1 판매량

1 만족도

1 평가도

KOREA EDUCATIONAL BRAND AWARDS 대한민국 교육브랜드 대상 2022

Xistory stands for extra intensive story for an entrance examination for a university.

수능기출문제은행

2024 수능 대비

Xi story

기하

- ▲ 최신 9개년 수능, 모의평가, 학력평가 기출문제 수록
  – 최신 8개년 경찰대, 삼사 기출문제 수록
- ▲ 총 81개 촘촘한 유형 분류와 난이도순 문항 배열
- ▲ 1등급, 2등급 킬러 문제 + 단서, 접근법, 1등급 풀이팁 해설
- ▲ 다른 풀이, 쉬운 풀이, 톡톡 풀이 등 다양한 풀이법 수록
- ▲ 함정, 실수, 주의, 단계별로 분석한 입체 첨삭 해설
- ▲ 명쾌한 개념 강의 + 최신 · 중요 문제 동영상 강의 QR코드

1등급 마스터 문제
킬러 문항 집중 학습

수경출판사

전민수

고려대 지리교육과 2022년 입학

경기 한민고 졸

Xi story Honors

[격려상 수상]

"문제가 풀리지 않을 때는 자이스토리 해설의 step1까지만 보고 남은 부분은 스스로의 힘으로 풀어보자!"

■ 기출문제집 한 권만 추천해 달라고? 난 무조건 자이스토리!

나는 중학교 때 성적이 좋은 편이었어. 그런데 고등학교에 입학한 뒤로는 줄곧 원하는 내신 성적을 받지 못했어.

나의 목표 대학은 고려대학교였는데 이 내신 성적으로는 절대 진학할 수 없겠다고 생각했고 정시 전형으로 진학하기 위해 계획을 세웠어. 내신 공부를 하면서 개념은 꽤 정리된 상태였고, 문제 풀이를 통해 체화하는 과정이 필요했지.

수능을 준비함에 있어 기출문제의 중요성을 모르는 사람은 없겠지? 특히 전문가들은 수능을 위해서 기출문제의 3회독 공부는 선택이 아니라 필수라고 말하기도 하니까.

그런데 기출문제를 일일이 뽑아서 풀어볼 수는 없잖아? 그래서 기출문제집을 여러 가지 구매했는데 풀어본 기출문제집 중에서 자이스토리처럼 구성이 깔끔하고 해설이 꼼꼼한 기출문제집은 본 적이 없어. 나중에는 일말의 고민도 없이 수험생활 내내 자이스토리를 택해서 사용했을 정도야.

특히 수학 일부 과목의 경우, 고2 교재와 고3 교재가 나뉘어 있는 게 좋았어. 두 교재를 연이어 사용하면 기출문제를 N회독 할 수 있어 문제 출제 경향에 익숙해지는 동시에 고난이도 문제들도 접해볼 수 있었지. 게다가 정답 공식, 단서, 입체 첨삭 등 꼼꼼한 해설부터 기출문제집임에도 불구하고 학년별로 다르게 풀 수 있도록 교재를 구성한 섬세함까지! 이런 이유로 나는 기출문제집 추천에 관한 질문을 받으면 무조건 자이스토리를 추천해!

■ 나만의 무기를 만드는 공부법

성공한 선배님들의 공부법을 보면 모두 [개념 학습] → [기출 분석 및 문제 풀이]라는 공통적인 공부 순서를 가지고 있어. 단순하지만 가장 확실한 공부법이지. 나 역시 이와 같은 공부법으로 고려대학교에 진학할 수 있었다고 생각해.

인터넷 강의나 개념서를 한 번 봤다고 해서 바로 개념이 정립되었다고 착각하는 학생들이 있어. 사실 나도 그랬었고. 그렇지만 지식을 머릿속에 넣는다는 관점에서 다시 한번 공부 과정을 살펴보면, [개념 학습] 단계는 단순히 수업을 듣고 이해하는 것이 아니라, 이 개념에서 알게 된 것들을 스스로 정리하고 핵심을 파악하는 것이 중요해.

나는 이 단계에서 자이스토리의 '핵심 개념과 정리'를 활용했어. '핵심 개념과 정리'를 읽으며 개념을 다시 한번 복습하고 스스로 정리하며 핵심을 파악하고 문제화시켰어.

여기서 한 가지 팁은 터득한 개념의 결정적인 부분들을 자신만의 형태로 정리하여 나만의 무기로 만들어야 한다는 것이야. 예를 들어 삼각함수의 그래프를 이용하여 방정식을 푸는 부분을 공부할 때는 삼각함수의 대칭성이라는 특징에 주목하여 삼각함수식의 주기성 확인이라는 행동영역을 정리하는 것이 나만의 무기를 만드는 단계이고, 이 단계가 끝나면 비로소 [개념 학습] 단계가 종료돼.

이렇게 정리한 나만의 무기가 쓸만한지 점검하는 과정이 바로 [기출 분석 및 문제 풀이] 단계야. 자이스토리의 '유형별 기출 문제' 부분에는 문제가 난이도 순서로 정리되어 있어 고난이도 문제에 사용된 개념이 무엇인지 확인할 수 있어.

내가 만든 무기를 기출문제를 풀면서 쓸만한지 확인하다 보면 처음에는 어떻게 사용해야 할지 막막했던 나만의 무기도 자연스럽게 실전에서 사용하기 적합하도록 더욱 다듬어지고, 최근 자주 출제되는 문제 유형에 맞추어 무기를 제작할 수 있게 돼. 당연히 풀리지 않는 문제도 많이 있을거야. 나는 문제가 풀리지 않을 때는 자이스토리 해설이 step1, step2와 같이 나뉘어 있다는 점을 이용했어. 해설의 step1까지만 보고 남은 부분은 스스로의 힘으로 풀어보는 거지. 이런 과정을 거쳐 문제를 해결한다면 수학적 사고력이 더욱 향상될 거야.

**문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면
수학이 쉬워집니다!**

수학 공부의 기본은 개념을 익히고 그 개념들을
연결하여 그 흐름을 파악하는 것입니다.
만일 이를 소홀히 하고, 의미없이 문제만 반복하여 푼다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
수학을 오랜 시간 공부해도 좋은 점수를 받기 힘듭니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를
개념의 연계성에 따라 명쾌하게 분석하고, 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 정확히 파악되고 문제 풀이가 쉬워져서
수학 공부가 즐거워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있도록 도와줍니다.

1등급 킬러 문항에는 문제 분석, 풀이 단서 체크, 1등급 풀이 Tip,
서울대 선배의 My Top Secret을 함께 제공하여
체계적이고 심도있게 고난도 킬러 문제를 훈련할 수 있습니다.

자이스토리 수학이 준비한 수능 맞춤 기본 개념과 유형을
순서대로 꾸준히 공부해 보세요.
이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1등급에 도달해 있을 것입니다.

– 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 –

수능 1등급 완성 학습 계획표 [23일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~45		월 일	월 일
2	46~75		월 일	월 일
3	76~110		월 일	월 일
4	111~140		월 일	월 일
5	141~180		월 일	월 일
6	181~206		월 일	월 일
7	B 01~46		월 일	월 일
8	47~81		월 일	월 일
9	82~110		월 일	월 일
10	C 01~47		월 일	월 일
11	48~86		월 일	월 일
12	87~120		월 일	월 일
13	121~152		월 일	월 일
14	153~179		월 일	월 일
15	D 01~42		월 일	월 일
16	43~87		월 일	월 일
17	88~118		월 일	월 일
18	E 01~50		월 일	월 일
19	51~89		월 일	월 일
20	90~111		월 일	월 일
21	모의 1회		월 일	월 일
22	모의 2회		월 일	월 일
23	모의 3회		월 일	월 일

- 나는 ______________ 대학교 ______________ 학과 __________ 학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

자이스토리 기하 활용법+α

❶ 개념 · 공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- 최신 출제 경향을 파악하고 앞으로의 수능을 예측하세요.

❷ 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 촘촘히 분류된 모든 유형을 확인하고 유형별 풀이 비법을 확인하세요.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

❸ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.

❹ 1등급을 좌우하는 킬러 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 킬러 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요.
- 1등급 킬러 문항만의 특별 해설을 통해 문제 해결 방향과 쉽게 해결할 수 있는 방법을 익히세요.

❺ 쉽게 이해되는 입체 첨삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [첨삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 첨삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 톡톡 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념 · 공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.

❻ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.

단원별 핵심 문제 + 최신 · 중요 문제 동영상 강의 QR코드

1. 개념 강의로 핵심 개념을 이해하고 개념이 문제에 적용되는 것을 확인해 보세요!
2. 동영상 문제 풀이로 해설을 좀 더 빠르게 이해할 수 있어요!
3. 해설의 풀이를 읽어보고 동영상 강의를 시청하면 더 쉽게 이해될 거예요!
4. 풀기 어려운 킬러 문제는 동영상 강의를 여러 번 반복 시청해 보세요!

차 례 [총 81개 유형 분류]

Ⅰ 이차곡선

A 이차곡선 – 25개 유형 분류

B 이차곡선과 직선 – 14개 유형 분류

Ⅱ 평면벡터

C 평면벡터의 연산 – 18개 유형 분류

Ⅲ 공간도형과 공간좌표

D 공간도형과 정사영 – 9개 유형 분류

E 공간좌표와 구 – 15개 유형 분류

Special 기하 실전 기출 모의고사

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

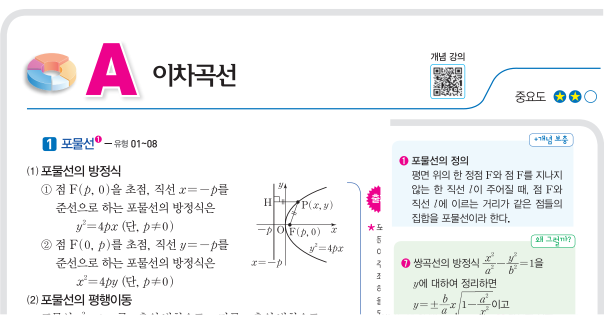
‘수학문제 다깨기’

수능 개념 총정리 + 촘촘한 유형 분류 기출 문제 = 수능 1등급

1 핵심 개념 정리 – 쉽게 이해되는 개념과 공식

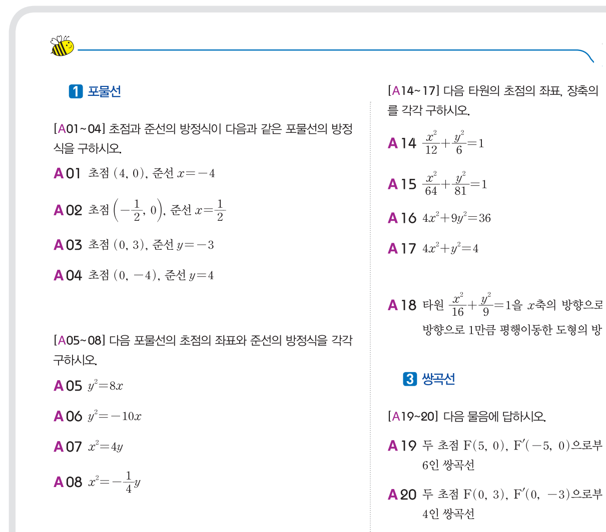
가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- +개념 보충, 한걸음 더!, 왜 그럴까? : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- 출제 : 2023학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시



2 개념 확인 문제 – 개념에 대한 이해도 확인 문제

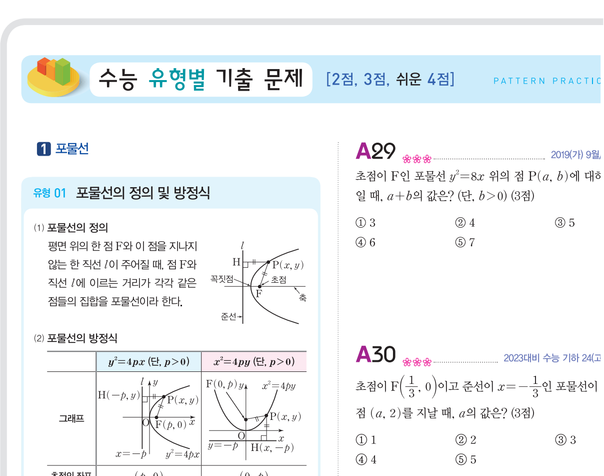
앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 개념 이해를 위한 필수 문제를 수록하였습니다.



3 유형별 기출 문제 – 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

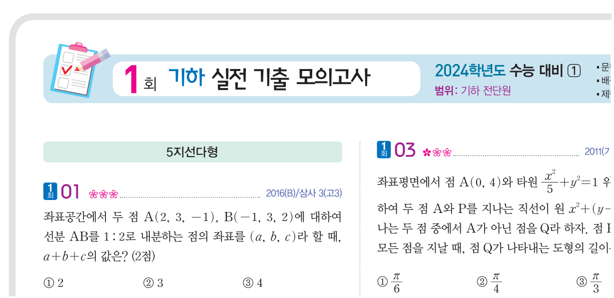
최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단원이나 유형은 고품격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- tip : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **유형 분류** : 빈출 – 시험에서 자주 출제되는 유형입니다.
  고난도 – 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형입니다.
- 대표 : 제시된 유형에서 가장 자주 출제되는 대표 유형 문제입니다.
- After 미적분 : 미적분에서 배우는 내용이 포함된 문제로 미적분을 학습한 후에 공부하는 것이 좋습니다.



4 기하 실전 기출 모의고사

기출 문제로 구성한 3회의 실전 모의고사입니다.
수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.



