완성

1 개념 스토리+개념 확인 문제

공통수학2에서 꼭 알아야 하는 중요한 교과서 개념을 쉽게 이해되도록 설명하였습니다. 또한, 개념과 공식을 확실히 자신의 것으로 만들 수 있는 개념 확인 문제를 함께 수록했습니다.

- **중요도** 🌟🌟🌟: 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- **개념 확인 문제**: 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제로 구성

개념 스토리

개념 확인 문제

중요도 🌟🌟🌟

1 두 점 사이의 거리 - 유형 01-05

(1) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 특히, 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

(참고) 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 의하여 $AB^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ $\therefore AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(2) 같은 거리에 있는 점의 좌표

(1) 구하고자 하는 점의 좌표를 미지수로 나타낸다.

(a) x 축 위에 있다. $\Rightarrow (a, 0)$ y 축 위에 있다. $\Rightarrow (0, b)$ 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위에 있다. $\Rightarrow (c, f(c))$

(a) 두 점 사이의 거리 공식을 활용하여 식을 세우고 방

2 선분의 내분점 - 유형 06-08

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0, n>0$)으로 내분하는 점 P 와 하면 $P(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n})$

3 평면좌표의 활용

[A07~A08] 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 2)$ 와 $B(3, 1)$ 를 잇는 선분의 중점을 구하시오.

A07 AB 를 5:3으로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하시오.

A08 좌표평면 위의 두 점 $A(a, 3)$, $B(4, 0)$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오.

[A09~A10] 좌표평면 위의 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표를 구하시오.

A09 $A(3, 1)$, $B(2, 6)$, $C(7, 2)$

- **QR 코드**: 수학 전문 강사의 생생한 개념 강의를 통해 완벽한 개념 학습을 할 수 있도록 하였습니다.

2 내신+학평 유형 스토리

개념에 따른 유형을 자세히 공부할 수 있도록 학교 시험이나 학력평가에서 출제되었던 문제들을 촘촘하게 세분화하여 개념순, 난이도 순으로 수록하였습니다.

- **유형 정리**: 시험에서 출제되었던 모든 유형을 제시하여 효과적이고 완벽한 유형 분석을 할 수 있도록 하였습니다.
- **Tip**: 유형에 따라 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR 코드**: 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

중요도 🌟🌟🌟

개념 확인 문제

중요도 🌟🌟🌟

1 두 점 사이의 거리 + 3 평면좌표의 활용

유형 01 두 점 사이의 거리

(1) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(2) 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

Tip: 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 좌표평면에서 AB 를 빗변으로 하는 직각삼각형을 그렸을 때, 피타고라스 정리를 적용한 것이다.

A16 ★☆☆

그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 3)$, $B(2, 0)$ 을 잇는 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 에 대하여 OC 의 길이를 구하시오. (단, O 는 원점이고, 점 C 는 제1사분면 위의 점이다.) (4점)

A13 ☆☆☆

2024년 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 두 점 $A(1, 3)$, $B(2, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{17}$ 일 때, 양수 a 의 값은? (3점)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

A14 ☆☆☆

2022년 9월 학평 25(고1)

좌표평면 위에 두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$ 가 있다. 선분 AB 의 길이를 l 이라 할 때, 실수 t 에 대하여 l 의 최솟값을 구하시오. (3점)

A17 ☆☆☆

2019년 9월 학평

이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점 P , Q 에서 만난 점 P 가 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점일 때, 선분 PQ 의 길이는? (단, k 는 상수이다.) (3점)

① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

3 서술형 스토리 - 단계별 문제해결 방법 제시

학교시험에서 출제되는 다양한 서술형 문제를 단계적으로 풀어나가는 과정을 제시하여 서술형 문제에 대한 자신감을 얻을 수 있게 구성하였습니다.

단계별 서술하기 + 스스로 서술하기

중요도 🌟🌟🌟

개념 확인 문제

중요도 🌟🌟🌟

A68 ★☆☆

좌표평면 위의 두 점 $A(3, 2)$, $B(-4, 5)$ 에 대하여 $AC=BC$ 를 만족하는 점 C 가 직선 $y=x-2$ 위의 점일 때, 원점 O 에서 점 C 까지의 거리를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st 직선 위의 점 C 의 좌표를 한 문자로 나타내시오.

2nd $AC=BC$ 임을 이용하여 점 C 의 좌표를 구하시오.

3rd OC 의 길이를 구하시오.

A70 ★☆☆

두 점 $A(3, 2)$, $B(-3, -1)$ 을 이은 선분 AB 를 2:3으로 내분하는 점을 E 라 하자. 직선 $y=mx-2$ 가 점 E 를 지날 때, 상수 m 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A71 ★☆☆

두 점 $A(-4, -3)$, $B(1, -1)$ 에 대하여 점 $C(a, 3)$ 이 $AC=2BC$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, 점 C 는 두 점 A 와 B 를 이은 선분 위에 있고, 점 C 는 점 A 도 아니고 점 B 도 아니다.) (10점)

- **난이도**: 🌟🌟🌟 - 기본 문제, 🌟🌟🌟 - 중급 문제, 🌟🌟🌟 - 중상급 문제, 🌟🌟🌟 - 상급 문제

- **출처표시**: 수능, 평가원 - 대비연도, 학력평가 - 실시연도
 - **2025대비 수능(나) 22번**: 2024년 11월에 실시한 수능
 - **2024실시 6월 학평 16(고1)**: 2024년 6월에 실시한 학력평가
 - **2023실시 3월 학평 10(고2)**: 2023년 3월에 실시한 학력평가
 - **표시 없는 문제**: 기출 변형 문제

- **최다출제**: 내신, 학평에서 가장 출제율이 높은 문제
- **신유형**: 최근 내신+학평에서 출제되는 새로운 유형의 문제
- **필수**: 유형 학습을 위해 꼭 확인 해야 하는 문제
- **중요**: 시험에 반드시 출제되는 중요 유형 체크



4 1등급 고난도 스토리 - 2등급 대비+1등급 대비

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 난이도 순으로 배열하여 종합적인 사고력과 응용력을 길러서 반드시 수학 1등급을 달성할 수 있도록 구성했습니다.

★ **1등급 대비** : 정답률이 20% 이하인 문제로, 1등급을 가르는 최고난도 문제

★ **2등급 대비** : 정답률이 21%~35%인 문제로, 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 최상급 문제

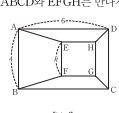
1등급 고난도 스토리

A73 ☆ 2등급 대비

좌표평면 위에 원점 O와 점 A(1, 3)을 이은 선분 OA를 한 변으로 하는 정삼각형 OAB를 만들 때, 가능한 모든 점 B의 y좌표의 합을 구하시오. (4점)

A75 ☆ 2등급 대비

그림은 가로의 길이, 세로의 길이가 각각 6, 4인 직사각형 ABCD의 내부에 한 변의 길이가 k(0 < k < 4)인 정사각형 EFGH를 AB와 EF가 평행하도록 그린 것이다. [보기] 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 두 사각형 ABCD와 EFGH는 만나지 않는다.) (4점)



5 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설

A 124 정답 135 1등급 대비 [정답률 18%]

★ 일문제와 삼각비를 이용하여 사다리꼴의 넓이 구하기 [유형 10]

1등급? 이 문제의 조건을 해석하여 함수의 그래프를 추론하는 문제이다. 이차함수가 정할 때의 개념을 이해해야 하고, 함수의 최댓값과 최솟값의 지수에 따른 특징을 정확히 알고 있어야 조건을 해석할 수 있다.

