1 판매량

1 만족도

1 평가도

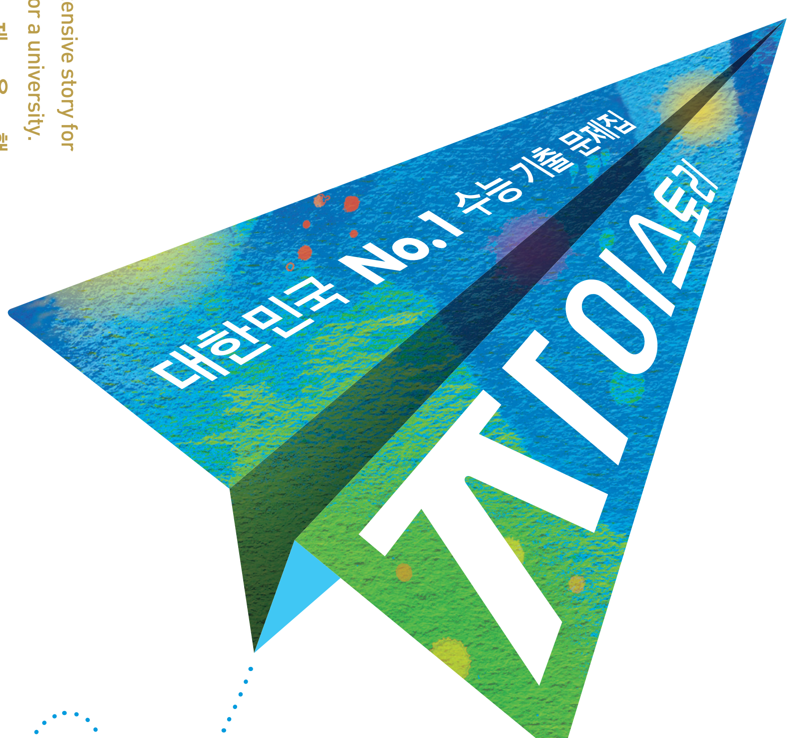
KOREA EDUCATIONAL BRAND AWARDS 대한민국 교육브랜드 대상 2022

Xistory stands for extra intensive story for an entrance examination for a university.

수능 기출 문제 은행

2024 수능 대비

Xi story



고3 수학 Ⅱ

- ▲ 최신 9개년 수능, 모의평가, 학력평가 기출문제 수록
  – 최신 8개년 경찰대, 삼사 기출문제 수록
- ▲ 총 133개 촘촘한 유형 분류와 난이도순 문항 배열
- ▲ 1등급, 2등급 킬러 문제 + 단서, 접근법, 1등급 풀이팁 해설
- ▲ 다른 풀이, 쉬운 풀이, 톡톡 풀이 등 다양한 풀이법 수록
- ▲ 함정, 실수, 주의, 단계별로 분석한 입체 첨삭 해설
- ▲ 명쾌한 개념 강의 + 최신·중요 문제 동영상 강의 QR코드

강남구청 인터넷 수능방송 강의교재

수경출판사

임효수
서울대 생명과학부 2022년 입학
경기 영신여고 졸

Xi story Honors
[이현일 장학생]

“한 문제를 여러 번 보면 그 속에 있는 풀이 과정과 원리를 공부할 수 있어!”

■ 성실한 문제풀이와 반복학습이 가장 효과적이야.

지루하고 뻔하게 들릴 수도 있지만, 매일 정해진 양을 꾸준히 풀고 오답 풀이를 두 번 이상 반복하는 게 최고의 수학 공부 비법이라고 생각해. 가장 평범한 방법이지만 의외로 실천하고 있는 사람들이 그리 많지는 않을 거야.

나도 처음에는 꾸준하고 성실하게 공부하라는 평범한 조언 대신 실력을 크게 향상시켜줄 특별한 공부법을 찾으려고 했어. 그러나 공부를 해나갈수록 가장 평범했던 조언이 가장 효과적이었다는 것을 깨달았어. 정해진 양을 매일 꾸준히 풀면서 수능 수학 문제들의 풀이 방식에 익숙해질 수 있었고, 이는 실력 상승으로 이어졌지.