- **출처표시** : 수능 / 평가원 / 삼사 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  예) 2023대비 수능 기하 23(고3) : 2022년 11월에 실시한 수능
  2022/수능(홀) 기하 24(고3) : 2021년 11월에 실시한 수능
  2023대비 6월 모평 기하 25(고3) : 2022년 6월에 실시한 평가원
  2022 9월/평가원 기하 26(고3) : 2021년 9월에 실시한 평가원
  2022실시 7월 학평 기하 27(고3) : 2022년 7월에 실시한 학력평가
  2021실시 10월/교육청 기하 28(고3) : 2021년 10월에 실시한 학력평가
- **난이도** : ❀❀❀ – 기본 문제 ❀❀❀ – 중급 문제 ❀❀❀ – 중상급 문제
- **QR코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

5 1등급 마스터 문제 – 1등급 킬러, 2등급 킬러, 4점 문제 수록

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 키워서 반드시 수학 1등급에 도달할 수 있습니다.

- ✽✽✽ – 상급 문제
- 2등급 킬러 – 정답률이 21~30%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제
- 1등급 킬러 – 정답률이 20% 이하인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

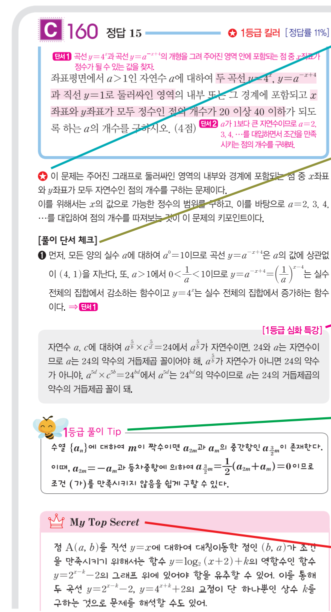
A198 ✽✽✽ 2022 6월/평가원 기하 29(고3)

포물선 $y^2=8x$와 직선 $y=2x-4$가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a에 대하여 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 점 A를 지날 때, 직선 $y=2x-4$와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x=-2$에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, …

A199 2등급 킬러 2022실시 3월 학평 기하

그림과 같이 꼭짓점이 A_1이고 초점이 F_1인 포물선 P_1과 꼭짓점이 A_2이고 초점이 F_2인 포물선 P_2가 있다. 준선은 모두 직선 F_1F_2와 평행하고, 두 선분 A_1A_2, F_1F_2의 중점은 모두 일치한다. 두 포물선 P_1, P_2가 서로 다른 두 점에서 만날 때 …

6 1등급 킬러 · 2등급 킬러 문제 특별 해설



C 160 정답 15 1등급 킬러 [정답률 11%]

좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. (4점)

[풀이 단서 체크]

[1등급 심화 특강]

1등급 풀이 Tip

My Top Secret

문제 분석
킬러 문제의 핵심 내용과 문제에서 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

풀이 단서 체크
킬러 문제 풀이를 본격적으로 시작하기 전에 단서의 내용을 좀 더 구체적으로 설명하면서 풀이 과정을 요약하여 알기 쉽게 풀어 써 주었습니다.

1등급 심화 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 공식을 보여줍니다.

1등급 풀이 Tip
일반적인 내용은 아니지만 킬러 문제를 풀 때 시간 절약과 더불어 문제 접근을 쉽게 할 수 있도록 도와주는 내용을 제시합니다.

My Top Secret
킬러 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

7 입체 첨삭 해설!

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

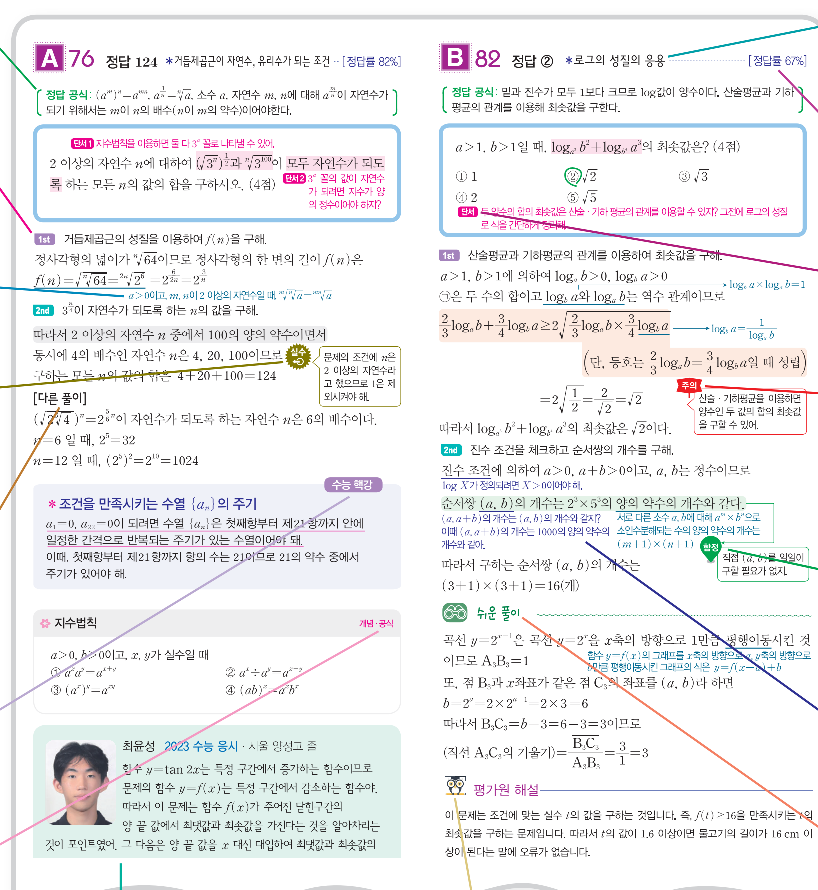
해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.



A 76 정답 124 ∗거듭제곱근이 자연수, 유리수가 되는 조건 [정답률 82%]

2 이상의 자연수 n에 대하여 $(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}}$과 $\sqrt[n]{3^{100}}$이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. (4점)

B 82 정답 ② ∗로그의 성질의 응용 [정답률 67%]

$a>1$, $b>1$일 때, $\log_a b^2+\log_{b^2} a^3$의 최솟값은? (4점)

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

생생체험
수능을 먼저 정복한 선배들의 경험이 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

평가원 해설
오답 이의제기된 문항에 대해 평가원 출제 위원들이 요구한 사고 과정을 확인할 수 있습니다.

출제 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률
교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빠뜨리거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여고
김대식 경기 하남고
민경도 서울 강남 종로학원
박소희 안양 안양외고
박숙녀 아산 충남삼성고
배수나 서울 가인아카데미
신명선 안양 신성고
신현준 안양 신성고
윤장노 안양 신성고
윤혜미 서울 세종과학고
이종석 일등급 수학 저자
이창희 서울 다원교육 고등부
위경아 서울 강남대성기숙의대관
장광걸 김포 김포외고
장경호 오산 운천고
장철희 서울 보성고
전경준 서울 풍문고
지강현 안양 신성고
홍지우 안양 평촌고

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널
'수학문제 다깨기'

[감수진]

강민정 전주 유일여고
강호균 서울 늘푸른 수학원
공상태 성남 THE99.7 학원
곽석환 울산 곽쌤수학 학원
구태현 고양 현수학 학원
권은진 서울 참수학뿌리국어학원
금재윤 서울 성보고
김광찬 울산 탑엘리트학원
김기웅 구미 브리튼 영어 수학 학원
김덕한 대전 더칸수학학원
김도완 안양 평촌 프라매쓰 학원
김동준 고양 이루는 학원
김병섭 울산 으뜸수학 학원
김상구 서울 같이상승수학 학원
김상혁 양주 덕정한샘학원
김성주 용인 수학의 아침 학원
김수환 청주 세광고
김예찬 울산 학촌학원
김윤환 대전 서대전고
김은희 서울 공감수학교습소 학원
김정선 안양 평촌 파인만학원
김정호 청주 청주고
김제휘 울산 샤수학 학원
김종성 서울 중산고
김주성 대전 양영학원
김중엽 울산 수수깡수학학원
김태은 성남 수학의 아침 학원
김현철 고양 문명의STEM 학원
김홍수 서울 김홍학원
김효령 전주 메리트수학전문학원
노문호 청주 한국교원대부고
박기두 서울 종로학원
박미경 부천 대치수심수학학원
박세창 서울 수본수학학원
박연오 청주 충북여고
박우혁 서울 종로학원
박종규 울산 4인의수학 학원
백준석 안양 일프로집단 학원
서동원 대전 수학의 중심 학원
성수경 울산 위룰수학 학원
손정민 서울 이투스247학원
신선학 울산 신쌤플러스수학전문학원
심창섭 서울 피앤에스수학학원
안영대 대구엠프로수학학원
안　혁 울산 혁신수학전문학원
안현모 서울 에임학원
양해영 서울 청출어람 학원
엄보용 안산 경안고
엄순섭 울산 전하수력발전소 단과학원
유수하 안양 유수하 수학 학원
유재영 평택 비전고
유재철 서울 구주이배 수학 학원
유　환 부천 도당비젼스터디 학원
윤석주 대전 윤석주수학전문학원
윤석태 성남 수학의 아침 학원
윤소라 대전 텀브&포스학원
윤순조 군포 군포고
이건우 서울 이지엠 수학 학원
이대권 성남 폴라리스 수학 학원
이도용 대전 보문고
이동권 서울 수재학원
이동준 서울 수재학원
이동훈 대구 이동훈수학학원
이미리 수원 대상학원
이성우 울산 더오름 단과학원
이용환 대전 지족고
이윤주 평택 평택고
이은정 서울 서초 뉴탑학원
이주경 서울 생각의 숲 수학교습소
이지훈 서울 대치 시그니처학원
이철호 안양 파스칼수학학원
이효균 인천 투스카이수학과학학원
이효진 대구 진선생 수학 학원
임안철 안양 에이엠수학학원
장준수 고양 위드쌤 스터디 수학학원
장현주 수원 마스터제이 학원
장혜민 성남 수학의 아침 학원
전수현 서울 전)페르마수학 학원
정영수 서울 수재학원
정원혁 서울 하이츠 학원
정정은 서울 영매쓰 학원
정한샘 서울 펀수학 학원
조재현 울산 피타고라스 수학 학원
주은재 서울 강동 청산학원
차승진 청주 청원고
최선락 서울 최선락수학교실 학원
최소영 서울 청산미래와사람들 학원
하대용 구미 수플러스학원
하진수 대전 대신고
현재명 양주 옥정대성N학원
홍성문 시흥 홍성문 수학학원
황화연 전주 근영여고

[My Top Secret 집필]

정호재 서울대 경제학부
곽지훈 서울대 수학교육과
황대윤 서울대 수리과학부

🍀 수능 선배들의 비법 전수 – 수험장 생생 체험 소개

긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.

2023 응시


강 한
서울 배재고 졸업


권주원
서울 배재고 졸업


김보겸
광주서석고 졸업


김수정
부산국제고 졸업


김예온
부산 다대고 졸업


김준서
부산 대연고 졸업


김태산
광주서석고 졸업


김현서
경기 평택고 졸업


나인규
광주 국제고 졸업


명준하
광주서석고 졸업


박서영
부산 사직여고 졸업


박세민
광주 광덕고 졸업


백규민
대구 성화여고 졸업


선명신
순천복성고 졸업


유기범
익산 남성고 졸업


이민형
광주 보문고 졸업


이서영
대구 원화여고 졸업


장경은
서울 세화여고 졸업


장성욱
부산 대연고 졸업


정서린
서울 세화여고 졸업


조해인
서울 목동고 졸업


조현준
익산 이리고 졸업


최윤성
서울 양정고 졸업


홍지형
화성 안화고 졸업


홍채연
서울 한영고 졸업


황은준
경기 비봉고 졸업

• 2022년

강민성	부산 해운대고 졸(성균관대 의예과)
강연욱	서울 한영고 졸(연세대 노어노문학과)
고현웅	광주서석고 졸(전남대 의예과)
공준형	경기 우성고 졸(가톨릭관동대 의예과)
김서윤	경기 우성고 졸(성균관대 글로벌경제학과)
김예리	서울 수명고 졸(고려대 의예과)
김찬우	익산 이리고 졸(전남대 의예과)
김혜윰	경기 숭신여고 졸(서울대 인문대학)
박정빈	익산 이리고 졸(고려대 한국사학과)
박준현	전남 장성고 졸(육군사관학교)
송홍준	광주 국제고 졸(고려대 융합에너지공학과)
양예진	전주 상산고 졸(이화여대 의예과)
오석우	공주 한일고 졸(서울대 의예과)
오연주	전주 솔내고 졸(서강대 사회학과)
이수현	대구 송현여고 졸(고려대 정치외교학과)
장인우	광주 고려고 졸(서울대 인문학부)
전수현	경기 숭신여고 졸(한림대 의예과)
정지호	익산 남성고 졸(경찰대학교)
최준명	서울 양정고 졸(KAIST 새내기과정학부)

• 2021년

강혜윤	경기 수지고 졸(서울대 인문계열)
김도원	인천하늘고 졸(서울대 화학부)
김도훈	서울 배재고 졸(고려대 노어노문학과)
김민준	서울 장훈고 졸(연세대 전기전자공학부)
김재서	서울 양정고 졸(연세대 산업공학과)
김준형	서울 중산고 졸(경북대 치의예과)
박재현	경북 구미고 졸(가톨릭대 의예과)
송의현	안산 동산고 졸(원광대 의예과)
안지연	서울 창덕여고 졸(서울대 인문계열)
윤 혁	서울 동양고 졸(서울대 건설환경공학부)
이새영	서울 선린인터넷고 졸(연세대 기계공학부)
이우민	경기 평택고 졸(KAIST 새내기과정학부)
임예은	경기 동탄국제고 졸(연세대 경제학과)
임종민	경기외고 졸(서강대 정치외교학과)
최서영	경기 동탄국제고 졸(서울대 경제학부)
최주영	서울 보인고 졸(가톨릭대 의예과)

문항 배열 및 구성 [748제]

❶ 개념 이해 체크를 위한 기본 기출 문제(133제)
필수 개념과 공식을 확인할 수 있는 기출 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

❷ 최신 5개년 수능, 모의평가 및 학력평가 기출 전 문항 수록(257제)
최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.