단서+발상

1등급 먼저 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 $(0, 0)$ 에서 x축에 접한다는 것은 $x=0$ 인 지점에서 $f(x)$ 가 x축과 한 점에서 만난다는 것이다. $f(x)$ 의 이차항의 계수를 미지수로 설정한다. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 이차함수이므로 $f(x)+g(x)$ 의 식은 이차 이항의 식으로 나온다는 것을 알 수 있다. $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 양수, $g(x)$ 의 최고차항의 계수는 음수이므로 $f(x)$ 의 최솟값과 $g(x)$ 의 최댓값 사이에 존재한다. $f(22)+g(22)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 미지수의 값을 구한 범위 내에서 대입하면 된다.

My Top Secret

서울대 선배의 1등급 대비 전략

다항함수 간의 계산이 조건으로 주어졌을 때 각 다항함수를 별개의 함수로 하여 화살표와 같이 하나의 통합된 함수로 생각하면 된다.

1등급 대비 특강

고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

문제 분석

어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급, 왜 2등급

1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실하게 알려줍니다.

단서+발상

단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.

개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.

유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.

발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.

적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.

해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

6 입체 침삭 해설

정답 공식

출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

해설 적용 공식

해설에 직접적 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이

문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

심수

문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

보충 설명

더욱 정확하게 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 특목 풀이

직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

수능 해강

문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

적용 개념

문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

핵심 단서

문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

단계별 명쾌 풀이

문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

주의

풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

해제 기준표

서술형 문제에 대한 적절한 풀이 기준을 제시하여 중요한 포인트를 놓치지 않게 하였습니다.

함정

개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.



문항 배열 및 구성 [1085제]

① 개념 이해와 개념 확인 문제 [246제]

각 단원에서 배운 개념 중 중요한 것들을 자세히 설명하고 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제를 수록하였습니다.

② 최신 15개년 179개 유형 핵심 기출 문제 수록

- 새교육과정에 꼭 맞는 최신 고1 학력평가 핵심 기출 문제 수록(178제)
- 고2, 고3 기출 문제 중 새교육과정에 알맞은 기출 문제 선별 수록(142제)
- 새교육과정 완벽 대비를 위한 유형별 핵심 기출 변형 문제 수록(470제)
- 기출 핵심 유형 완전 학습 - 내신+학평 유형 스토리[179유형, 750제]

③ 서술형 단계별 훈련을 위한 내신 기출 변형 문제 서술형 스토리 [서술형 49제]

각 단원 중 서술형 출제 방식에 적합하고 출제 비율이 높은 내신 기출 변형 서술형 문제를 구성하였습니다.

★ 내신 1등급을 위한 내신 기출 변형 문제 추가 수록

1. 내신 1등급을 위해 179개 문제 유형으로 세분화

수학 개념을 쉽고 빠르게 이해하는 가장 좋은 학습법은 문제 유형을 세분화해서 공부하는 것입니다.
학교 시험은 다양한 유형에서 고르게 출제되기 때문에, 유형을 세분화해서 충분히 연습해야 합니다.

2. 179개 유형 연습을 위한 기출 문제 + 내신 기출 변형 문제 수록

학력평가는 특정한 유형에서 많이 출제되기 때문에 어떤 유형은 기출 문제가 과하게 많고,
어떤 유형은 기출 문제가 부족합니다. 그래서 179개 유형에 맞는 내신 기출 변형 문제를 보충 수록해서
1등급을 위한 완벽한 학습이 되도록 하였습니다.

[공통수학2 문항 구성표]

시행연도	고1 3월 학력평가	고1 6월 학력평가	고1 9월 학력평가	고1 11월 학력평가	고2 학력평가	연도별 문항 수
2024			12	0	18	30
2023			11	16	14	41
2022			9	13	11	33
2021	출제 되지 않음		5	11	10	26
2020			9	10	11	30
2019			10	10	13	33
2018			5	9	2	16
2017	0	1	3	0	5	9
2016	0	1	6	1	10	18
2015	0	0	2	4	7	13
2014 이전	1	5	12	12	5	35
고3 수능, 평가원, 학력평가	36					
내신 기출 변형 문제	470					
기본 개념, 서술형 문제	295					
총 수록 문항 수						1085

■ 내신 기출 변형 문제 : 179개 유형 예상 문제 수록

■ 학평 기출 : 핵심 기출 문제 선별 수록



A

평면좌표

★ 유형 차례

- ★ 중요 유형 01 두 점 사이의 거리
- ★ 중요 유형 02 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점
- 유형 03 두 점 사이의 거리의 활용 - 삼각형의 모양
- 유형 04 선분의 길이의 제곱의 합의 최솟값
- 유형 05 중선정리
- 유형 06 수직선에서 선분의 내분점
- ★ 중요 유형 07 좌표평면에서 선분의 내분점
- 유형 08 선분의 내분점의 활용
- ★ 중요 유형 09 삼각형의 무게중심
- 유형 10 선분의 중점의 활용 - 사각형
- 유형 11 각의 이등분선의 성질

내분점, 중점, 무게중심을
구할 때, x 좌표끼리, y 좌표끼리
계산해야 해.



◆ 단원 학습 목표

- 중학교에서 배운 수직선 위의 두 점 사이의 거리 공식과 피타고라스 정리를 이용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리 공식을 유도하고 이를 활용하여 문제를 풀 수 있다.
- 선분의 내분을 기하학적으로 이해하여 공식을 이용해 내분점의 좌표를 구하고, 이를 활용할 수 있다.

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 좌표를 이용하면 변의 길이를 식으로 나타낼 수 있기 때문에 도형의 성질을 쉽게 파악할 수 있다.
즉, 주어진 도형을 좌표평면 위에 옮겨 두 점 사이의 거리와 내분점의 좌표를 구하는 연습을 꾸준히 한다.
- 선분의 내분점 공식에 의해 삼각형의 무게중심의 좌표를 구할 수 있다. 좌표평면 위의 도형의 활용문제에서 무게중심과 연관된 여러 성질들을 종합적으로 적용할 수 있도록 한다.

★ 자주 출제되는 개념+공식

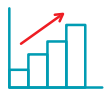
- 1 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
- 2 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여
 - (1) 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0, n>0$)으로
내분하는 점을 P 라 하면

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$
 - (2) 선분 AB 의 중점을 M 이라 하면

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
- 3 좌표평면 위의 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 을
꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 하면

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$



1 두 점 사이의 거리¹ — 유형 01~05

(1) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

특히, 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

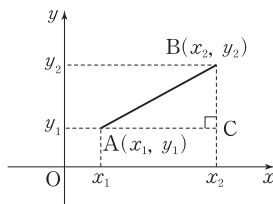
$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

[참고] 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



(2) 같은 거리에 있는 점의 좌표²

(i) 구하고자 하는 점의 좌표를 미지수로 나타낸다.

예) x 축 위에 있다. $\Rightarrow (a, 0)$ y 축 위에 있다. $\Rightarrow (0, b)$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위에 있다. $\Rightarrow (c, f(c))$

(ii) 두 점 사이의 거리 공식을 활용하여 식을 세우고 방정식을 푼다.

1 수직선 위의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$

사이의 거리는 $\overline{AB} = |x_2 - x_1|$

특히, 원점 O 와 점 $A(x_1)$ 사이의 거리는 $\overline{OA} = |x_1|$

+개념 보충

2 삼각형의 외심

① 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점을 외심이라 한다.

② 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

즉, O 가 삼각형 ABC 의 외심이면 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.

+개념 확장

2 선분의 내분점³ — 유형 06~08

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 를

$m:n$ ($m>0$, $n>0$)으로 내분하는 점을 P 라 하면

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

특히, 선분 AB 의 중점 M 의 좌표는 $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ → 중점은 선분을 1:1로 내분하는 점이다.

[참고] 선분 AB 의 내분점 P 는 m, n 의 값에 관계없이 항상 선분 AB 위에 있다.