또한, 같은 문제를 여러 번 보면 그 문제를 풀 수 있게 될 뿐만 아니라 그 유형의 문제들을 푸는 실력이 전반적으로 상승하게 돼. 처음에 문제를 볼 때는 문제를 풀어서 답을 내는 것에 집중하지만 한 문제를 여러 번 보면 그 속에 있는 풀이 과정과 원리를 공부할 수 있지. 고전이 고전인 이유가 있듯이, 가장 클래식한 공부 방법이 가장 효과적인 공부 방법이었어.

■ 슬럼프를 극복하면서 더 효율적인 공부방법을 찾을 수도 있어.

반복학습을 하다 보면 질리고 무기력해져 슬럼프가 올 수 있는데 그 기간을 극복하는 방법을 찾는 것도 중요해.

내가 슬럼프를 극복하기 위해 찾은 방법은 공부시간을 줄이는 데에 집중하는 것이었어. 이전에는 최대한 오래 앉아있으면서 공부시간을 늘리는 데에 초점을 맞췄다면, 슬럼프 기간에는 같은 분량의 문제를 시간을 정해 놓고 되도록 빨리 풀어서 쉴 수 있는 시간을 늘리려고 했지. 그랬더니 슬럼프에서 점점 빠져 나오게 되었고, 더불어 제한 시간 안에 정확히 문제를 풀어야 하는 수능 훈련에 도움이 되더라고. 즉, 슬럼프를 극복하기 위해 했던 노력이 효율적으로 공부하는 방법을 배우게 되는 계기가 된 거야. 그 당시에는 가장 힘들어 보였던 시간이 돌아보면 오히려 가장 크게 성장할 수 있었던 시간이었던 것 같아.

■ 교재를 충분히 활용할 수 있는 방법을 찾자!

내가 독학하면서 겪었던 가장 큰 어려움 중 하나는 학습진도를 결정하는 것이었어. 어디까지 해야 할지 다른 사람이 정해주는 것이 아니라 하나부터 열까지 내가 스스로 결정해야 했기 때문에 공부에 써도 모자란 시간을 계획 세우는 데 많이 뺏겼었어.

그런데 자이스토리는 한 달 과정으로 분량을 나눠 놓아 학생들이 그 과정에 맞춰 공부하기 편하도록 구성되어 있어서 계획 세우는 시간을 절감할 수 있고 그 시간을 공부하는 데에 쓸 수 있게 해주었어. 또한, 자이스토리의 해설지는 단순히 답만 설명하는 것이 아니라 떠올릴 수 있는 아이디어를 제시하고 전개시켜 나가면서 문제해결 과정을 설명하니 이해가 더 잘 되게 해 주었지.

나는 해설이라고 마냥 멀리하는 것이 아니라, 풀어서 맞은 문제들도 해설지를 찾아보고 내가 떠올렸던 풀이보다 더 단순하고 명쾌한 풀이가 있는지 비교해보며 그 과정에서 헷갈렸던 공식이나 개념을 복습하기도 했단다.

■ 자신의 한계를 미리 정해 놓지 말길~

고3이 되면 다른 사람들과 자신을 비교하며 자신을 낮추기 쉬워. 성적도 좋고 온갖 활동을 한 주변 친구에 비해 나는 경쟁력이 없는 것처럼 보이지.

그러나 입시에서 중요한 것은 주변 사람들이 아니야. 끝까지 자신에게 집중하는 것이 더 중요해. 성적이 그렇게 좋은 편도 아니었고 생기부 활동이 특출나지도 않았던 내가 대학에 붙을 수 있었던 이유는 끝까지 열심히 공부하며 진로에 대한 열정을 보여줬기 때문인 것 같아.

지금 당장은 힘들고 막막해 보이는 일도 시간이 지나면 나를 이루는 일부분이 되어 언젠가는 도움이 될 거야. 힘든 시간이지만, 많은 것을 배울 수도 있는 시간을 잘 보내기를 바래~

문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면
수학이 쉬워집니다!

수학 공부의 기본은 개념을 익히고 그 개념들을
연결하여 그 흐름을 파악하는 것입니다.
만일 이를 소홀히 하고, 의미없이 문제만 반복하여 푼다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
수학을 오랜 시간 공부해도 좋은 점수를 받기 힘듭니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를
개념의 연계성에 따라 명쾌하게 분석하고, 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 정확히 파악되고 문제 풀이가 쉬워져서
수학 공부가 즐거워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있도록 도와줍니다.