❸ 최신 수능, 모의평가 및 학력평가, 경찰대, 삼사 우수 기출 문제 수록(281제)
- 수능, 모의평가 및 학력평가 기출 문항 중 새수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.
- 경찰대, 삼사 기출 문항 중 최신 3개년은 전 문항 수록하였고, 이전 문항은 우수 문항을 선별하여 수록하였습니다.

❹ 새수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제(77제)
새수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[기하 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4·5월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2023	8	8	8	8	8	8	8	56	*2024학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2022	8	8	8	8	8	8	8	56	
2021	0	0	0	0	0	0	0	0	
2020	0	3	6	6	5	7	6	33	
2019	0	4	4	7	6	5	6	32	
2018	0	2	4	6	6	4	4	26	*수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2017	0	5	5	7	7	6	4	34	
2016	0	0	3	5	4	4	4	20	
2015	0	0	3	4	5	3	5	20	
2014	0	0	3	4	4	5	3	19	
2013	0	0	3	4	3	4	5	19	
2012	0	0	3	1	4	3	5	16	
2011	0	0	0	0	5	2	5	12	
2010	0	0	0	0	2	3	3	8	
2009	0	0	0	0	6	2	2	10	
2008이전	0	1	6	0	19	21	28	75	
2022, 2014, 2005 대비 예비 평가								17	
수능 기출 변형 문제								210	
삼사								85	
총 문항 수								748	

2023학년도 6월, 9월 평가원+수능

기하 문항 배치표

문항 번호	6월 수록 교재	6월 수록 번호	9월 수록 교재	9월 수록 번호	수능 수록 교재	수능 수록 번호
23	기하	C111	기하	E64	기하	E56
24	기하	A154	기하	B83	기하	A30
25	기하	C145	기하	A100	기하	B58
26	기하	B68	기하	C156	기하	C158
27	기하	C94	기하	D36	기하	D44
28	기하	B103	기하	A69	기하	A162
29	기하	A200	기하	E105	기하	C170
30	기하	C164	기하	C178	기하	D113

• 기하: 자이스토리 기하

A 이차곡선

★ 유형 차례

★ 최신 2개년 수능+모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2023	수능	유형 01 포물선의 정의 및 방정식	❀❀❀
		유형 20 쌍곡선의 점근선의 활용	✿✿❀
	9월	유형 06 포물선의 평행이동	✿✿❀
		유형 12 타원과 피타고라스 정리의 활용	❀❀❀
	6월	유형 06 포물선의 평행이동	✿✿✿
		유형 19 쌍곡선의 점근선	❀❀❀
2022	수능	유형 06 포물선의 평행이동	✿✿❀
		유형 15 타원과 원	✿✿❀
		유형 18 쌍곡선의 초점과 주축의 길이	❀❀❀
	9월	유형 05 포물선의 정의와 초점을 지나는 직선의 활용	✿❀❀
		유형 19 쌍곡선의 점근선	❀❀❀
	6월	유형 05 포물선의 정의와 초점을 지나는 직선의 활용	✿✿✿
		유형 10 타원의 초점과 단축, 장축	✿❀❀
	예시	유형 03 포물선의 정의와 닮음의 활용	✿✿❀
		유형 17 쌍곡선의 정의 및 방정식	✿❀❀

★ 2023 수능 출제 경향 분석

- **포물선의 방정식** : 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식을 이용하여 포물선 위의 점의 x좌표를 구하는 문제가 출제되었다. [A30 문항]
- **쌍곡선의 주축의 길이** : 쌍곡선의 대칭성과 쌍곡선의 점근선에 평행한 선분의 길이의 비를 이용하여 주축의 길이를 구하는 문제가 출제되었다. [A162 문항]

★ 2024 수능 예측

1. 이차곡선의 정의를 이용하여 포물선, 타원, 쌍곡선에서 만들어지는 선분의 길이 또는 도형의 넓이를 구하는 문제가 출제될 수 있다.
2. 고1 수학에서 배운 원과 이차곡선이 통합된 유형이나 삼각함수와 이차곡선의 정의를 이용한 문제가 출제될 수 있다.
3. 이차곡선끼리의 성질을 이용하여 통합적인 개념을 묻는 문제도 출제 가능성이 있다.

A 이차곡선

개념 강의

중요도 ★★☆

1 포물선❶ – 유형 01~08

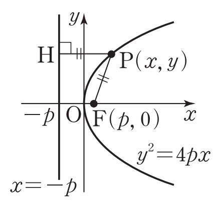
(1) 포물선의 방정식

① 점 $\mathrm{F}(p,\ 0)$을 초점, 직선 $x=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은

$y^2=4px$ (단, $p\neq0$)

② 점 $\mathrm{F}(0,\ p)$를 초점, 직선 $y=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은

$x^2=4py$ (단, $p\neq0$)



(2) 포물선의 평행이동

포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y-n)^2=4p(x-m)$❷

출제 2023 수능 기하 24번
2023 9월 모평 기하 28번
2023 6월 모평 기하 29번

★ 수능에서는 초점과 준선이 주어진 포물선의 방정식을 구하는 쉬운 난이도의 문제가 출제되었다.
9월에는 평행이동한 포물선이 조건을 만족시키도록 하는 상수의 값을 구하는 중상 난이도의 문제가,
6월에는 조건을 만족시키는 포물선의 방정식을 찾아 도형의 넓이를 구하는 고난도 문제가 출제되었다.

+개념 보충

❶ **포물선의 정의**
평면 위의 한 정점 F와 점 F를 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다.
이때, 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 준선이라 한다.

❷ 평행이동한 포물선의 초점의 좌표는 $(p+m,\ n)$, 준선의 방정식은 $x=-p+m$이다.

❸ **타원의 정의**
평면 위의 두 정점 F, F′으로부터의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 정점 F, F′을 타원의 초점이라 한다.

2 타원❸ – 유형 09~16

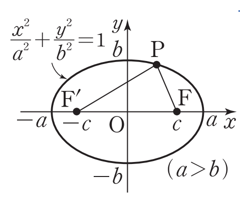
(1) 타원의 방정식❹

① 두 정점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F'}(-c,\ 0)$에서의 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $a>b>0$, $c^2=a^2-b^2$)

② 두 정점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F'}(0,\ -c)$에서의 거리의 합이 $2b$인 타원의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $b>a>0$, $c^2=b^2-a^2$)



(2) 타원의 평행이동

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 타원의 방정식은 $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$❺

출제 2023 9월 모평 기하 25번

★ 타원 위의 점에서 두 초점까지 이르는 거리의 합은 항상 일정함을 이용하여 타원의 방정식에서 미정계수를 결정하는 쉬운 난이도의 문제가 출제되었다.

한걸음 더!

❹ 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$의 장축과 단축의 길이는 각각 $2a$, $2b$이고
타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(b>a>0)$의 장축과 단축의 길이는 각각 $2b$, $2a$이다.

+개념 보충

❺ 평행이동한 타원의 꼭짓점의 좌표는 $(a+m,\ n)$, $(-a+m,\ n)$, $(m,\ b+n)$, $(m,\ -b+n)$이다.

❻ **쌍곡선의 정의**
평면 위의 두 정점 F, F′에서의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 정점 F, F′을 쌍곡선의 초점이라 한다.

3 쌍곡선❻ – 유형 17~25

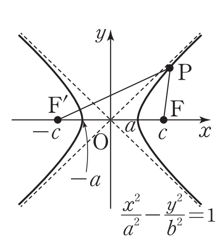
(1) 쌍곡선의 방정식

① 두 정점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F'}(-c,\ 0)$에서의 거리의 차가 $2a$인 쌍곡선의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $c^2=a^2+b^2$)

② 두 정점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F'}(0,\ -c)$에서의 거리의 차가 $2b$인 쌍곡선의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ (단, $c^2=a^2+b^2$)



(2) 쌍곡선의 점근선의 방정식❼

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=\pm1$의 점근선의 방정식은 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$

(3) 쌍곡선의 평행이동

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=\pm1$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 쌍곡선의 방정식은 $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=\pm1$❽(복호동순)

출제 2023 수능 기하 28번
2023 6월 모평 기하 24번

★ 쌍곡선의 점근선의 기울기를 이용하여 쌍곡선의 방정식을 구하는 문제로 수능과 6월에 각각 중상 난이도의 문제와 쉬운 난이도의 문제가 각각 출제되었다.

왜 그럴까?

❼ 쌍곡선의 방정식 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$을 y에 대하여 정리하면
$y=\pm\dfrac{b}{a}x\sqrt{1-\dfrac{a^2}{x^2}}$이고
$|x|\to\infty$이면 $\dfrac{a^2}{x^2}\to0$이므로
쌍곡선은 직선 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$에 한없이 가까워진다. 즉, 쌍곡선의 점근선의 방정식은 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$이다.

+개념 보충

❽ 평행이동한 쌍곡선의 점근선의 방정식은 $y=\pm\dfrac{b}{a}(x-m)+n$이다.

1 포물선

[A01~04] 초점과 준선의 방정식이 다음과 같은 포물선의 방정식을 구하시오.

A01 초점 $(4, 0)$, 준선 $x=-4$

A02 초점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, 준선 $x=\frac{1}{2}$

A03 초점 $(0, 3)$, 준선 $y=-3$

A04 초점 $(0, -4)$, 준선 $y=4$

[A05~08] 다음 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식을 각각 구하시오.

A05 $y^2=8x$

A06 $y^2=-10x$

A07 $x^2=4y$

A08 $x^2=-\frac{1}{4}y$

A09 포물선 $y^2=\frac{1}{4}x$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

2 타원

[A10~13] 다음 타원의 방정식을 구하시오.

A10 두 초점 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$으로부터의 거리의 합이 10인 타원

A11 두 초점이 $F(\sqrt{7}, 0)$, $F'(-\sqrt{7}, 0)$으로부터의 거리의 합이 8인 타원

A12 두 초점이 $F(0, 1)$, $F'(0, -1)$으로부터의 거리의 합이 4인 타원

A13 두 초점이 $F(0, \sqrt{5})$, $F'(0, -\sqrt{5})$으로부터의 거리의 합이 6인 타원

[A14~17] 다음 타원의 초점의 좌표, 장축의 길이, 단축의 길이를 각각 구하시오.

A14 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$

A15 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{81}=1$

A16 $4x^2+9y^2=36$

A17 $4x^2+y^2=4$

A18 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

3 쌍곡선

[A19~20] 다음 물음에 답하시오.

A19 두 초점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$으로부터의 거리의 차가 6인 쌍곡선

A20 두 초점 $F(0, 3)$, $F'(0, -3)$으로부터의 거리의 차가 4인 쌍곡선

[A21~24] 다음 쌍곡선의 초점의 좌표와 주축의 길이를 각각 구하시오.

A21 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{25}=1$

A22 $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=-1$

A23 $5x^2-4y^2=20$

A24 $4x^2-9y^2=-36$

[A25~26] 다음 쌍곡선의 점근선의 방정식을 구하시오.

A25 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

A26 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=-1$

A27 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

❖ 정답 및 해설 2~3p

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

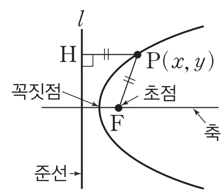
PATTERN PRACTICE

1 포물선

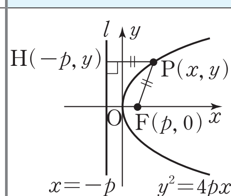
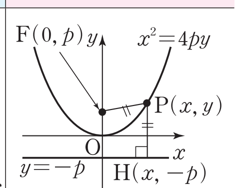
유형 01 포물선의 정의 및 방정식

(1) 포물선의 정의

평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 각각 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다.