③ 수직선 위의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0$, $n>0$)으로 내분하는 점을 P 라 하면

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}\right)$$

특히, 선분 AB 의 중점 M 의 좌표는

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

+개념 보충

3 평면좌표의 활용 — 유형 01~11

(1) 삼각형의 무게중심⁴

① 좌표평면 위의 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 하면

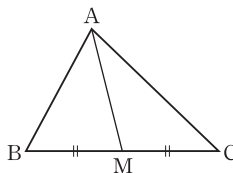
$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

② 삼각형 ABC 의 세 변 AB, BC, CA 를 $m:n$ ($m>0$, $n>0$)으로 내분하는 점을 각각 D, E, F 라 할 때, 삼각형 ABC 와 삼각형 DEF 의 무게중심은 일치한다.

(2) 중선정리 (파푸스의 정리)

삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라고 할 때,

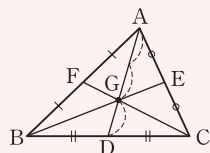
$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$



④ 삼각형의 무게중심은 세 중선을 각 꼭짓점으로부터 2:1로 내분한다. 또한, 삼각형 ABC 의 무게중심 G 에 대하여

$$(1) \triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$(2) \triangle GAF = \triangle GBF = \triangle GBD = \triangle GCD = \triangle GCE = \triangle GAE = \frac{1}{6} \triangle ABC$$



+개념 Tip

**1 두 점 사이의 거리**

[A01~A02] 수직선 위의 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

A01 $A(2), B(-3)$ **A02** $A(-8), B(1)$

[A03~A04] 좌표평면 위의 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

A03 $O(0, 0), A(-6, 8)$ **A04** $A(-5, -2), B(1, -6)$ **2 선분의 내분점****A05** 수직선 위의 두 점 $A(-3), B(5)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 1로 내분하는 점 P의 좌표를 구하시오.**A06** 수직선 위의 두 점 $A(-4), B(6)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표를 a , 2 : 1로 내분하는 점의 좌표를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.**A07** 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 1), B(3, 7)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 5 : 3으로 내분하는 점 P의 좌표를 구하시오.**A08** 좌표평면 위의 두 점 $A(a, 3), B(4, b)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 1로 내분하는 점 R의 좌표가 $(4, 0)$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오.**3 평면좌표의 활용**

[A09~A10] 좌표평면 위의 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

A09 $A(3, 1), B(2, 6), C(7, 2)$ **A10** $A(1, 8), B(-2, 3), C(4, -5)$ [A11~A12] 좌표평면 위의 세 점 $A(0, 5), B(4, -3), C(p, q)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 다음과 같을 때, pq 의 값을 구하시오.**A11** $G(1, 0)$ **A12** $G(4, -1)$



내신+학평 유형 스토리

※※※ : 기본 문제 ※※※ : 중상급 문제
※※※ : 중급 문제 ※※※ : 상급 문제

1 두 점 사이의 거리 + 3 평면좌표의 활용

유형 01 두 점 사이의 거리



기초

(1) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(2) 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

tip

두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 좌표평면에서 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형을 그렸을 때, 피타고라스 정리를 적용한 것이다.

A13 ※※※ 2024실시 9월 학평 4(고1)



좌표평면 위의 두 점 $A(1, 3)$, $B(2, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{17}$ 일 때, 양수 a 의 값은? (3점)

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

A14 ※※※ 2022실시 9월 학평 25(고1)



좌표평면 위에 두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$ 가 있다. 선분 AB 의 길이를 l 이라 할 때, 실수 t 에 대하여 l^2 의 최솟값을 구하시오. (3점)

A15 ※※※ 2023실시 9월 학평 3(고1)



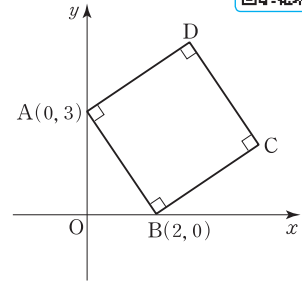
좌표평면 위의 점 $A(a, 3)$ 에 대하여 $\overline{OA} = 4$ 일 때, a^2 의 값은? (단, O 는 원점이다.) (2점)

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

A16 ※※※



그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 3)$, $B(2, 0)$ 을 잇는 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 에 대하여 $\overline{OC}^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 점 C 는 제1사분면 위의 점이다.) (4점)



A17 ※※※ 2019실시 9월 학평 13(고1)

이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점 P , Q 에서 만난다. 점 P 가 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점일 때, 선분 PQ 의 길이는? (단, k 는 상수이다.) (3점)

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

A18 ※※※

좌표평면 위의 정삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 의 좌표는 $A(-3, 2)$ 이고 무게중심 G 의 좌표가 $G(1, 4)$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. (3점)

유형 02 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

중요

이해

점 P가 두 점 A, B에서 같은 거리에 있으면 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이다.
이때, 점 P가

- (1) x 축 위의 점이면 $P(a, 0)$
 - (2) y 축 위의 점이면 $P(0, b)$
 - (3) 직선 $y = mx + n$ 위의 점이면 $P(a, ma + n)$
- 이라 좌표를 놓는다.

tip

삼각형의 외심

- ① 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이다.
- ② 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

A19

세 점 $A(-5, -7)$, $B(a, -2)$, $C(3, 1)$ 에 대하여
 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 만족하는 a 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

A20

좌표평면 위의 두 점 $A(-3, 3)$, $B(4, 4)$ 에서 같은 거리에
있는 x 축 위의 점 P의 좌표를 구하시오. (3점)

A21

2023실시 11월 학평 9(고1)

좌표평면 위에 두 점 $A(2, 4)$, $B(5, 1)$ 이 있다.
직선 $y = -x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 일 때,
선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.) (3점)

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

A22

두 점 $A(0, 2)$, $B(-2, 1)$ 로부터 같은 거리에 있는
점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = -x + 1$ 위의 점일 때, ab 의 값은?
(3점)

- ① $-\frac{15}{8}$ ② $-\frac{15}{4}$ ③ $-\frac{15}{2}$
- ④ -2 ⑤ -1

A23

필수

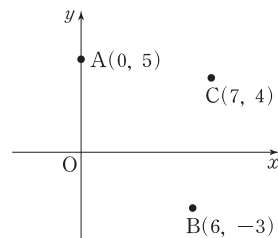


좌표평면 위의 세 점 $A(3, 4)$, $B(-3, 0)$,
 $C(5, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표를
 (a, b) 라 할 때, ab 의 값은? (3점)

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

A24

다음 그림은 A, B, C 세 아파트의 위치를 좌표평면 위에
나타낸 것이다. 학생들의 편의를 위해 각 아파트로부터의
거리가 같은 지점에 학교를 지으려고 할 때, 학교의 위치는
 $P(a, b)$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (4점)



유형 03 두 점 사이의 거리의 활용 - 삼각형의 모양

활용

삼각형 ABC의 세 변의 길이 $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$ 사이의 관계에 따라 삼각형 ABC의 모양은 다음과 같다.

- (1) $c^2 > a^2 + b^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형
- (2) $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$ 직각삼각형
- (3) $c^2 < a^2 + b^2 \Rightarrow$ 예각삼각형
- (4) $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a \Rightarrow$ 이등변삼각형
- (5) $c^2 = a^2 + b^2$ 이고 $a=b \Rightarrow$ 직각이등변삼각형
- (6) $a=b=c \Rightarrow$ 정삼각형

tip

주어진 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 종류를 결정할 때에는 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용하여 세 변의 길이를 먼저 각각 구한 뒤에 그 값들을 통해 삼각형의 모양을 알아낸다.