1등급 킬러 문항에는 문제 분석, 풀이 단서 체크, 1등급 풀이 Tip,
서울대 선배의 My Top Secret을 함께 제공하여
체계적이고 심도있게 고난도 킬러 문제를 훈련할 수 있습니다.

자이스토리 수학이 준비한 수능 맞춤 기본 개념과 유형을
순서대로 꾸준히 공부해 보세요.
이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1등급에 도달해 있을 것입니다.

– 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 –

수능 1등급 완성 학습 계획표 [34일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~58		월 일	월 일
2	59~108		월 일	월 일
3	109~161		월 일	월 일
4	162~188		월 일	월 일
5	189~213		월 일	월 일
6	B 01~39		월 일	월 일
7	40~74		월 일	월 일
8	75~106		월 일	월 일
9	107~134		월 일	월 일
10	C 01~44		월 일	월 일
11	45~92		월 일	월 일
12	93~129		월 일	월 일
13	130~157		월 일	월 일
14	D 01~46		월 일	월 일
15	47~84		월 일	월 일
16	85~124		월 일	월 일
17	125~150		월 일	월 일
18	E 01~43		월 일	월 일
19	44~80		월 일	월 일
20	81~115		월 일	월 일
21	116~147		월 일	월 일
22	F 01~43		월 일	월 일
23	44~85		월 일	월 일
24	86~127		월 일	월 일
25	128~161		월 일	월 일
26	162~184		월 일	월 일
27	185~213		월 일	월 일
28	G 01~39		월 일	월 일
29	40~72		월 일	월 일
30	73~104		월 일	월 일
31	105~135		월 일	월 일
32	모의 1회		월 일	월 일
33	모의 2회		월 일	월 일
34	모의 3회		월 일	월 일

- 나는 ________________ 대학교 ________________ 학과 __________ 학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

자이스토리 고3 수학 Ⅱ 활용법+α

❶ 개념 · 공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- [개념 보충 +], [한 걸음 더], [왜 그럴까?] 코너를 통해 실전에 활용할 수 있는 유용한 지식을 습득하세요.
- 개념을 확인한 후 최신 출제 경향을 반드시 확인하세요.
- 개념을 바로 적용해서 기본 기출 문제를 풀어 보면 개념이 더욱 명확해질 거예요.

❷ 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 수능뿐만 아니라 모의고사에서 출제되는 모든 유형을 촘촘히 분류하여 더욱 체계화된 유형별 풀이 비법을 확인할 수 있습니다.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

❸ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 처음부터 끝까지 혼자 힘으로 문제를 풀어보면서 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.

❹ 1등급을 좌우하는 킬러 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 고난도 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요. 이를 통해 자신에게 취약한 개념을 다시 한 번 파악하고 반드시 되짚어 보세요.
- 해설에서 1등급 킬러 문항의 문제 분석, 풀이 단서 체크, 1등급 심화 특강, 1등급 풀이 Tip과 서울대 선배의 My Top Secret의 특별 해설을 통해 문제 해결 방향과 쉽게 해결할 수 있는 방법을 익히세요.

❺ 쉽게 이해되는 입체 첨삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [정답 공식]을 통해 핵심키를 파악할 수 있을 거예요.
- [단서]를 통해 문제에 주어진 조건들을 어떻게 파악해야 하고 푸는 방향을 잡아야 하는지 알 수 있을 거예요.
- [첨삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 첨삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 톡톡 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념 · 공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.

❻ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.