(2) 포물선의 방정식

	$y^2=4px$ (단, $p>0$)	$x^2=4py$ (단, $p>0$)
그래프		
초점의 좌표	$(p, 0)$	$(0, p)$
준선의 방정식	$x=-p$	$y=-p$
꼭짓점	$(0, 0)$	$(0, 0)$
축	$y=0$ (x축)	$x=0$ (y축)

tip

1 포물선 위의 임의의 점 P와 초점 F, 점 P에서 준선에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{PH}=\overline{PF}$

2 x축에 평행한 축을 갖는 포물선의 방정식의 일반형은
$y^2+Ax+By+C=0$ (단, $A\neq0$)

3 y축에 평행한 축을 갖는 포물선의 방정식의 일반형은
$x^2+Ax+By+C=0$ (단, $B\neq0$)

A28 대표 2019(가)/수능(홀) 6(고3)

초점이 F인 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF}=9$일 때, 점 P의 x좌표는? (3점)

① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

A29 ❀❀❀ 2019(가) 9월/평가원 5(고3)

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 P(a, b)에 대하여 $\overline{PF}=4$일 때, $a+b$의 값은? (단, $b>0$) (3점)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

A30 ❀❀❀ 2023대비 수능 기하 24(고3)

초점이 $F\left(\frac{1}{3}, 0\right)$이고 준선이 $x=-\frac{1}{3}$인 포물선이 점 $(a, 2)$를 지날 때, a의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A31 ❀❀❀ 2022실시 3월 학평 기하 23(고3)

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 P와 y축 사이의 거리가 3일 때, 선분 PF의 길이는? (2점)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

A32 ❀❀❀ 2019실시(가) 4월/교육청 26(고3)

좌표평면에서 점 P$(-2, k)$와 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}=\overline{QF}=10$일 때, 양수 k의 값을 구하시오. (4점)

A33 ❀❀❀ 2017실시(가) 4월/교육청 25(고3)

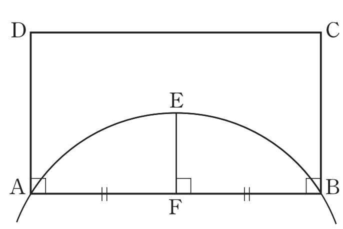
좌표평면에서 점 $(2,\ 0)$을 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2=8x$와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이가 17일 때, 두 점 P, Q의 x좌표의 합을 구하시오. (3점)

A34 ❀❀❀ 2017(가) 9월/평가원 25(고3)

좌표평면에서 초점이 F인 포물선 $x^2=4y$ 위의 점 A가 $\overline{\mathrm{AF}}=10$을 만족시킨다. 점 $\mathrm{B}(0,\ -1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=a$일 때, a^2의 값을 구하시오. (3점)

A35 ❀❀❀ 2001실시(자) 4월/교육청 6(고3)

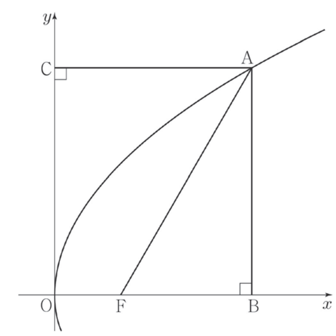
그림의 사각형 ABCD는 직사각형이고, 곡선 AEB는 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점 F를 초점으로 하는 포물선의 일부분이다. $\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{EF}}$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=60$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이는? (3점)



① 20 ② 24 ③ 30
④ 36 ⑤ 40

A36 ❀❀❀ 2021실시 4월/교육청 기하 26(고3)

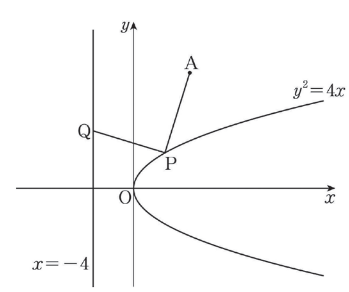
그림과 같이 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 $\mathrm{F}(p,\ 0)\ (p>0)$인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 A에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 하자. $\overline{\mathrm{FA}}=8$이고 사각형 OFAC의 넓이와 삼각형 FBA의 넓이의 비가 $2:1$일 때, 삼각형 ACF의 넓이는? (단, 점 A는 제1사분면 위의 점이고, 점 A의 x좌표는 p보다 크다.) (3점)



① $\frac{27}{2}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ 18
④ $12\sqrt{3}$ ⑤ 24

A37 ❀❀❀ 2021실시 3월/교육청 기하 27(고3)

점 $\mathrm{A}(6,\ 12)$와 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 P, 직선 $x=-4$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값은? (3점)



① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

❖ 정답 및 해설 4~7p

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

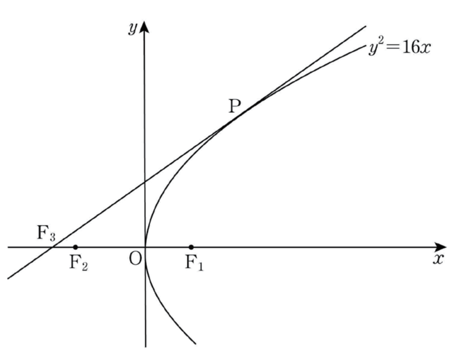
B104 ✽✽✽ 2022실시 4월 학평 기하 29(고3)

초점이 F인 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$에 대하여 이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 직선 $x=-p$와 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q를 지나고 직선 $x=-p$에 수직인 직선이 포물선과 만나는 점을 R라 하자.

$\angle PRQ=\frac{\pi}{2}$일 때, 사각형 PQRF의 둘레의 길이가 140이 되도록 하는 상수 p의 값을 구하시오. (4점)

B105 ✽✽✽ 2022실시 10월 학평 기하 29(고3)

두 점 $F_1(4,\ 0)$, $F_2(-6,\ 0)$에 대하여 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 $\overline{PF_2}-\overline{PF_1}=6$을 만족시킨다. 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 F_3이라 하면 두 점 F_1, F_3을 초점으로 하는 타원의 한 꼭짓점은 선분 PF_3 위에 있다. 이 타원의 장축의 길이가 $2a$일 때, a^2의 값을 구하시오. (4점)



B106 ✪ 2등급 킬러 2019(가) 6월/평가원 19(고3)

0이 아닌 실수 p에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선 $x^2=2y$와 $\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=4px$에 동시에 접하는 직선의 개수를 $f(p)$라 하자. $\lim_{p\to k+} f(p)>f(k)$를 만족시키는 실수 k의 값은? (4점)

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$

④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B107 ✪ 2등급 킬러 2014(B) 6월/평가원 29(고3)

좌표평면에서 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 A에 대하여 점 B는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A가 원점이면 점 B도 원점이다.
(나) 점 A가 원점이 아니면 점 B는 점 A, 원점 그리고 점 A에서의 접선이 y축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A가 포물선 $y^2=16x$ 위를 움직일 때 점 B가 나타내는 곡선을 C라 하자. 점 $(3,\ 0)$을 지나는 직선이 곡선 C와 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{PQ}=20$일 때, 두 점 P, Q의 x좌표의 값의 합을 구하시오. (4점)

동아리 소개

Sharing Choir (쉐어링콰이어)

고려대 간호대학, 의과대학 연합 합창동아리

'서로 다름'이 어우러진 작은 세상속으로!

쉐어링콰이어는 고려대학교 간호대학 · 의과대학 연합동아리로 1986년 창립 후 꾸준히 활동해오고 있습니다. 주요 활동으로는 여름 정기공연과 겨울 연합공연이 있습니다.

연습은 바쁜 학기 중을 피해 방학 때 이루어지고, 뮤직캠프로 시작됩니다. 펜션에 모여 공연 노래를 배우며, 고기도 구워 먹고 선, 후배 · 동기들과 4박 5일동안 함께 지내며 서로가 더욱더 돈독해집니다. 또한, 연습 기간 중 소프라노, 알토, 테너 그리고 베이스 각 파트별로 모임을 가져 단합을 위해 노력하기도 합니다.

겨울 연합공연은 서울대 · 한양대 · 중앙대학교 간호대학 · 의과대학 합창단과 함께 준비하게 됩니다. 다른 학교와의 연합연습 및 뒤풀이를 통해 타학교 학생들과 친해질 기회도 가질 수 있습니다. 4개 학교의 학생들이 함께 무대에 올라 노래를 부르는 것은 그 웅장한 소리가 여름공연 무대와는 또 다른 경험을 선사해줍니다.

합창이란, 그 소리란, 누군가에게는 친숙할 수도 누군가에게는 무척 생소할 수도 있습니다. 각 파트의 노래를 부르고 있는 부원들조차 그 소리의 의미를 잘 모르지만, 그 뜻 모를 소리가 하나 될 때, 저희는 합창이라는 이름으로 하나의 울림이 됩니다.

노래를 잘하지 못해도, 고음이 올라가지 않아도 노래를 좋아하는 마음 하나만 있다면 누구나 환영합니다. 의료인이 되기 위한 힘든 학업과 바쁜 일정 속에서, 마음을 맞추어 아름다운 화음을 완성해 보아요!

1회 기하 실전 기출 모의고사

2024학년도 수능 대비 ①
범위: 기하 전단원

- 문항 수 8개
- 배점 26점
- 제한시간 40분

5지선다형

1회 01 ✽✽✽ 2016(B)/삼사 3(고3)

좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 3,\ -1)$, $\mathrm{B}(-1,\ 3,\ 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표를 $(a,\ b,\ c)$라 할 때, $a+b+c$의 값은? (2점)

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

1회 02 ✽✽✽

한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC에서 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$가 성립한다. 실수 s, t에 대하여 $s+t=3(s\geq0,\ t\geq0)$일 때, 점 P가 그리는 도형의 길이는? (3점)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

1회 03 ✽✽✽ 2011(가)/수능(홀) 5(고3)

좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(0,\ 4)$와 타원 $\dfrac{x^2}{5}+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 두 점 A와 P를 지나는 직선이 원 $x^2+(y-3)^2=1$과 만나는 두 점 중에서 A가 아닌 점을 Q라 하자. 점 P가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q가 나타내는 도형의 길이는? (3점)

① $\dfrac{\pi}{6}$　② $\dfrac{\pi}{4}$　③ $\dfrac{\pi}{3}$　④ $\dfrac{2}{3}\pi$　⑤ $\dfrac{3}{4}\pi$

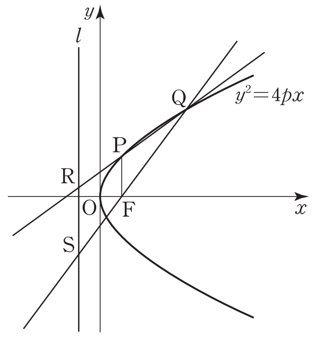
1회 04 ✽✽✽ 2018실시(가) 4월/교육청 12(고3)

좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)(c>0)$을 초점으로 하고 점 $\mathrm{A}(0,\ 1)$을 지나는 타원 C가 있다. 두 점 A, F′을 지나는 직선이 타원 C와 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B라 하자. 삼각형 ABF의 둘레의 길이가 16일 때, 선분 FF′의 길이는? (3점)

① 6　② $4\sqrt{3}$　③ $2\sqrt{15}$　④ $6\sqrt{2}$　⑤ $2\sqrt{21}$

1회 05 ✽❀❀ 2011(이)/삼사 9(고3)

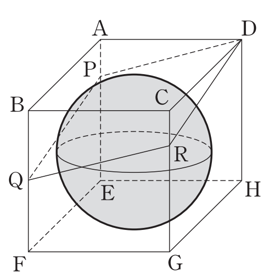
좌표평면에서 포물선 $y^2=4px\,(p>0)$의 초점을 F, 준선을 l이라 하자. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 또, 제1사분면에 있는 포물선 위의 점 Q에 대하여 두 직선 QP, QF가 준선 l과 만나는 점을 각각 R, S라 하자. $\overline{\mathrm{PF}}:\overline{\mathrm{QF}}=2:5$일 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{QF}}}{\overline{\mathrm{FS}}}$의 값은? (3점)



① $\dfrac{5}{3}$ ② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{4}{3}$
④ $\dfrac{5}{4}$ ⑤ $\dfrac{6}{5}$

1회 06 ✽❀❀ 2005실시(가) 10월/교육청 15(고3)

그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정육면체 ABCD−EFGH에 내접하는 구가 있다. 변 AE, CG를 1 : 3으로 내분하는 점을 각각 P, R라 하고 변 BF의 중점을 Q라 한다. 네 점 D, P, Q, R를 지나는 평면으로 내접하는 구를 자를 때 생기는 원의 넓이는? (4점)

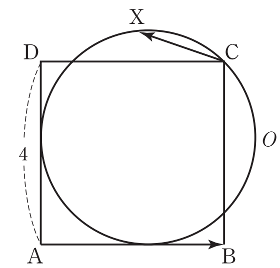


① 26π ② 28π ③ 30π
④ 32π ⑤ 34π

단답형

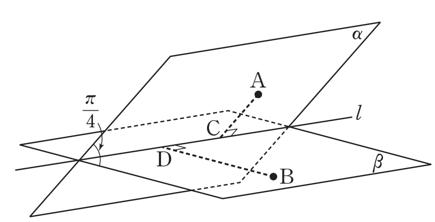
1회 07 ✽❀❀ 2015(B)/삼사 29(고3)

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서 변 AB와 변 AD에 모두 접하고 점 C를 지나는 원을 O라 하자. 원 O 위를 움직이는 점 X에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CX}}$의 내적 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CX}}$의 최댓값은 $a-b\sqrt{2}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 자연수이다.) (4점)



1회 08 ✽✽❀ 2017(가) 9월/평가원 29(고3)

그림과 같이 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{4}$인 두 평면 α와 β가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{3}$이고 직선 AB와 평면 β가 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{6}$일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$이다. $36(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) (4점)



21 DAY

❖ 정답 및 해설 317~321p

A 이차곡선

개념 확인 문제

A 01 정답 $y^2=16x$ ＊포물선의 방정식

$p=4$이고 초점이 x축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$y^2=4\times4\times x=16x$

A 02 정답 $y^2=-2x$ ＊포물선의 방정식

$p=-\frac{1}{2}$이고 초점이 x축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은

$y^2=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times x=-2x$

A 03 정답 $x^2=12y$ ＊포물선의 방정식

$p=3$이고 초점이 y축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$x^2=4\times3\times y=12y$

A 04 정답 $x^2=-16y$ ＊포물선의 방정식

$p=-4$이고 초점이 y축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$x^2=4\times(-4)\times y=-16y$

A 05 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$y^2=8x=4\times2\times x$이므로 $p=2$
따라서 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각
$(2, 0)$, $x=-2$이다.