A25 * * *

필수

좌표평면 위의 세 점 A(1, 3), B(2, 2), C(4, 5)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가? (3점)

- ① 정삼각형
- ② $\overline{AC}$ 가 빗변인 직각삼각형
- ③ $\overline{AB}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형
- ④ $\overline{BC}=\overline{CA}$ 인 이등변삼각형
- ⑤ $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각이등변삼각형

A26 * * *

좌표평면 위에 세 점 A(0, 2), B(1, 5), C(a, 1)이 있을 때, 삼각형 ABC가 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? (3점)

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

A27 * * *



좌표평면 위의 세 점 A(3, 2), B(0, 1), C(1, -2)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이는? (3점)

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
- ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

유형 04 선분의 길이의 제곱의 합의 최솟값

이해

두 점 사이의 거리의 제곱의 합의 최솟값은 다음과 같은 순서로 구한다.

- (i) 점 P의 좌표를 P(a, b)라 하고, 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 a 또는 b에 대한 이차식으로 나타낸다.
- (ii) (i)에서 구한 이차식을 완전제곱 꼴로 변형하여 최솟값을 구한다.

tip

점 P(x, y)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 = (x-p)^2 + (y-q)^2 + r^2$ 의 꼴로 변형했을 때 $\Rightarrow \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은 r이고 그때의 점 P의 좌표는 (p, q)이다.

A28 * * *

필수



두 점 A(3, 1), B(-1, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는? (3점)

- ① (-1, -2) ② (1, 2) ③ (2, 2)
- ④ (2, 4) ⑤ (-2, -4)

A29 * * *

세 점 A(1, 0), B(-1, 1), C(3, 2)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소가 되게 하는 점 P의 x좌표와 y좌표의 합은? (3점)

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ $\frac{12}{5}$

A30 * * *

좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(-3, 0), B(0, 9)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 내부에 점 P가 있다. 이때, $\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값은? (3점)

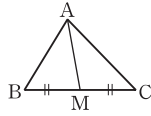
- ① 40 ② 45 ③ 50
- ④ 55 ⑤ 60

유형 05 중선정리

이해

삼각형 ABC의 변 BC의 중점을 M이라 할 때, 다음 등식이 성립한다.

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$



tip

- 위의 개념을 '중선정리' 또는 '파푸스의 정리'라 한다.
- 도형의 성질을 증명할 때 도형을 좌표평면으로 옮기면 변의 길이를 간단하게 나타낼 수 있기 때문에 쉽게 증명할 수 있다. 이때, 주어진 도형의 한 변을 x 축 또는 y 축으로 놓고 주어진 점을 원점 또는 좌표축 위의 점이 되도록 하면 계산이 간단해진다.

A31 ***

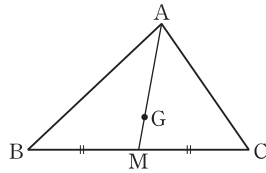
오른쪽 그림과 같이

$\triangle ABC$ 의 무게중심을 G,

변 BC의 중점을 M이라 하자.

$$\overline{AB}=6, \overline{BC}=8, \overline{AG}=2\sqrt{2}$$

일 때, 변 AC의 길이는? (3점)

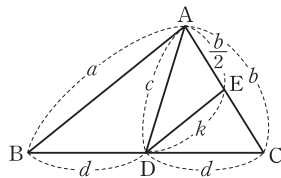


- $2\sqrt{3}$
- 4
- $4\sqrt{2}$
- 5
- $\sqrt{26}$

A32 ***

오른쪽 그림과 같이 변의 길이가 주어졌을 때, 선분 AB의 길이 a 를 k 를 사용한 식으로 바르게 나타낸 것은?

(단, $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=\overline{CE}$) (3점)



- k
- $\sqrt{2}k$
- $\sqrt{3}k$
- $2k$
- $\sqrt{5}k$

A33 ***

삼각형 ABC의 무게중심을 G, 변 BC의 중점을 D라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{GB}^2 + \overline{GC}^2 + 4\overline{GA}^2$ 임을 증명하시오. (4점)



2 선분의 내분점 + 3 평면좌표의 활용

A

유형 06 수직선에서 선분의 내분점

기초

수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

(1) 선분 AB를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점을

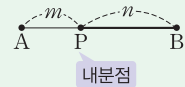
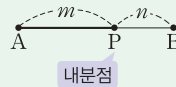
$$P \text{라 할 때 } P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}\right)$$

(2) 선분 AB의 중점을 M이라 할 때 $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

tip

선분 AB를 $m:n$ 으로 내분하는 점 P의 위치를 자세히 살펴 보면

- $m>n$ 이면 점 P는 점 B에 가깝고,
- $m<n$ 이면 점 P는 점 A에 가깝다.



A34 ***

2014실시(B) 3월 학평 2(고2)

수직선 위의 두 점 $A(1), B(7)$ 에 대하여 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점을 $P(a)$ 라 할 때, a 의 값은? (2점)

- $\frac{3}{2}$
- 2
- $\frac{5}{2}$
- 3
- $\frac{7}{2}$

A35 ***

그림과 같이 두 점 $P(\sqrt{2}), Q(\sqrt{3})$ 을 수직선 위에 나타내었다.



세 점 $A\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right), B\left(\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{1+3}\right), C\left(\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3+1}\right)$ 를

수직선 위에 나타낼 때, 세 점의 위치를 왼쪽부터 순서대로 나열한 것은? (3점)

- A, B, C
- A, C, B
- B, A, C
- B, C, A
- C, B, A

A36 ***

수직선 위의 두 점 $A(-5), B(1)$ 에 대하여

선분 BA를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는? (3점)

- $-\frac{1}{2}$
- 0
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{3}{2}$



A68 ***

좌표평면 위의 두 점 $A(3, 2)$, $B(-4, 5)$ 에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 를 만족하는 점 C 가 직선 $y = x - 2$ 위의 점일 때, 원점 O 에서 점 C 까지의 거리를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st 직선 위의 점 C 의 좌표를 한 문자로 나타내보자.

2nd $\overline{AC} = \overline{BC}$ 임을 이용하여 점 C 의 좌표를 구하자.

3rd $\overline{OC}$ 의 길이를 구하자.

A69 ***

좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 1)$, $B(4, 4)$ 로부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 C , y 축 위의 점을 D 라고 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st $\overline{CA} = \overline{CB}$ 임을 이용하여 점 C 의 좌표를 구하자.

2nd $\overline{DA} = \overline{DB}$ 임을 이용하여 점 D 의 좌표를 구하자.

3rd $\overline{CD}$ 의 길이를 구하자.

A70 ***

두 점 $A(3, 2)$, $B(-3, -1)$ 을 이은 선분 AB 를 $2:3$ 으로 내분하는 점을 E 라 하자. 직선 $y = mx - 2$ 가 점 E 를 지날 때, 상수 m 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A71 ***

두 점 $A(-4, -3)$, $B(1, -1)$ 에 대하여 점 $C(a, b)$ 가 $3\overline{AC} = 2\overline{BC}$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, 점 C 는 두 점 A 와 B 를 이은 선분 위에 있고, 점 C 는 점 A 도 아니고 점 B 도 아니다.) (10점)

A72 ***

좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(-3, 5)$, $B(9, -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 에 대하여 선분 AB 를 $1:3$ 으로 내분하는 점을 P , 선분 AB 를 $3:1$ 로 내분하는 점을 Q 라 하자. 두 삼각형 OBP , OQA 의 무게중심을 각각 G_1 , G_2 라 할 때, $\overline{G_1G_2}$ 의 길이를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A73 ☆2등급 대비



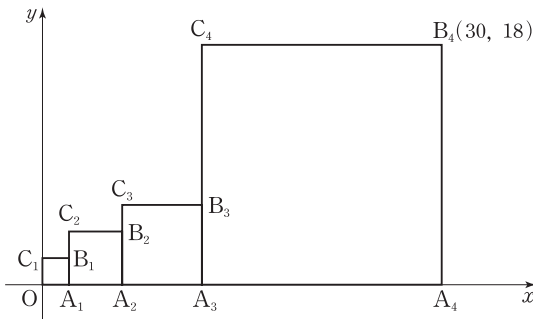
좌표평면 위에 원점 O와 점 A(1, 3)을 이은 선분 OA를 한 변으로 하는 정삼각형 OAB를 만들 때, 가능한 모든 점 B의 y좌표의 합을 구하시오. (4점)