A 06 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$y^2=-10x=4\times\left(-\frac{5}{2}\right)\times x$이므로 $p=-\frac{5}{2}$

따라서 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각

$\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$, $x=\frac{5}{2}$이다.

A 07 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$x^2=4y=4\times1\times y$이므로 $p=1$
따라서 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각
$(0, 1)$, $y=-1$이다.

A 08 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$x^2=-\frac{1}{4}y=4\times\left(-\frac{1}{16}\right)\times y$이므로 $p=-\frac{1}{16}$

따라서 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각

$\left(0, -\frac{1}{16}\right)$, $y=\frac{1}{16}$이다.

A 09 정답 $(y+3)^2=\frac{1}{4}(x-2)$ ＊포물선의 방정식

포물선 $y^2=\frac{1}{4}x$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $y^2=\frac{1}{4}x$에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입하면 $(y+3)^2=\frac{1}{4}(x-2)$

A 10 정답 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ＊타원의 방정식

구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이라 하면
두 초점이 x축 위에 있으므로 $2a=10$에서 $a=5$
또, 두 초점의 x좌표가 각각 4, -4이므로 $a^2-b^2=4^2$에서
$b^2=a^2-16=25-16=9$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$이다.

A 11 정답 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ＊타원의 방정식

구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이라 하면
두 초점이 x축 위에 있으므로 $2a=8$에서 $a=4$
또, 두 초점의 x좌표가 각각 $\sqrt{7}$, $-\sqrt{7}$이므로 $a^2-b^2=(\sqrt{7})^2$에서
$b^2=a^2-7=16-7=9$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$이다.

A 12 정답 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ ＊타원의 방정식

타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이라 하면
두 초점이 y축 위에 있으므로 $2b=4$에서 $b=2$
또, 두 초점의 y좌표가 각각 1, -1이므로 $b^2-a^2=1^2$에서
$a^2=b^2-1=4-1=3$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$이다.

A 13 정답 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ ＊타원의 방정식

구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이라 하면
두 초점이 y축 위에 있으므로 $2b=6$에서 $b=3$
또, 두 초점의 y좌표가 각각 $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$이므로 $b^2-a^2=(\sqrt{5})^2$에서
$a^2=b^2-5=9-5=4$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$이다.

A 14 정답 풀이 참조 ＊타원의 방정식

타원 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$, 즉 $\frac{x^2}{(2\sqrt{3})^2}+\frac{y^2}{(\sqrt{6})^2}=1$의 장축의 길이는
$2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이고 단축의 길이는 $2\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}$이다.
한편, 양수 c에 대하여 주어진 타원의 두 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$이라 하면 $c^2=12-6=6$ $\therefore c=\sqrt{6}$
따라서 초점의 좌표는 $(\sqrt{6}, 0)$, $(-\sqrt{6}, 0)$이다.

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

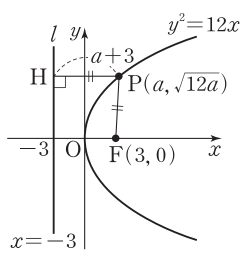
A 28 정답 ① *포물선의 초점과 준선 [정답률 97%]

정답 공식: 포물선 $y^2=4px$ 위의 임의의 점 P와 초점 $F(p,\ 0)$ 사이의 거리는 점 P에서 준선 $x=-p$까지의 거리와 같다.

초점이 F인 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF}=9$일 때, 점 P의 x좌표는? (3점) 단서 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하면 포물선의 정의에 의해 $\overline{PH}=\overline{PF}$이야.

① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

1st 포물선 $y^2=12x$의 준선의 방정식을 구하고 $\overline{PF}=9$이므로 포물선의 정의를 이용하여 점 P의 x좌표를 구해.



포물선 $y^2=12x$의 준선의 방정식은 $x=-3$이다.
포물선 위의 점 P와 초점 F와의 거리는 점 P에서 준선까지의 거리와 같으므로 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{PF}=\overline{PH}=9$이다.
포물선 $y^2=4px$ (단, $p\neq0$)의 초점은 $F(p,\ 0)$이고, 준선의 방정식은 $x=-p$이지. 이때 포물선 위의 임의의 점 P에 대하여 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{PF}=\overline{PH}$가 항상 성립해.
즉, 점 P와 준선 $x=-3$ 사이의 거리가 9이다.
따라서 점 P의 x좌표를 a라 하면
$\overline{PF}=\overline{PH}=a-(-3)=9$에서 $a=6$이다.

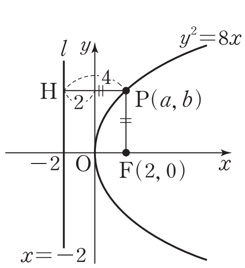
A 29 정답 ④ *포물선의 초점과 준선 [정답률 92%]

정답 공식: 포물선 $y^2=4px$ 위의 임의의 점 P와 초점 $F(p,\ 0)$ 사이의 거리는 점 P에서 준선 $x=-p$까지의 거리와 같다.

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 $P(a,\ b)$에 대하여 $\overline{PF}=4$일 때, $a+b$의 값은? (단, $b>0$) (3점) 단서 포물선의 정의를 이용하여 $a,\ b$의 값을 각각 구해.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

1st 포물선의 정의를 이용하여 점 P의 x좌표를 먼저 구하고, 포물선의 방정식을 이용하여 y좌표도 구해.



포물선의 방정식이 $y^2=8x$이므로 포물선의 초점 F의 좌표는 $(2,\ 0)$이고 준선의 방정식은 $x=-2$이다.
그림과 같이 포물선 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하면 포물선의 정의에 의하여
포물선 위의 점에서 준선과 초점 사이의 거리는 각각 같아.
$\overline{PH}=\overline{PF}=4$
$\overline{PH}=|$(준선과 x축의 교점의 x좌표)$|+$(점 P의 x좌표)
이때, $4=2+a$이므로 점 P의 x좌표는 $a=2$이다.
한편, 점 P는 포물선 $y^2=8x$ 위의 점이므로
$b^2=8a=16$
$\therefore b=4\ (\because b>0)$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점의 좌표가 $(a,\ b)$이면 $b=f(a)$가 성립해.
따라서 $a=2,\ b=4$이므로 $a+b=6$

주의 포물선은 축에 대해 대칭이기 때문에 하나의 a의 값에 대해 b의 값이 각각 두 개씩 존재해. 문제의 $b>0$이라는 조건을 놓치지 말자.

수능 핵강

포물선의 방정식을 알고 있으면 초점의 좌표와 준선의 방정식을 구할 수 있고, 포물선 위의 점과 초점 사이의 거리가 주어지면 포물선 위의 점의 x좌표를 알 수 있어. 즉, 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하고 초점을 F라 하면 포물선의 정의에 의해 $\overline{PH}=\overline{PF}$가 성립하고 점 P의 x좌표를 a라 할 때, $\overline{PH}=|p|+|a|$가 되므로 점 P의 x좌표를 구할 수 있어.

A 30 정답 ③ *포물선의 정의 및 방정식 [정답률 92%]

정답 공식: 점 $F(p,\ 0)$을 초점, 직선 $x=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은 $y^2=4px$이다.

초점이 $F\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$이고 준선이 $x=-\frac{1}{3}$인 포물선이 점 $(a,\ 2)$를 지날 때, a의 값은? (3점) 단서 포물선의 정의를 이용하여 방정식을 세워.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 포물선의 방정식을 이용하여 a의 값을 구해.

초점이 $F\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$이고 준선이 $x=-\frac{1}{3}$인 포물선의 방정식은
초점과 원점 사이의 거리와 준선과 원점 사이의 거리가 각각 $\frac{1}{3}$로 같으므로 원점이 포물선의 꼭짓점이 됨을 알 수 있어.
$y^2=4\times\frac{1}{3}\times x \quad \therefore y^2=\frac{4}{3}x$
점 $F(p,\ 0)$을 초점, 직선 $x=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은 $y^2=4px\ (p\neq0)$
점 $(a,\ 2)$가 포물선 $y^2=\frac{4}{3}x$ 위의 점이므로 대입하면
$2^2=\frac{4}{3}a,\ 4=\frac{4}{3}a \quad \therefore a=4\times\frac{3}{4}=3$

홍지형 2023 수능 응시 · 화성 안화고 졸
기하는 정의로 시작해서 정의로 끝나는 과목이야. 초점이 $(p,\ 0)$이고 준선이 $x=-p$인 포물선의 방정식은 $y^2=4px$이기 때문에 문제에서 포물선의 방정식은 $y^2=\frac{4}{3}x$라는 걸 알 수 있어. 따라서 주어진 점 $(a,\ 2)$를 방정식에 대입해 보면 a의 값을 구할 수 있어. 기하 문제를 풀 때 물론 그림을 그리면 좋지만 이차곡선 문제는 정의를 우선적으로 활용하는 게 좋아!

A 68 정답 ① *포물선의 평행이동 [정답률 68%]

정답 공식: 포물선 $x^2=4p(y-b)$는 포물선 $x^2=4py$를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 포물선이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, b)$, 초점의 좌표는 $(0, p+b)$, 준선의 방정식은 $y=-p+b$이다.

단서1 포물선 $x^2=8y$를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 포물선이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$이고 아래로 볼록한 모양이야.

양수 p에 대하여 두 포물선 $x^2=8(y+2)$, $y^2=4px$가 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 P에서 포물선 $x^2=8(y+2)$의 준선에 내린 수선의 발 H와 포물선 $x^2=8(y+2)$의 초점 F에 대하여 $\overline{PH}+\overline{PF}=40$일 때, p의 값은? (3점) 단서2 포물선의 정의에 의하여 $\overline{PF}=\overline{PH}$

① $\frac{16}{3}$ ② 6 ③ $\frac{20}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

1st 포물선 $x^2=8(y+2)$의 꼭짓점의 좌표, 초점의 좌표, 준선의 방정식을 각각 구해.

포물선 $x^2=8(y+2)$는 포물선 $x^2=8y$를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 포물선이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$, 초점 F의 좌표는 $F(0, 0)$, 준선의 방정식은 $y=-4$이다.

포물선 $x^2=4py$의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$, 초점의 좌표는 $(0, p)$, 준선의 방정식은 $y=-p$야. 따라서 위 식에 $p=2$를 대입한 포물선 $x^2=8y$를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 포물선 $x^2=8(y+2)$의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0-2)$, 초점의 좌표는 $(0, 2-2)$, 준선의 방정식은 $y=-2-2$야.

2nd 두 포물선이 만나는 점 중 제1사분면 위의 점인 점 P의 좌표를 구해.

점 P의 좌표를 (a, b)라 하면 $a>0$이고 $b>0$이다.

주의 문제에서 사분면에 관한 조건이 주어졌으니까 점의 좌표를 설정할 때 부호를 확인해 주자.

포물선의 정의에 의하여 $\overline{PF}=\overline{PH}$이고

$\overline{PH}=(y좌표의\ 차)=b-(-4)=b+4$이므로

$\overline{PH}+\overline{PF}=2\overline{PH}=2\times(b+4)=40$

$\therefore b=16$

점 $P(a, 16)$이 포물선 $x^2=8(y+2)$ 위의 점이므로

$a^2=8\times(16+2)$, $a^2=144$

$\therefore a=12$ ($\because a>0$)

따라서 점 P의 좌표는 $P(12, 16)$이다.

3rd p의 값을 구해.

점 $P(12, 16)$이 포물선 $y^2=4px$ 위의 점이므로

$16^2=4p\times12$ $\quad\therefore p=\frac{16}{3}$

A 69 정답 ① *포물선의 평행이동 [정답률 54%]

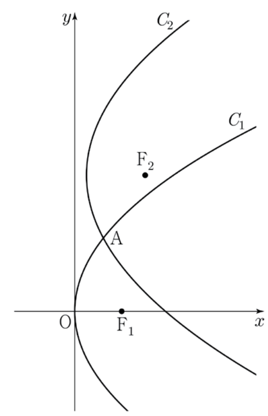
정답 공식: 포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y-n)^2=4p(x-m)$이고 이 포물선의 초점의 좌표는 $(p+m, n)$, 준선의 방정식은 $x=-p+m$이다.

단서1 두 포물선 C_1, C_2의 방정식을 보고 초점의 좌표와 준선의 방정식을 각각 나타내어 보자.

실수 p $(p\ge1)$과 함수 $f(x)=(x+a)^2$에 대하여 두 포물선

$C_1 : y^2=4x$, $C_2 : (y-3)^2=4p\{x-f(p)\}$

가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 두 포물선 C_1, C_2의 초점을 각각 F_1, F_2라 할 때, $\overline{AF_1}=\overline{AF_2}$를 만족시키는 p가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a의 값은? (4점) 단서2 포물선의 정의를 이용해서 길이가 같은 선분을 더 찾아봐.



① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

1st 두 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식을 각각 나타내.

포물선 $C_1 : y^2=4x$의 초점의 좌표는 $F_1(1, 0)$이고 준선의 방정식은 $x=-1$이다.

포물선 $y^2=4px$의 초점의 좌표는 $(p, 0)$이고 준선의 방정식은 $x=-p$야.

포물선 $C_2 : (y-3)^2=4p\{x-f(p)\}$는

포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y-n)^2=4p(x-m)$이다.
초점의 좌표 : $(p+m, n)$, 준선의 방정식 : $x=-p+m$

포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 $f(p)$만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 초점의 좌표는 $F_2(p+f(p), 3)$이고 준선의 방정식은 $x=-p+f(p)$이다.

2nd 포물선의 정의를 이용해서 $\overline{AF_1}$, $\overline{AF_2}$와 길이가 같은 선분을 찾아.

점 A의 좌표를 (b, c)라 하고 점 A에서 두 포물선 C_1, C_2의 준선에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2라 하면

$H_1(-1, c)$, $H_2(-p+f(p), c)$

점 $A(b, c)$에서 포물선 C_1의 준선 $x=-1$에 내린 수선의 발 H_1의 x좌표는 -1이고 y좌표는 점 A와 같은 c이므로 $H_1(-1, c)$이고, 점 $A(b, c)$에서 포물선 C_2의 준선 $x=-p+f(p)$에 내린 수선의 발 H_2의 x좌표는 $-p+f(p)$이고 y좌표는 점 A와 같은 c이므로 $H_2(-p+f(p), c)$이다.

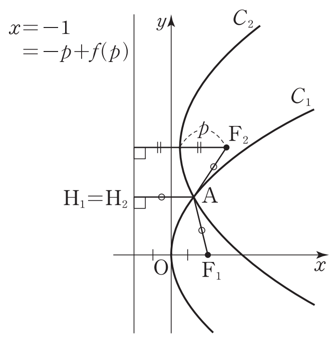
포물선의 정의에 의해

포물선 위의 임의의 점에서 초점과 준선에 이르는 거리는 같아.

$\overline{AF_1}=\overline{AH_1}$, $\overline{AF_2}=\overline{AH_2}$이고

문제에서 $\overline{\mathrm{AF_1}}=\overline{\mathrm{AF_2}}$라 했으므로 $\overline{\mathrm{AH_1}}=\overline{\mathrm{AH_2}}$, 즉 $\mathrm{H_1}=\mathrm{H_2}$

주의 이 문제에서 $\overline{\mathrm{AH_1}}=\overline{\mathrm{AH_2}}$일 때 $\mathrm{H_1}=\mathrm{H_2}$라는 것이 직관적으로 이해되지 않으면 $\mathrm{H_1}=\mathrm{H_2}$를 구하지 않고도 문제를 해결할 수 있어.
$\overline{\mathrm{AH_1}}=\overline{\mathrm{AH_2}}$에 $\overline{\mathrm{AH_1}}=(x$좌표의 차$)=b-(-1)=b+1$,
$\overline{\mathrm{AH_2}}=b-\{-p+f(p)\}=b+p-f(p)$를 각각 대입하면
$b+1=b+p-f(p)$, $1=p-f(p)$, 즉 $\mathrm{H_1}=\mathrm{H_2}$를 이용하여 구한 관계식인 $-1=-p+f(p)$와 똑같은 관계식을 세울 수 있어.



두 점 $\mathrm{H_1}$, $\mathrm{H_2}$의 x좌표가 같아야 하므로

$$-1=-p+f(p)$$
$$=-p+(p+a)^2$$
$$=-p+p^2+2ap+a^2$$

위 식을 만족시키는 p의 값이 1개뿐이어야 하므로 위 식을 p에 대하여 내림차순으로 정리하면

$p^2+(2a-1)p+a^2+1=0\ (p\ge 1)$ ⋯ ㉠

3rd 이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하고 $D<0$, $D=0$, $D>0$일 때 각각 실수 p가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a의 값을 구해.

이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하자.

(i) $D<0$일 때

㉠을 만족시키는 실수 $p\ (p\ge 1)$의 값은 존재하지 않는다.

(ii) $D=0$일 때

$D=(2a-1)^2-4(a^2+1)=0$에서

$-4a-3=0$

$\therefore a=-\dfrac{3}{4}$

$a=-\dfrac{3}{4}$을 ㉠에 대입하면

$p^2-\dfrac{5}{2}p+\dfrac{25}{16}=0$, $\left(p-\dfrac{5}{4}\right)^2=0$

$\therefore p=\dfrac{5}{4}$

$\dfrac{5}{4}\ge 1$이므로 $a=-\dfrac{3}{4}$일 때 $p\ (p\ge 1)$가 1개 존재한다.

(iii) $D>0$일 때

$D=(2a-1)^2-4(a^2+1)>0$에서

$-4a-3>0$ $\quad\therefore a<-\dfrac{3}{4}$ ⋯ ㉡

이때, p에 대한 이차방정식 ㉠의 서로 다른 두 실근을 α, $\beta\ (\alpha<\beta)$라 두고 두 근의 범위를 알아보자.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

→ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$야.

두 근의 합 $\alpha+\beta=1-2a>0$ ⋯ ㉢ ($\because$ ㉡)

두 근의 곱 $\alpha\beta=a^2+1\ge 1$ ⋯ ㉣

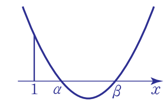
p에 대한 이차함수 $g(p)$를

$g(p)=p^2+(2a-1)p+a^2+1$이라 하면

$g(1)=1+(2a-1)+a^2+1=(a+1)^2\ge 0$ ⋯ ㉤

㉢, ㉣, ㉤에 의해 $1\le\alpha<\beta$

$\alpha+\beta>0$, $\alpha\beta\ge 1$, $\alpha<\beta$이므로 $0<\alpha<\beta$, $1<\beta$이다.
이때, $g(p)=p^2+(2a-1)p+a^2+1$에 대하여
$g(1)\ge 0$이므로 그림과 같이 $1\le\alpha$이다.
즉, $1\le\alpha<\beta$야.



따라서 $a<-\dfrac{3}{4}$일 때 $p\ (p\ge 1)$가 2개 존재한다.

(i)~(iii)에서 $a=-\dfrac{3}{4}$

주의 이차방정식 ㉠의 판별식 D에 대하여 $D=0$인 경우만 확인하는 것이 아니라 $D>0$인 경우도 확인하는 이유가 뭘까?
그 이유는 $p\ge 1$이라는 제한된 범위에 있는 p의 개수가 1이 될 수 있기 때문이야.
이 문제와 같이 범위가 제한되어 있는 문제를 풀 때 꼭 주의해!

수능 핵강

* 포물선을 평행이동했을 때 변하는 것과 변하지 않는 것

포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동했을 때 변하는 것과 변하지 않는 것을 외우기보다는 읽었을 때 이해가 되면 돼.

〈변하는 것〉

① 포물선의 방정식
$y^2=4px \Rightarrow (y-n)^2=4p(x-m)$

② 꼭짓점과 초점의 좌표
꼭짓점 : $(0,\ 0)\Rightarrow(m,\ n)$
초점 : $(p,\ 0)\Rightarrow(p+m,\ n)$

③ 준선의 방정식
$x=-p\Rightarrow x=-p+m$

〈변하지 않는 것〉

① 포물선의 정의
평행이동을 해도 포물선 위의 점에서 초점과 준선에 이르는 거리는 같아.

② 꼭짓점, 초점, 준선의 개수
평행이동을 해도 각각 1개로 같아.

③ 꼭짓점과 초점 사이의 거리, 꼭짓점과 준선 사이의 거리
평행이동을 해도 각각 p로 같아.

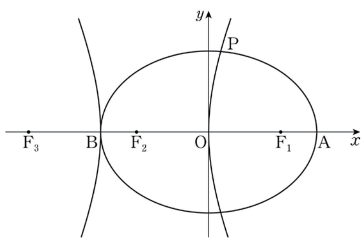
A 197 정답 12 *쌍곡선과 곡선 [정답률 55%]

(**정답 공식**: 타원은 두 초점으로부터 거리의 합이 같은 점들의 집합이고 쌍곡선은 두 초점으로부터 거리의 차가 같은 점들의 집합이다.)

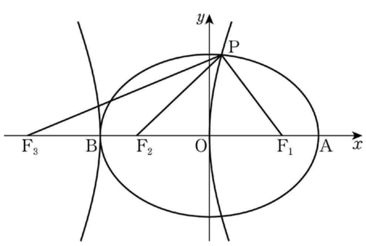
단서1 주어진 타원은 장축이 x축 위에 있어.

두 초점이 $F_1(c, 0)$, $F_2(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원이 x축과 두 점 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$에서 만난다. 선분 BO가 주축이고 점 F_1이 한 초점인 쌍곡선의 초점 중 F_1이 아닌 점을 F_3이라 하자. 쌍곡선이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 PF_3F_2의 둘레의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) (4점)

단서2 쌍곡선의 두 초점과 두 꼭짓점 사이의 관계를 생각해.



1st 타원과 쌍곡선의 정의를 이용하여 $\overline{PF_2}+\overline{PF_3}$의 값을 구해.



두 점 A, B의 좌표가 각각 $(3, 0)$, $(-3, 0)$이므로

$\overline{AB}=3-(-3)=6$ → 선분 AB는 타원의 장축이지?

이때, 두 점 F_1, F_2가 타원의 두 초점이므로 타원의 성질에 의하여

$\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=6$ ⋯ ㉠ → 타원 위의 한 점에서 두 초점에 이르는 거리의 합은 타원의 장축의 길이와 같아.

또, 쌍곡선의 두 꼭짓점 O, B에 대하여 $\overline{OB}=0-(-3)=3$

이때, 두 점 F_1, F_3이 쌍곡선의 두 초점이므로 쌍곡선의 성질에 의하여

$\overline{PF_3}-\overline{PF_1}=3$ ⋯ ㉡ → 쌍곡선 위의 한 점에서 두 초점에 이르는 거리의 차는 쌍곡선의 주축의 길이와 같아.

㉠+㉡을 하면 $\overline{PF_2}+\overline{PF_3}=6+3=9$

2nd 선분 F_3F_2의 길이를 구하고 삼각형 PF_3F_2의 둘레의 길이를 구해.

점 F_1의 좌표가 $(c, 0)$이므로 쌍곡선에서 $\overline{BF_3}=\overline{OF_1}=c$이고 두 점 B, F_2의 좌표가 각각 $(-3, 0)$, $(-c, 0)$이므로

$\overline{BF_2}=-c-(-3)=-c+3$이다.

따라서 $\overline{F_3F_2}=\overline{BF_3}+\overline{BF_2}=c+(-c+3)=3$이므로 삼각형 PF_3F_2의 둘레의 길이를 l이라 하면

$l=\overline{F_3F_2}+(\overline{PF_3}+\overline{PF_2})=3+9=12$

쌍곡선의 방정식 개념·공식

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(단, $c>a>0$)에 대하여

① 꼭짓점의 좌표 : $(a, 0)$, $(-a, 0)$

② 주축의 길이(두 초점까지의 거리의 차) : $2a$

③ 초점의 좌표 : $(c, 0)$, $(-c, 0)$ (단, $c=\sqrt{a^2+b^2}$)

④ 점근선의 방정식 : $y=\pm\frac{b}{a}x$

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

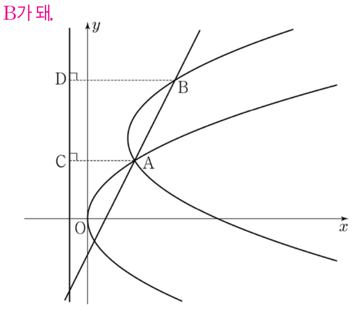
A 198 정답 80 *포물선의 정의와 초점을 지나는 직선의 활용 [정답률 33%]

(**정답 공식**: 포물선 위의 점에서 초점과 준선까지 이르는 거리는 같다.)

단서1 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$는 포물선 $y^2=8x$를 x축의 방향을 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동시킨 거야.

포물선 $y^2=8x$와 직선 $y=2x-4$가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a에 대하여 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 점 A를 지날 때, 직선 $y=2x-4$와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x=-2$에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=k$이다. k^2의 값을 구하시오. (4점)

단서2 직선 $y=2x-4$의 기울기는 2지? 이때, $\frac{2a}{a}=2$이고 점 B는 직선 $y=2x-4$ 위의 점이므로 점 A를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동시키면 점 B가 돼.



1st 점 A는 포물선 $y^2=8x$와 직선 $y=2x-4$의 교점임을 이용해.

x축 위의 점의 y좌표는 0이므로 직선의 방정식에 $y=0$을 대입하면 $x=2$이므로 점 F의 좌표는 $(2, 0)$이야.

직선 $y=2x-4$가 x축과 만나는 점을 F라 하면 점 F의 좌표는 $(2, 0)$이므로 점 F는 포물선 $y^2=8x=4\times2\times x$의 초점이다.

→ 포물선 $y^2=4px$의 초점의 좌표는 $(p, 0)$이지?

이때, 포물선 $y^2=8x$와 직선 $y=2x-4$의 두 교점 중 점 A가 아닌 점을 E라 하고 두 점 A, E의 좌표를 구하기 위해 포물선의 방정식과 직선의 방정식을 연립하면 $(2x-4)^2=8x$에서

$4x^2-16x+16=8x$, $4x^2-24x+16=0$, $x^2-6x+4=0$

$\therefore x=3\pm\sqrt{9-4}=3\pm\sqrt{5}$

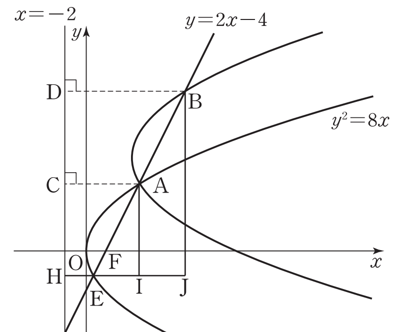
따라서 두 점 A, E의 x좌표는 각각 $3+\sqrt{5}$, $3-\sqrt{5}$이다.