A74 ☆2등급 대비 2013실시 9월 학평 28(고1)



그림과 같이 x축 위의 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4 에 대하여 $\overline{OA_1}, \overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \overline{A_3A_4}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3, A_3A_4B_4C_4$ 가 있다. 점 B_4 의 좌표가 (30, 18)이고 정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3$ 의 넓이의 비가 1 : 4 : 9일 때, $\overline{B_1B_3}^2$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이다.) (4점)

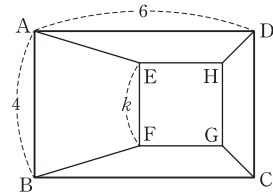


A75 ☆2등급 대비

신유형



그림은 가로, 세로의 길이가 각각 6, 4인 직사각형 ABCD의 내부에 한 변의 길이가 $k(0 < k < 4)$ 인 정사각형 EFGH를 $\overline{AB}$ 와 $\overline{EF}$ 가 평행하도록 그린 것이다. [보기] 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 두 사각형 ABCD와 EFGH는 만나지 않는다.) (4점)



[보기]

ㄱ. k 의 값에 관계없이 $\overline{AE}^2 + \overline{CG}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{DH}^2$ 을 만족시킨다.

ㄴ. $k=1$ 일 때, $\overline{AE} = \overline{DH} = \sqrt{\frac{13}{2}}$ 이면 $\overline{BF} = \frac{5}{2}$ 이다.

ㄷ. $k=2$ 일 때, 두 사다리꼴 ABFE와 CDHG의 넓이의 합은 12이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

차례

I 도형의 방정식

A 평면좌표	2
B 직선의 방정식	23
C 원의 방정식	54
D 도형의 이동	96

II 집합과 명제

E 집합의 뜻과 표현	122
F 집합의 연산	136
G 명제	164

III 함수와 그래프

H 함수	193
I 유리식과 유리함수	229
J 무리식과 무리함수	265



A 평면좌표



개념 확인 문제

A 01 정답 5

$$\overline{AB} = |-3-2| = 5$$

A 02 정답 9

$$\overline{AB} = |1-(-8)| = 9$$

A 03 정답 10

$$\overline{OA} = \sqrt{(-6-0)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{100} = 10$$

A 04 정답 $2\sqrt{13}$

$$\overline{AB} = \sqrt{\{1-(-5)\}^2 + \{-6-(-2)\}^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

A 05 정답 P(3)

$$P\left(\frac{3 \times 5 + 1 \times (-3)}{3+1}\right) \quad \therefore P(3)$$

A 06 정답 2

$$a = \frac{1 \times 6 + 2 \times (-4)}{1+2} = -\frac{2}{3}, \quad b = \frac{2 \times 6 + 1 \times (-4)}{2+1} = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a+b = -\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = 2$$

A 07 정답 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{19}{4}\right)$

$$P\left(\frac{5 \times 3 + 3 \times (-1)}{5+3}, \frac{5 \times 7 + 3 \times 1}{5+3}\right) \quad \therefore P\left(\frac{3}{2}, \frac{19}{4}\right)$$

A 08 정답 5

$$R\left(\frac{3 \times 4 + 1 \times a}{3+1}, \frac{3 \times b + 1 \times 3}{3+1}\right) \text{에서 } R\left(\frac{12+a}{4}, \frac{3b+3}{4}\right) \text{이}$$

$R(4, 0)$ 이어야 하므로

$$\begin{cases} 12+a=16 \Rightarrow a=4 \\ 3b+3=0 \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

$$\therefore a-b = 4 - (-1) = 5$$

A 09 정답 G(4, 3)

$$G\left(\frac{3+2+7}{3}, \frac{1+6+2}{3}\right) \quad \therefore G(4, 3)$$

A 10 정답 G(1, 2)

$$G\left(\frac{1-2+4}{3}, \frac{8+3-5}{3}\right) \quad \therefore G(1, 2)$$

A 11 정답 2

$$G\left(\frac{0+4+p}{3}, \frac{5-3+q}{3}\right) \text{가 } G(1, 0) \text{이므로}$$

$$p=-1, q=-2 \quad \therefore pq=2$$

A 12 정답 -40

$$G\left(\frac{0+4+p}{3}, \frac{5-3+q}{3}\right) \text{가 } G(4, -1) \text{이므로}$$

$$p=8, q=-5 \quad \therefore pq=-40$$



내신+학평 유형 스토리

A 13 정답 ③ 두 점 사이의 거리

[정답 공식: 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는]

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

좌표평면 위의 두 점 $A(1, 3)$, $B(2, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{17}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

이렇게 문제에서 부호를 언급할 때에는 다른 부호의 수가 나올 수도 있음을 명심하면.

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

1st 두 점 사이의 거리 공식에 대입하자.

두 점 A, B 사이의 거리는

$$\sqrt{(1-2)^2 + (3-a)^2} = \sqrt{a^2 - 6a + 10}$$

이 값이 $\sqrt{17}$ 이므로 두 점 사이의 거리 공식은 두 점을 빗변의 양 끝점으로 하는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 이용하면 떠올릴 수 있어.

$$\sqrt{a^2 - 6a + 10} = \sqrt{17}$$

2nd 양변을 제곱하여 양수 a 의 값을 구하자.

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 6a + 10 = 17$$

$$a^2 - 6a - 7 = (a-7)(a+1) = 0$$

따라서 양수 a 의 값은 $a=7$ 이다.

A 14 정답 2 두 점 사이의 거리

[정답 공식: 두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 잇는 선분의 길이는]

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \text{이다.}$$

좌표평면 위에 두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$ 가 있다.

선분 AB의 길이를 l 이라 할 때, 실수 t 에 대하여 l^2 의 최솟값을 구하시오.

선분 AB의 길이는 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 구하면 돼.

1st 선분 AB의 길이 l 을 구해.

두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$ 에 대하여

선분 AB의 길이가 l 이므로

$$\begin{aligned} l &= \overline{AB} = \sqrt{\{2t-(-1)\}^2 + \{-3-2t\}^2} \\ &= \sqrt{4t^2 + 4t + 1 + 9 + 12t + 4t^2} \\ &= \sqrt{8t^2 + 16t + 10} \end{aligned}$$

2nd l^2 의 최솟값을 구해.

$$\begin{aligned} l^2 &= 8t^2 + 16t + 10 = 8(t^2 + 2t + 1 - 1) + 10 \\ &= 8(t+1)^2 - 8 + 10 = 8(t+1)^2 + 2 \end{aligned}$$

따라서 l^2 은 $t=-1$ 일 때 최솟값 2를 가진다.

l^2 은 l 에 대한 이차함수이고 최고차항의 계수가 8이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이야. 따라서 l^2 은 포물선의 꼭짓점에서 최솟값을 가져.

A 15 정답 ② 두 점 사이의 거리

[정답 공식: 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이다.]

좌표평면 위의 점 $A(a, 3)$ 에 대하여 $\overline{OA} = 4$ 일 때, a^2 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

1st 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 a 의 값을 구하자.

좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(a, 3)$ 사이의 거리는
두 점 사이의 거리 공식에 의하여 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

$$\overline{OA} = \sqrt{(a-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{a^2 + 9} \quad \overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

이때, $\overline{OA} = 4$ 이므로 $\sqrt{a^2 + 9} = 4$ 에서 $a^2 + 9 = 16$

$\therefore a^2 = 4^2 - 9 = 7$ 양변을 제곱해서 근호를 없애.