→ 점 A는 점 E보다 오른쪽에 있으므로 점 A의 x좌표가 점 E의 x좌표보다 커.

2nd 포물선의 정의를 이용하여 $\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}$의 값을 구해.

포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$는 포물선 $y^2=8x$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{AB}=\overline{AE}$이다.

점 E, 점 A를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동하면 각각 점 A, 점 B가 돼.



이때, 점 E에서 직선 $x=-2$, 즉 포물선 $y^2=8x$의 준선에 내린 수선의

포물선 $y^2=4px$의 준선의 방정식은 $x=-p$야.

발을 H라 하고 두 점 A, B에서 선분 HE의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 I, J라 하면 포물선의 정의에 의하여 $\overline{AC}=\overline{AF}$, $\overline{EH}=\overline{EF}$이므로

$\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AE}=\overline{AC}+\overline{BD}-(\overline{AF}+\overline{EF})$

$=\overline{AC}+\overline{BD}-(\overline{AC}+\overline{EH})=\overline{BD}-\overline{EH}=\overline{JH}-\overline{EH}$

$=\overline{EJ}=2\overline{EI}=2\{(3+\sqrt{5})-(3-\sqrt{5})\}$

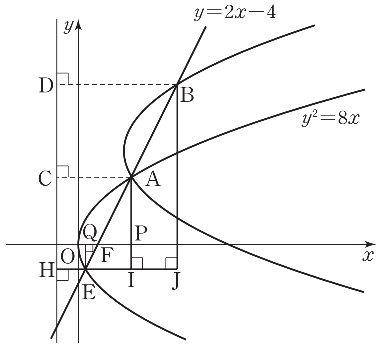
두 선분 AI, BJ는 서로 평행하고 점 A, 점 I는 각각 두 선분 BE, JE의 중점이므로 삼각형의 중점연결정리에 의하여 선분 EJ의 길이는 선분 EI의 길이의 2배가 돼.

점 I의 x좌표는 점 A의 x좌표와 같아.

$=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

따라서 $k=4\sqrt{5}$이므로 $k^2=(4\sqrt{5})^2=80$

[다른 풀이]



포물선 $y^2=8x$와 직선 $y=2x-4$가 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 점 E라 하고 직선 $y=2x-4$가 x축과 만나는 점을 F라 하자. 또, 점 E에서 직선 $x=-2$에 내린 수선의 발을 H, 두 점 A, B에서 선분 EH의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 I, J라 하고 선분 AI와 x축의 교점을 P, 점 E에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 하자.

이때, 점 F와 직선 $x=-2$는 각각 포물선 $y^2=8x$의 초점과 준선이므로 $\overline{AF}=p$, $\overline{EF}=q$라 하면 포물선의 정의에 의하여

$\overline{AC}=p$, $\overline{EH}=q$이므로 두 점 A, E의 x좌표는 각각 $p-2$, $q-2$야.

따라서 $\overline{FP}=p-4$, $\overline{FQ}=4-q$이므로

점 P의 x좌표는 점 A의 x좌표와 같으므로 선분 FP의 길이는 점 A의 x좌표에서 점 F의 x좌표를 빼서 구하면 돼. 즉, $\overline{FP}=(p-2)-2=p-4$야. 또, 점 Q의 x좌표는 점 E의 x좌표와 같으므로 선분 FQ의 길이는 점 F의 x좌표에서 점 E의 x좌표를 빼서 구하면 돼. 즉, $\overline{FQ}=2-(q-2)=4-q$야.

직각삼각형 AFP에서 삼각비에 의하여 $\dfrac{\overline{FP}}{\overline{AF}}=\dfrac{p-4}{p}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\angle AFP=\theta$라 하면 직선 $y=2x-4$의 기울기가 2이므로 $\tan\theta=2$야. 이때, 한 내각의 크기가 θ인 직각삼각형에서 밑변의 길이와 높이를 각각 1, 2라 하면 빗변의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 $\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$이야.

$p=\sqrt{5}p-4\sqrt{5}$, $(\sqrt{5}-1)p=4\sqrt{5}$

$\therefore p=\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}=5+\sqrt{5}$

또, 직각삼각형 EFQ에서 삼각비에 의하여 $\dfrac{\overline{FQ}}{\overline{EF}}=\dfrac{4-q}{q}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\angle EFQ=\angle AFP=\theta$이므로 $\cos(\angle EFQ)=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$이야.

$q=4\sqrt{5}-\sqrt{5}q$, $(\sqrt{5}+1)q=4\sqrt{5}$

$\therefore q=\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}=5-\sqrt{5}$

$\therefore \overline{EI}=\overline{HI}-\overline{EH}=\overline{AC}-\overline{EH}=p-q$

$=(5+\sqrt{5})-(5-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$ ⋯ ㉠

한편, 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$는 포물선 $y^2=8x$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동시킨 것이므로

$\overline{AB}=\overline{AE}$이고 포물선의 정의에 의하여 $\overline{AC}=\overline{AF}$, $\overline{EH}=\overline{EF}$이므로

$\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AE}=\overline{AC}+\overline{BD}-(\overline{AF}+\overline{EF})$

$=\overline{AC}+\overline{BD}-(\overline{AC}+\overline{EH})$

$=\overline{BD}-\overline{EH}=\overline{JH}-\overline{EH}$

$=\overline{EJ}=2\overline{EI}=2\times2\sqrt{5}$ ($\because$ ㉠)

$=4\sqrt{5}$

따라서 $k=4\sqrt{5}$이므로 $k^2=(4\sqrt{5})^2=80$

톡톡 풀이

점 A가 포물선 $y^2=8x$와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$, 즉 $y^2-4ay+4a^2=8x-8a$의 교점이므로 두 식을 연립하면

$8x-4ay+4a^2=8x-8a$, $4ay=4a^2+8a$

$\therefore y=a+2$

이것을 $y^2=8x$에 대입하면 $(a+2)^2=8x$에서 $x=\dfrac{(a+2)^2}{8}$

따라서 점 A의 좌표는 $\left(\dfrac{(a+2)^2}{8},\ a+2\right)$이므로

$\overline{AC}=\dfrac{(a+2)^2}{8}-(-2)=\dfrac{(a+2)^2}{8}+2$

선분 AC의 길이는 점 A의 x좌표에서 점 C의 x좌표를 빼면 돼.

또한, 직선 $y=2x-4$가 직선 $x=-2$와 만나는 점을 G라 하면 점 G의 좌표는 $(-2,\ -8)$이므로

$\overline{CG}=(a+2)-(-8)=a+10$

점 C의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으므로 선분 CG의 길이는 점 A의 y좌표에서 점 G의 y좌표를 빼면 돼.

이때, 직선 $y=2x-4$의 기울기가 2이므로 $\dfrac{\overline{CG}}{\overline{AC}}=2$에서

$\dfrac{a+10}{\dfrac{(a+2)^2}{8}+2}=2$, $a+10=\dfrac{(a+2)^2}{4}+4$, $4a+40=(a+2)^2+16$

$4a+40=a^2+4a+4+16$, $a^2=20$

$\therefore a=2\sqrt{5}$ ($\because a>0$) ⋯ ㉡

한편, 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$는 포물선 $y^2=8x$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동시킨 것이므로 점 A를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동시키면 점 B가 돼.

따라서 점 B의 좌표는 $\left(\dfrac{(a+2)^2}{8}+a,\ 3a+2\right)$이므로

$\overline{BD}=\dfrac{(a+2)^2}{8}+a-(-2)=\dfrac{(a+2)^2}{8}+a+2$이고 점 B에서 선분

선분 BD의 길이는 점 B의 x좌표에서 점 D의 x좌표를 빼면 돼.

AC의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 AHB에서 $\overline{AH}=a$, $\overline{BH}=2a$이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{5}a$

$\therefore \overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}$

$=\left\{\dfrac{(a+2)^2}{8}+2\right\}+\left\{\dfrac{(a+2)^2}{8}+a+2\right\}-\sqrt{5}a$

$=\dfrac{(a+2)^2}{4}+a-\sqrt{5}a+4$

$=\dfrac{(2\sqrt{5}+2)^2}{4}+2\sqrt{5}-\sqrt{5}\times2\sqrt{5}+4$ ($\because$ ㉡)

$=\dfrac{24+8\sqrt{5}}{4}+2\sqrt{5}-10+4$

$=6+2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-6$

$=4\sqrt{5}$

따라서 $k=4\sqrt{5}$이므로 $k^2=(4\sqrt{5})^2=80$

직각삼각형 PHI에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PI}=\sqrt{\overline{PH}^2+\overline{HI}^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(a+2)^2}=\sqrt{a^2+4a+16}$

직각삼각형 PIB에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PB}=\sqrt{\overline{PI}^2+\overline{IB}^2}$

$\quad=\sqrt{(a^2+4a+16)+(16-a^2)}=\sqrt{4a+32}$

3rd 삼각형 PAB의 넓이를 구해.

삼각형 PAB에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{PB}^2=\overline{AP}^2+\overline{AB}^2-2\times\overline{AP}\times\overline{AB}\times\cos(\angle PAB)$

$4a+32=16+(8a+32)-2\times4\times\sqrt{8a+32}\times\dfrac{\sqrt{10}}{8}$

$4a+32=8a+48-4\sqrt{5a+20}$

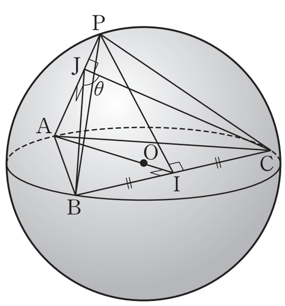
$4a+16=4\sqrt{5a+20}$

$a+4=\sqrt{5a+20}$

양변을 제곱하면 $(a+4)^2=5(a+4)$

$(a+4)\{(a+4)-5\}=0$, $(a+4)(a-1)=0$에서

$a=1$ ($\because a>0$)



점 B에서 선분 PA에 내린 수선의 발을 J라 하면

$\sin(\angle PAB)=\dfrac{\overline{BJ}}{\overline{AB}}$이고

$\overline{AB}=\sqrt{8a+32}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$이므로

$\sin(\angle PAB)=\dfrac{\overline{BJ}}{2\sqrt{10}}$

또한, $\cos(\angle PAB)=\dfrac{\sqrt{10}}{8}$이므로

$\sin(\angle PAB)=\sqrt{1-\left(\dfrac{\sqrt{10}}{8}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{54}{64}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{8}$

즉, $\dfrac{\overline{BJ}}{2\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{8}$

$\overline{BJ}=\dfrac{3\sqrt{6}}{8}\times2\sqrt{10}=\dfrac{3\sqrt{15}}{2}$

따라서 삼각형 PAB의 넓이를 S'이라 하면

$S'=\dfrac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{BJ}=\dfrac{1}{2}\times4\times\dfrac{3\sqrt{15}}{2}=3\sqrt{15}$

4th 삼각형 PAB의 평면 PAC 위로의 정사영의 넓이를 구해.

두 삼각형 PAB, PAC에서 변 AP는 공통변이고

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{PB}=\overline{PC}$이므로 두 삼각형은 SSS 합동이다.

→ $\overline{AI}$가 공통, $\angle AIB=\angle AIC=\dfrac{\pi}{2}$,

$\overline{IB}=\overline{IC}$이므로 $\triangle AIB\equiv\triangle AIC$ $\quad\therefore \overline{AB}=\overline{AC}$

같은 방법으로 구하면 $\triangle PIB\equiv\triangle PIC$ $\quad\therefore \overline{PB}=\overline{PC}$

따라서 $\overline{BJ}\perp\overline{AP}$이므로 $\overline{CJ}\perp\overline{AP}$이고 $\overline{BJ}=\overline{CJ}$이다.

두 평면 PAB와 PAC가 이루는 예각의 크기를 θ라 하면

$\theta=\angle BJC$이고, → 두 평면이 이루는 각의 크기는 두 평면의 교선에 각각 수직이고 각 평면 위에 있는 두 직선이 이루는 각의 크기와 같아.

$\overline{BJ}=\overline{CJ}=\dfrac{3\sqrt{15}}{2}$, $\overline{BC}=2\sqrt{15}$이므로

→ $\overline{BC}=2\overline{BI}=2\sqrt{16-a^2}=2\sqrt{15}$

삼각형 BJC에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos\theta=\frac{\overline{BJ}^2+\overline{CJ}^2-\overline{BC}^2}{2\times\overline{BJ}\times\overline{CJ}}$$

$$=\frac{\left(\frac{3\sqrt{15}}{2}\right)^2\times2-60}{2\times\left(\frac{3\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\frac{\frac{135}{2}-60}{\frac{135}{2}}=\frac{\frac{15}{2}}{\frac{135}{2}}=\frac{1}{9}$$

$\therefore S=S'\times\cos\theta=3\sqrt{15}\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

$\therefore 30\times S^2=30\times\dfrac{15}{9}=50$

수능 핵강

*** 여러 가지 도형의 평면 위로의 정사영 알아보기**

① 점의 정사영 ⇒ 점

② 직선의 정사영 ⇒ 직선 또는 한 점

③ 다각형의 정사영 ⇒ 다각형 또는 선분

④ 구의 정사영 ⇒ 원

My Top Secret

직선과 평면이 이루는 예각의 크기 또는 두 평면이 이루는 예각의 크기를 구하기 위해서는 평면이나 교선에 수선의 발을 내리는 것이 중요해. 삼수선의 정리, 코사인법칙, 피타고라스 정리 등을 이용할 수 있어 문자를 사용하여 나타낸 선분의 길이나 각의 크기를 구할 수 있기 때문이야.

D 113 정답 24

✪ 2등급 킬러 [정답률 22%]

좌표공간에 정사면체 ABCD가 있다. 정삼각형 BCD의 외심을 중심으로 하고 점 B를 지나는 구를 S라 하자.

단서1 정삼각형 BCD의 외심이 구 S의 중심이야.

구 S와 선분 AB가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 구 S와 선분 AC가 만나는 점 중 C가 아닌 점을 Q, 구 S와 선분 AD가 만나는 점 중 D가 아닌 점을 R라 하고, 점 P에서 구 S에 접하는 평면을 α라 하자.

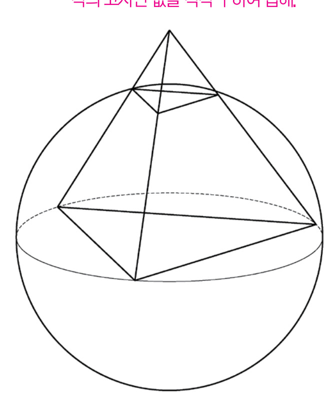
단서2 삼각형 PQR도 정삼각형이며 정삼각형 BCD와 평행해.

구 S의 반지름의 길이가 6일 때,

단서3 구 S의 중심을 O라 하면 $\overline{OB}=6$, $\overline{OP}=6$

삼각형 PQR의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 k이다. k^2의 값을 구하시오. (4점)

단서4 삼각형 PQR의 넓이와 두 평면이 이루는 각의 코사인 값을 각각 구하여 곱해.



✪ 이 문제는 두 평면이 이루는 예각의 크기를 이용해 삼각형의 다른 평면 위로의 정사영의 넓이를 구하는 문제이다.
이를 위해서는 두 점 A, B와 정삼각형 BCD의 외심을 지나는 평면으로 자른 단면을 통해 삼각형의 넓이와 두 평면이 이루는 예각의 크기를 따져보는 것이 이 문제의 키포인트이다.

[풀이 단서 체크]

❶ 먼저, 정삼각형 BCD의 외심이 구 S의 중심이므로 구 S의 중심을 O라 하자. 이때, 구 위의 점과 구의 중심 O를 이은 선분의 길이는 모두 구의 반지름의 길이인 6임을 알 수 있다. 또한, 정삼각형 BCD의 높이가 구의 반지름의 길이의 $\frac{3}{2}$인 것을 이용하면 정사면체의 한 모서리의 길이를 구할 수 있다.
⇒ 단서1, 단서3

❷ 이제, 점 O에서 모서리 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 닮음과 피타고라스 정리 등을 이용하여 정삼각형 PQR의 한 변의 길이와 넓이를 각각 구할 수 있다. ⇒ 단서2

❸ 마지막으로, 평면 PQR와 평면 α가 이루는 각의 코사인 값을 구해야 하는데 이 각의 크기는 두 직선 OP, AO가 이루는 ∠AOP의 크기와 같으므로 이 각의 코사인 값을 구하면 구하는 정사영의 넓이를 구할 수 있다.

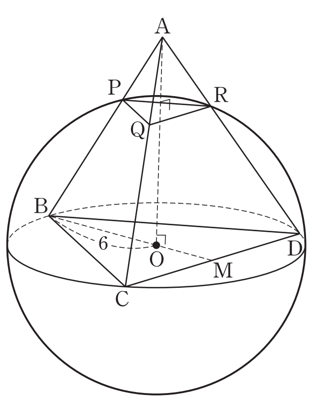
주의 세 변의 길이가 같고 한 각의 크기가 60°인 삼각형은 정삼각형이고, 모든 정사면체는 서로 닮음임에 주의한다.

핵심 정답 공식: 두 평면이 이루는 예각의 크기는 두 평면의 수선이 이루는 예각의 크기와 같다.

[문제 풀이 순서]

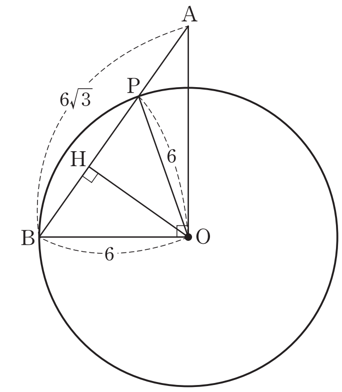
* 두 평면이 이루는 예각의 크기를 이용하여 삼각형의 다른 평면 위로의 정사영의 넓이 구하기

1st 정사면체 ABCD의 한 모서리의 길이를 구해.



정삼각형 BCD의 외심을 O라 두면 점 O가 구 S의 중심이 된다.
또한, 점 O는 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발과 일치하므로
$\angle AOB=90^\circ$, $\overline{AO}\perp$(평면 PQR)이다.
정삼각형 BCD의 세 꼭짓점에 대하여 $\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=6$이고
정사면체 ABCD와 구가 만나는 세 점 P, Q, R에 대하여
$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OR}=6$이다.
정사면체 ABCD의 한 모서리의 길이를 a, 정삼각형 BCD의 높이를
h라 하면 $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$이므로 → 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$, 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
$\overline{OB}=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a=6$
→ 정삼각형의 외심은 무게중심과 일치해.
$\therefore a=6\times\frac{3}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$
따라서 정사면체 ABCD의 한 모서리의 길이는 $6\sqrt{3}$이다.

2nd 삼각형 PQR의 넓이를 구해.

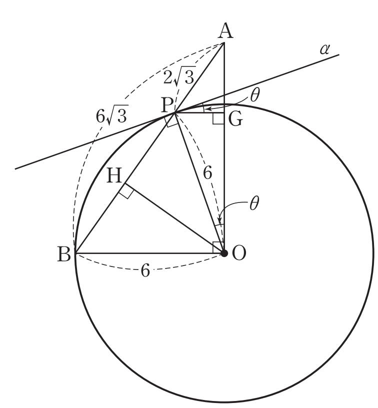


그림과 같이 정사면체 ABCD를 세 점 A, B, O를 지나는 평면으로 자르면 직각삼각형 ABO에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AO}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BO}^2}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=6\sqrt{2}$이다.

함정 한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이는 $\sqrt{\frac{2}{3}}a$임을 이용해서 $\overline{AO}$를 구할 수도 있어.

삼각형 OBP는 $\overline{OB}=\overline{OP}=6$인 이등변삼각형이므로 점 O에서 모서리 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{OH}$는 선분 BP를 수직이등분한다. → 이등변삼각형의 꼭지각에서 내린 수선은 밑변을 수직이등분해.
이때, 두 직각삼각형 ABO, OBH는 닮음이므로
→ ∠B가 공통, ∠AOB=∠OHB=90°이므로 AA닮음
$\overline{AB}:\overline{BO}=\overline{OB}:\overline{BH}$
$6\sqrt{3}:6=6:\overline{BH}$
$6\sqrt{3}\times\overline{BH}=6\times6$
$\therefore \overline{BH}=2\sqrt{3}$
$\overline{AP}=\overline{AB}-\overline{BP}=\overline{AB}-2\overline{BH}$
$=6\sqrt{3}-2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
이므로 삼각형 PQR는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$인 정삼각형이다.
따라서 정삼각형 PQR의 넓이를 S라 하면 → $(\because \overline{PQ}=\overline{AP}=2\sqrt{3})$
$S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$이다.

3rd 삼각형 PQR의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 구해.
삼각형 PQR와 평면 α가 이루는 각의 크기를 θ라 하면
평면 α가 점 P에서 구 S에 접하므로
$\alpha\perp\overline{OP}$
또, $\overline{AO}\perp$(평면 PQR)이므로 θ는 두 직선 OP, AO가 이루는 ∠AOP의 크기와 같다.
→ 평면 α의 수선 l과 평면 β의 수선 m에 대하여 두 평면 α, β가 이루는 각의 크기는 두 직선 l, m이 이루는 각의 크기와 같아.



점 A에서 삼각형 PQR에 내린 수선의 발을 G라 하면
두 직각삼각형 ABO, APG는 닮음이므로
$\overline{AB}:\overline{BO}=\overline{AP}:\overline{PG}$
$6\sqrt{3}:6=2\sqrt{3}:\overline{PG}$
$\overline{PG}=2$이므로
직각삼각형 OPG에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{OG}=\sqrt{\overline{OP}^2-\overline{PG}^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$이다.
$\therefore \cos\theta=\dfrac{\overline{OG}}{\overline{OP}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{6}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$
따라서 삼각형 PQR의 평면 α 위로의 정사영의 넓이 k는

평면 β 위의 넓이가 S인 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S'이라 하고, 두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 θ라 하면 $S'=S\cos\theta$

$k=S\cos\theta=3\sqrt{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{6}$
$\therefore k^2=(2\sqrt{6})^2=24$

My Top Secret

이 문제처럼 구의 중심과 구 위의 점을 이은 선분의 길이가 반지름의 길이임을 활용하면 이등변삼각형이나 정삼각형을 찾을 수가 있어. 두 삼각형 모두 다양한 공식을 활용할 수 있기 때문에 여러 선분의 길이를 구할 수 있게 되지. 또한, 이러한 조건들을 한눈에 보기 위해서는 공간을 평면으로 자른 단면을 그리는 것이 중요해.

홍지형 2023 수능 응시 · 화성 안화고 졸

핵심부터 말하자면 공간도형 문제를 풀 때는 단면화를 해야 한다는 것을 머릿속으로 넣어 두어야 해. 정사면체이기 때문에 점 A에서 삼각형 BCD에 내린 수선의 발은 삼각형의 무게중심에 위치할 거야. 이때 선분 BO의 길이는 반지름의 길이 6이고 삼각형 BOC로부터 선분 BC의 길이가 $6\sqrt{3}$인 것을 구할 수 있어. 삼각형 ABO에서 피타고라스 정리를 이용하여 선분 AO의 길이가 $6\sqrt{2}$인 것을 구할 수 있고 선분 BP의 중점을 H라고 할 때 삼각형 ABO에서 정사면체 APQR의 한 모서리의 길이는 $2\sqrt{3}$이고 삼각형 PQR의 넓이는 $3\sqrt{3}$임을 구할 수 있어. 이때 케이크 자르듯 삼각형 ABO의 면이 보이게 공간도형을 자르면 두 평면이 이루는 각의 코사인 값이 점 A에서 삼각형 PQR에 내린 수선의 발을 G라 할 때 $\dfrac{\overline{OG}}{\overline{OP}}$임을 알 수 있어.

정사영의 길이와 넓이 개념·공식

평면 α 위의 도형 F의 평면 β 위로의 정사영을 F'이라 하고 두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}\right)$라 하자.
① 두 도형 F, F'의 길이를 각각 l, l'이라 할 때, $l'=l\cos\theta$
② 두 도형 F, F'의 넓이를 각각 S, S'이라 할 때, $S'=S\cos\theta$

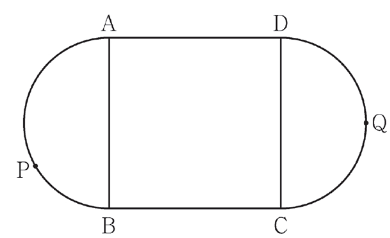
D 114 정답 40

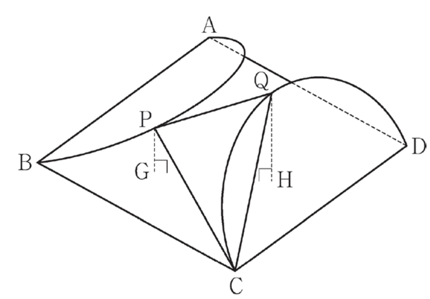
2등급 킬러 [정답률 21%]

그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자. 이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG}=\sqrt{3}$, $\overline{QH}=2\sqrt{3}$이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ일 때, $70\times\cos^2\theta$의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) (4점)

단서1 호 PB에 대한 중심각의 크기는 반원의 중심각의 크기의 $\dfrac{1}{3}$이고 호 CQ에 대한 중심각의 크기는 반원의 중심각의 크기의 $\dfrac{1}{2}$이야.

단서2 삼각형 PCQ의 평면 ABCD 위로의 정사영은 삼각형 GCH야.





이 문제는 두 평면 사이의 각을 구하기 위해 정사영을 활용하는 문제이다. 이를 위해서는 주어진 평면 위의 도형을 하나 정하고 이 도형의 넓이와 이 도형의 다른 평면 위로의 정사영의 넓이를 이용하여 이면각의 코사인값을 구한다.

[풀이 단서 체크]

❶ 먼저, 호의 삼등분점은 중심각이 반원의 $\dfrac{1}{3}$이 되는 지점이고 호의 이등분점은 중심각이 반원의 $\dfrac{1}{2}$이 되는 지점이다. 이를 활용하여 중심각을 구할 수 있고 중심각과 반원의 반지름의 길이를 이용하여 두 점 P와 Q에서 지름인 두 선분 AB와 CD에 내린 수선의 발까지의 거리를 각각 계산할 수 있다. ⇒ 단서1
❷ 이제, 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발이 각각 G, H이므로 삼각형 PCQ의 평면 ABCD 위로의 정사영은 삼각형 GCH가 된다. ⇒ 단서2

주의 주어진 도형의 변의 길이를 구하기 위해 필요한 보조선을 그어야 한다.

핵심 정답 공식: 두 평면 α, β가 이루는 예각의 크기가 θ이고 평면 α 위의 넓이가 S인 도형의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 S'이면 $\cos\theta=\dfrac{S'}{S}$이다.

[문제 풀이 순서]

* 정사영을 활용하여 두 평면 사이의 이면각의 코사인값 계산하기