☆ 두 점 사이의 거리

개념 · 공식

① 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

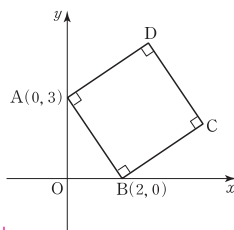
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{이다.}$$

② 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

A 16 정답 29 두 점 사이의 거리

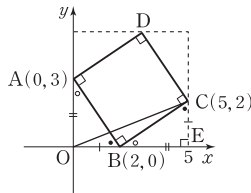
[정답 공식: 두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 사이의 거리 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 과 도형의 합동을 이용한다.]

그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 3)$, $B(2, 0)$ 을 잇는 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{OC}^2$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, 점 C는 제1사분면 위의 점이다.)



단서 $\overline{OC}$ 의 길이의 제곱을 구하기 위해 적절한 보조선을 그려 피타고라스 정리를 이용할 수 있는지 살펴보자.

1st 삼각형의 닮음을 이용하여 점 C의 좌표를 찾고, $\overline{OC}^2$ 을 구해.



그림과 같이 점 C에서 x 축 위에 내린 수선의 발을 E라 하면

$$\overline{AB} = \overline{BC}$$

수선의 발을 내리는 이유는
점 C의 좌표를 구하기 위해서야.

$$\angle OAB = \angle EBC$$

$$\angle OBA = \angle ECB$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle BEC \text{ (ASA 합동)}$$

따라서 점 C의 좌표는 (5, 2)이므로

$$\overline{OC}^2 = 5^2 + 2^2 = 29 \quad \overline{OE} = \overline{OB} + \overline{BE} = \overline{OB} + \overline{AO} = 2 + 3 = 5$$

$$\overline{CE} = \overline{BO} = 2$$

A 17 정답 ② 두 점 사이의 거리

[정답 공식: 이차함수 $y = k(x-a)^2 + b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (a, b) 이다.]

단서 2 이차함수와 직선의 방정식을 연립한 이차방정식의 해가 두 점 P, Q의 x 좌표임을 알 수 있어, 이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P가 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, k 는 상수이다.)

단서 1 직선이 점 P도 지난다는 사실을 기억해

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

1st 이차함수 $f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여 직선의 방정식에 대입하면 k 의 값을 구할 수 있어.

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 1 \text{이므로}$$

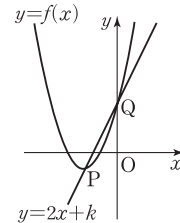
꼭짓점 P의 좌표는 $(-2, -1)$ 이다.

직선 $y = 2x + k$ 에 점 $P(-2, -1)$ 의 좌표값을 대입하면

$$-1 = 2 \times (-2) + k \quad \text{점 P는 이차함수의 그래프 위에 있는 동시에}$$

$$\therefore k = 3 \quad \text{직선 } y = 2x + k \text{ 위의 점이기도 해.}$$

2nd 이차함수 $f(x)$ 와 직선의 방정식을 연립하여 점 Q의 좌표를 구하자.



이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 과 직선 $y = 2x + k$ 를 연립하면

$$x^2 + 4x + 3 = 2x + 3$$

$$x^2 + 2x = 0, \quad x(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 0$$

즉, 점 Q의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

합정 이차방정식 $x(x+2) = 0$ 의 해를 구하면 $x = -2$ 또는 $x = 0$ 이지. 이때, -2 는 점 P의 x 좌표이므로 점 Q의 x 좌표는 0임을 알 수 있어. 따라서 점 Q의 y 좌표는 $f(0) = 3$ 이야.

3rd 선분 PQ의 길이를 구하자.

따라서 두 점 $P(-2, -1)$, $Q(0, 3)$ 을 잇는 선분 PQ의 길이는

$$\begin{aligned} & \sqrt{\{(0 - (-2))\}^2 + \{(3 - (-1))\}^2} \quad \text{두 점 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \text{를 잇는 선분 AB의} \\ & \text{길이는 } \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ & = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} \\ & = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

☆ 이차함수의 그래프와 직선의 교점

개념 · 공식

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 의 교점의 x 좌표가 α, β 이다.

$\Rightarrow$ 이차방정식 $f(x) = g(x)$ 의 두 실근이 α, β 이다.

A 18 정답 $15\sqrt{3}$ 두 점 사이의 거리

[정답 공식: 정삼각형의 성질과 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.]

좌표평면 위의 정삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표는

$A(-3, 2)$ 이고 무게중심 G의 좌표가 $G(1, 4)$ 일 때, 정삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

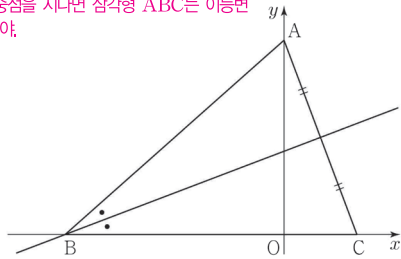
단서 정삼각형의 한 변의 길이가 a 일 때, 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 이야. 이것으로 정삼각형의 넓이를 구하면 돼.

A 67 정답 ③ 각의 이등분선의 성질

정답 공식: $\angle ABC$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D라 하면
 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이다.

그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $A(0, a)$, $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지날 때, 양수 a 의 값은?

단서 삼각형 ABC에서 $\angle ABC$ 의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지나면 삼각형 ABC는 이등변 삼각형이다.



- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

1st 주어진 조건을 만족시키는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 알아보자.

삼각형 ABC에서 $\angle ABC$ 의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지나므로 삼각형 ABC는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

합정

$\angle ABC$ 의 이등분선과 만나는 선분 AC의 중점을 T라 놓자.
 각의 이등분선의 성질에 의해 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AT} : \overline{CT}$
 그런데 $\overline{AT} = \overline{CT}$ 이므로 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AT} : \overline{CT} = 1 : 1 \quad \therefore \overline{BA} = \overline{BC}$

2nd $\overline{BA} = \overline{BC}$ 가 되는 양수 a 의 값을 구하자.

세 점 $A(0, a)$, $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$ 에서

$$\overline{BA} = \sqrt{(-3-0)^2 + (0-a)^2} = \sqrt{9+a^2} \quad \text{두 점의 좌표가 } (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ 일 때,}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(1+3)^2 + (0-0)^2} = 4 \quad \text{두 점 사이의 거리는 } \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$\overline{BA} = \overline{BC}$ 에서 $\sqrt{9+a^2} = 4$ 이고 양변을 제곱하면

$$9+a^2=16, a^2=7 \quad \therefore a=\sqrt{7} (\because a>0)$$



서술형 스토리

A 68 정답 $\sqrt{74}$ 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

정답 공식: 점 C가 직선 위의 점임을 이용해 점 C의 좌표를 나타내고, 점 C가 두 점 A, B로부터 거리가 같음을 이용한다.

단서 2 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 을 이용하여 $\sqrt{\quad}$ 를 없애자.

좌표평면 위의 두 점 $A(3, 2)$, $B(-4, 5)$ 에 대하여

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 를 만족하는 점 C가 직선 $y=x-2$ 위의 점일 때, 원점 O에서 점 C까지의 거리를 구하는 과정을 서술하시오.

단서 1 점 C의 좌표값을 직선의 방정식에 대입해도 등식이 성립해.

1st 직선 위의 점 C의 좌표를 한 문자로 나타내보자.

점 C의 좌표를 $C(a, b)$ 라 하면 직선 $y=x-2$ 위의 점이므로 $b=a-2$

$\therefore C(a, a-2) \dots \text{①}$ 직선 위에 있는 점의 좌표를 대입하면 등식이 성립해.

2nd $\overline{AC} = \overline{BC}$ 임을 이용하여 점 C의 좌표를 구하자.

$$\overline{AC} = \overline{BC} \Rightarrow \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-3)^2 + (a-2-2)^2 = (a+4)^2 + (a-2-5)^2$$

$$a^2 - 6a + 9 + a^2 - 8a + 16 = a^2 + 8a + 16 + a^2 - 14a + 49$$

$$8a = -40 \quad \therefore a = -5$$

3rd $\overline{OC}$ 의 길이를 구하자.

따라서 점 C의 좌표는 $(-5, -7)$ 이므로 $\dots \text{②}$

$$\overline{OC} = \sqrt{(-5)^2 + (-7)^2} = \sqrt{74} \dots \text{③}$$

채점 기준표

① 점 C의 좌표를 문자를 사용하여 나타낸다.	40%
② 점 C의 좌표를 구한다.	40%
③ $\overline{OC}$ 의 길이를 구한다.	20%

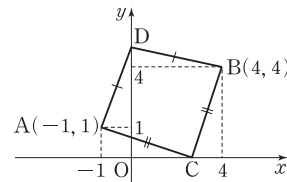
A 69 정답 $\sqrt{34}$ 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

정답 공식: 두 점 C, D의 좌표를 각각 $C(a, 0)$, $D(0, b)$ 로 놓고 A, B로부터의 거리가 같음을 이용해 각각 좌표를 구한다.

좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 1)$, $B(4, 4)$ 로부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 C, y 축 위의 점을 D라고 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하는 과정을 서술하시오.

단서 점 C의 y 좌표가 0, 점 D의 x 좌표가 0임을 이용하여 좌표를 정하자.

1st $\overline{CA} = \overline{CB}$ 임을 이용하여 점 C의 좌표를 구하자.



$\rightarrow$ 점 C는 x 축 위의 점이니 y 의 좌표가 0이야.

점 C의 좌표를 $C(a, 0)$ 으로 놓으면 $\overline{CA} = \overline{CB}$ 이므로

$$\sqrt{(a+1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (0-4)^2}$$

$$a^2 + 2a + 2 = a^2 - 8a + 32$$

$$10a = 30 \quad \therefore a = 3$$

$\therefore C(3, 0) \dots \text{①}$

2nd $\overline{DA} = \overline{DB}$ 임을 이용하여 점 D의 좌표를 구하자.

$\rightarrow$ 점 D는 y 축 위의 점이니 x 의 좌표가 0이야.

점 D의 좌표를 $D(0, b)$ 로 놓으면 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 이므로

$$\sqrt{(0+1)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (b-4)^2}$$

$$b^2 - 2b + 2 = b^2 - 8b + 32$$

$$6b = 30 \quad \therefore b = 5$$

$\therefore D(0, 5) \dots \text{②}$

3rd $\overline{CD}$ 의 길이를 구하자.

$$\therefore \overline{CD} = \sqrt{(0-3)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{34} \dots \text{③}$$

채점 기준표

① 점 C의 좌표를 구한다.	40%
② 점 D의 좌표를 구한다.	40%
③ $\overline{CD}$ 의 길이를 구한다.	20%

A 70 정답 $\frac{14}{3}$ 선분의 내분점

[정답 공식: 내분점 공식을 이용해 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점을 구하고 이 점을 직선에 대입해 m 의 값을 구한다.]

두 점 A(3, 2), B(-3, -1)을 이은 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점을 E라 하자. 직선 $y=mx-2$ 가 점 E를 지날 때, 상수 m 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.
[단서: 내분점의 공식을 이용하여 내분점을 구하여 직선의 방정식에 대입하면 돼.]

1st $\overline{AB}$ 를 2:3으로 내분하는 점의 좌표를 구하자.

선분 AB를 2:3으로 내분하는 점을 P라 하면

$$P\left(\frac{2 \cdot (-3) + 3 \cdot 3}{2+3}, \frac{2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2}{2+3}\right) = P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right) \dots \textcircled{I}$$

2nd 앞에서 구한 점을 직선의 방정식에 대입하자.

직선 $y=mx-2$ 가 점 $P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ 를 지나므로

$$\frac{4}{5} = \frac{3}{5}m - 2, \quad 3m - 10 = 4 \quad \text{점 P의 좌표값을 직선의 방정식에 대입하자.}$$

3rd m 의 값을 구하자.

$$\therefore m = \frac{14}{3} \dots \textcircled{II}$$

[채점 기준표]

① 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점의 좌표를 구한다.	50%
② 상수 m 의 값을 구한다.	50%

A 71 정답 $\frac{22}{5}$ 선분의 내분점

[정답 공식: 점 C는 선분 AB의 내분점이므로, 내분점의 공식을 이용한다.]

[단서: $AC:BC$ 를 구하고, 점 C를 그것에 맞추어 구하자.]
두 점 A(-4, -3), B(1, -1)에 대하여 점 C(a , b)가 $3\overline{AC}=2\overline{BC}$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, 점 C는 두 점 A와 B를 이은 선분 위에 있고, 점 C는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.)

1st $3\overline{AC}=2\overline{BC}$ 로부터 점 C의 위치를 파악하자.

$3\overline{AC}=2\overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC}:\overline{BC}=2:3$ 이다.

따라서 점 C(a , b)는 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점이다. ... ①

좌표평면 위의 두 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)에 대하여

선분 AB를 $m:n$ 으로 내분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$

2nd 점 C의 좌표를 구하자.

$$a = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot (-4)}{2+3} = -2$$

$$b = \frac{2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-3)}{2+3} = -\frac{11}{5} \dots \textcircled{II}$$

3rd ab 를 구하자.

$$\therefore ab = (-2) \cdot \left(-\frac{11}{5}\right) = \frac{22}{5} \dots \textcircled{III}$$

[채점 기준표]

① 점 C가 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점임을 안다.	50%
② 점 C의 좌표를 값을 각각 구한다.	30%
③ ab 의 값을 구한다.	20%

A 72 정답 $\sqrt{5}$ 선분의 내분점과 삼각형의 무게중심

[정답 공식: 내분점의 공식을 이용해 두 점 P, Q의 좌표를 구한 뒤, 무게중심의 공식을 이용해 G_1, G_2 의 좌표를 각각 구해 $\overline{G_1G_2}$ 의 길이를 구한다.]

좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(-3, 5), B(9, -1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB에 대하여 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 삼각형 OBP, OQA의 무게중심을 각각 G_1, G_2 라 할 때, $\overline{G_1G_2}$ 의 길이를 구하는 과정을 서술하시오.
[단서: 무게중심을 구하기 위해 두 점 P와 Q의 좌표를 먼저 구해야 해.]

1st 내분점 공식을 이용하여 점 P, Q의 좌표를 구하자.

점 P는 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점이므로

$$P\left(\frac{1 \cdot 9 + 3 \cdot (-3)}{1+3}, \frac{1 \cdot (-1) + 3 \cdot 5}{1+3}\right) = P\left(0, \frac{7}{2}\right)$$

점 Q는 선분 AB를 3:1로 내분하는 점이므로

$$Q\left(\frac{3 \cdot 9 + 1 \cdot (-3)}{3+1}, \frac{3 \cdot (-1) + 1 \cdot 5}{3+1}\right) = Q\left(6, \frac{1}{2}\right) \dots \textcircled{I}$$

2nd 무게중심 공식을 이용하여 G_1, G_2 의 좌표를 구하자.

삼각형 OBP의 무게중심 G_1 의 좌표는

$$G_1\left(\frac{0+9+0}{3}, \frac{0+(-1)+\frac{7}{2}}{3}\right) = G_1\left(3, \frac{5}{6}\right)$$

세 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

삼각형 OQA의 무게중심 G_2 의 좌표는

$$G_2\left(\frac{0+6+(-3)}{3}, \frac{0+\frac{1}{2}+5}{3}\right) = G_2\left(1, \frac{11}{6}\right) \dots \textcircled{II}$$

3rd $\overline{G_1G_2}$ 의 길이를 구하자.

$$\therefore \overline{G_1G_2} = \sqrt{(3-1)^2 + \left(\frac{5}{6} - \frac{11}{6}\right)^2} = \sqrt{5} \dots \textcircled{III}$$

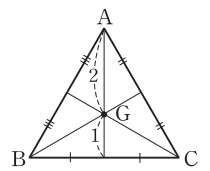
[채점 기준표]

① 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.	40%
② 무게중심 G_1, G_2 의 좌표를 구한다.	40%
③ $\overline{G_1G_2}$ 의 길이를 구한다.	20%

삼각형의 무게중심

개념·공식

- 정의: 삼각형의 세 중선은 한 점에서 만난다. 이 점을 삼각형의 무게중심이라 한다.
- 성질: 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2:1로 나눈다.
- $\triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$



A 73 정답 3

★2등급 대비 [정답률 34%]

[정답 공식: B(x, y)라 놓고 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$ 인 점 B의 좌표를 모두 구한다.]

단서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$ 인 정삼각형의 변의 길이를 생각하자.
좌표평면 위에 원점 O와 점 A(1, 3)을 이은 선분 OA를 한 변으로 하는 정삼각형 OAB를 만들 때, 가능한 모든 점 B의 y좌표의 합을 구하시오.

1st B(x, y)로 놓고 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$ 임을 이용하여 방정식을 구해보자.

삼각형 OAB가 정삼각형이므로
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$

이때, 조건을 만족하는 정삼각형 OAB는 그림과 같이 2개이다.

점 B의 좌표를 B(x, y)라 하면
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로

$$1^2 + 3^2 = x^2 + y^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{OB} = \overline{AB}$ 에서 $\overline{OB}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로

$$x^2 + y^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2$$

$$x^2 + y^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9$$

$$\therefore x = -3y + 5 \cdots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$(-3y+5)^2 + y^2 = 10$$

$$9y^2 - 30y + 25 + y^2 = 10$$

$$\therefore 2y^2 - 6y + 3 = 0 \cdots \textcircled{3}$$

따라서 점 B의 y좌표를 y_1, y_2 라 하면 y_1, y_2 는 ③의 해이므로

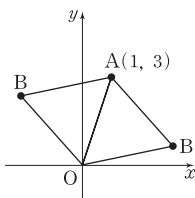
구하는 모든 y좌표의 합은 근과 계수의 관계에 의해

$$y_1 + y_2 = -\frac{-6}{2} = 3$$

[이차방정식의 근과 계수의 관계]

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$(1) \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad (2) \alpha\beta = \frac{c}{a}$$



원점과 점 A의 좌표는 정해진 것이므로
점 B가 그림처럼 정해질 때 정삼각형이
될 수 있어.

함정

한 밑변에 대하여 그릴 수
있는 정삼각형은 2개임을
파악할 수 있어야 해.

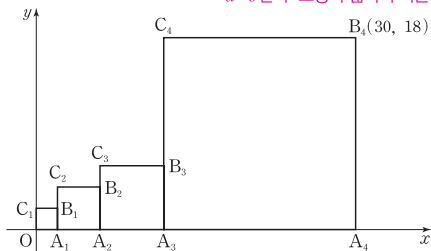
A 74 정답 116

★2등급 대비 [정답률 30%]

[정답 공식: 닮음비를 이용해 각 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.]

그림과 같이 x축 위의 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4 에 대하여 $\overline{OA_1}, \overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \overline{A_3A_4}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3, A_3A_4B_4C_4$ 가 있다. 점 B_4 의 좌표가 (30, 18)이고 정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3$ 의 넓이의 비가 1 : 4 : 9일 때, $\overline{B_1B_3}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

단서 모든 정사각형은 닮음꼴이야. 또, 닮음비가 $a : b$ 인 두 도형의 넓이의 비는 $a^2 : b^2$ 이야.



1st 닮은 도형에서 넓이의 비가 $a^2 : b^2 : c^2$ 이면 닮음비는 $a : b : c$ 야.

정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3$ 의 넓이의 비가 1 : 4 : 9이므로 세 정사각형의 닮음비는 1 : 2 : 3이다.

즉, 양수 a 에 대하여 두 도형의 닮음비가 $a : b$ 이면 넓이의 비는 $a^2 : b^2$ 이고, 부피의 비는 $a^3 : b^3$ 이야.

$\overline{OA_1} = a, \overline{A_1A_2} = 2a, \overline{A_2A_3} = 3a$ 라 하면

$$\overline{OA_4} = 30, \overline{A_3A_4} = \overline{A_4B_4} = 18$$

즉, $\overline{OA_3} = \overline{OA_4} - \overline{A_3A_4}$ 에서

$$a + 2a + 3a = 30 - 18$$

$$6a = 12 \quad \therefore a = 2$$

2nd 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용해.

따라서 두 점 B_1, B_3 의 좌표는 각각 (2, 2), (12, 6)이므로

$$\overline{B_1B_3}^2 = (12-2)^2 + (6-2)^2 = 116$$

함정

넓이의 비를 이용해 길이
의 비를 알아내야 해.

A 75 정답 ③

★2등급 대비 [정답률 34%]

[정답 공식: 내부의 정사각형의 한 점에서 직사각형의 두 변에 각각 수선의 발을 내려 길이를 각각 a, b 라 한 후, 각 대각선의 길이를 a, b, k 를 이용해 나타낸다.]

단서 1 직사각형 ABCD를 점 B를 원점으로 하고 $\overline{BC}, \overline{AB}$ 를 각각 x축, y축으로 하는 좌표평면 위에 나타내 보자.

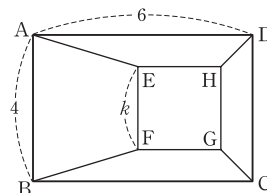
그림은 가로의 길이, 세로의 길이가 각각 6, 4인 직사각형

ABCD의 내부에 한 변의 길이가 k ($0 < k < 4$)인 정사각형

EFGH를 $\overline{AB}$ 와 $\overline{EF}$ 가 평행하도록 그린 것이다. [보기] 중

옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? **단서 2** 점 F의 좌표를 (a, b) 라 하고 점 E, G, H를 a, b, k 로 나타내봐.

(단, 두 사각형 ABCD와 EFGH는 만나지 않는다.)



[보기]

단서 3 각 꼭짓점들의 좌표를 이용하여 두 점 사이의 거리 공식으로 참, 거짓을 판단해보자.

ㄱ. k 의 값에 관계없이 $\overline{AE} + \overline{CG} = \overline{BF} + \overline{DH}$ 를 만족시킨다.

단서 4 좌표들을 이용하여 방정식을 세워봐. 이때, 내부의 정사각형 EFGH가 직사각형

ABCD와 만나지 않으려면 점 F (또는 G)의 y좌표가 3보다 작아야 함에 주의하자.

$$\therefore k=1 \text{ 일 때, } \overline{AE} = \overline{DH} = \sqrt{\frac{13}{2}} \text{ 이면 } \overline{BF} = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

ㄷ. $k=2$ 일 때, 두 사다리꼴 ABFE와 CDHG의 넓이의

합은 12이다. **단서 5** 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \{(\text{윗변의 길이}) + (\text{아랫변의 길이})\} \times (\text{높이}) \text{야.}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1st 주어진 도형을 좌표평면 위에 나타내고 ㄱ의 참, 거짓을 판별하자.

점 B를 원점으로 하고 $\overline{BC}, \overline{AB}$ 를 각각 x축, y축으로 놓으면 사각형 ABCD의 각 꼭짓점의 좌표는 다음과 같다.

A(0, 4), B(0, 0), C(6, 0), D(6, 4)

한편, 점 F의 좌표를 (a, b) ($0 < a < 6, 0 < b < 4$)라 하면

E(a, b+k), G(a+k, b), H(a+k, b+k)이다.