차 례 [총 133개 유형 분류]

Ⅰ 함수의 극한과 연속

A 함수의 극한 – 20개 유형 분류

B 함수의 연속 – 13개 유형 분류

Ⅱ 미분

C 미분계수와 도함수 – 17개 유형 분류

D 도함수의 활용 (1) – 24개 유형 분류

E 도함수의 활용 (2) – 18개 유형 분류

Ⅲ 적분

F 부정적분과 정적분 – 26개 유형 분류

G 정적분의 활용 – 15개 유형 분류

Special 수학Ⅱ 실전 기출 모의고사

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널
'수학문제 다깨기'

수능 개념 총정리 + 촘촘한 유형 분류 기출 문제 = 수능 1등급

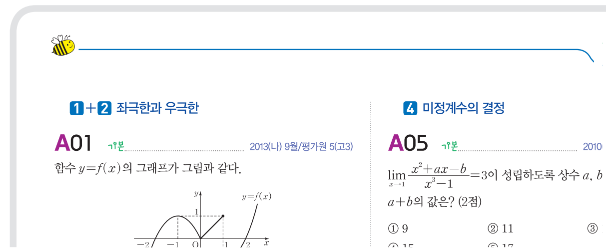
1 핵심 개념 정리 – 쉽게 이해되는 개념과 공식

가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- +개념 보충, 한걸음 더!, 왜 그럴까? : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- 출제 : 2023학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시

2 기본 기출 문제 – 쉬운 기출 문제로 개념 점검

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 기본 개념과 공식을 확인하는 기출 문제를 수록하였습니다. 이는 개념 이해를 강화하고 응용 문제를 풀 수 있는 초석을 쌓는 과정입니다.



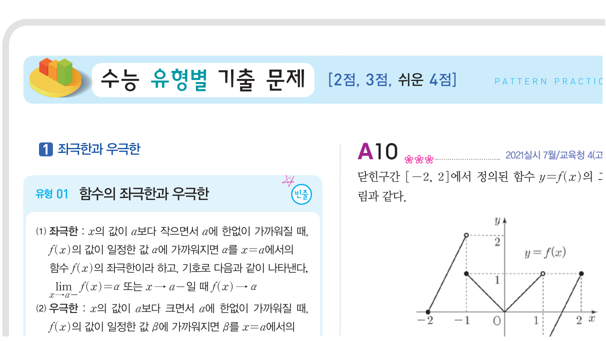
- **출처표시** : 수능 / 평가원 / 삼사 / 경찰대 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도

예) 2023대비 수능 11(고3) : 2022년 11월에 실시한 수능
2022/수능(홀) 12(고3) : 2021년 11월에 실시한 수능
2023대비 6월 모평 13(고3) : 2022년 6월에 실시한 평가원
2022 9월/평가원 14(고3) : 2021년 9월에 실시한 평가원
2022실시 7월 학평 15(고3) : 2022년 7월에 실시한 학력평가
2021실시 10월/교육청 16(고3) : 2021년 10월에 실시한 학력평가

3 유형별 기출 문제 – 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

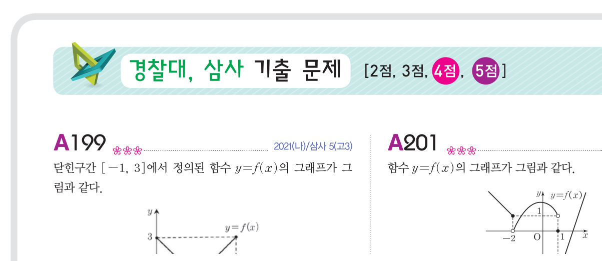
최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단원이나 유형은 고품격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- tip : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **유형 분류** : 빈출 – 시험에서 자주 출제되는 유형입니다.
  고난도 – 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형입니다.
- **난이도** : ❀❀❀ – 기본 문제 ❀❀❀ – 중급 문제
  ❀❀❀ – 중상급 문제
- **QR코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.



4 경찰대·삼사 기출 문제 – 최신 기출 문제 전부 수록

경찰대 기출과 삼사 기출 문제 중 수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.



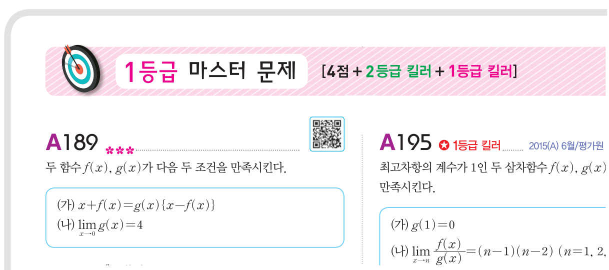
5 수학 Ⅱ 실전 기출 모의고사

기출 문제로 구성한 3회의 실전 모의고사입니다.
수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.

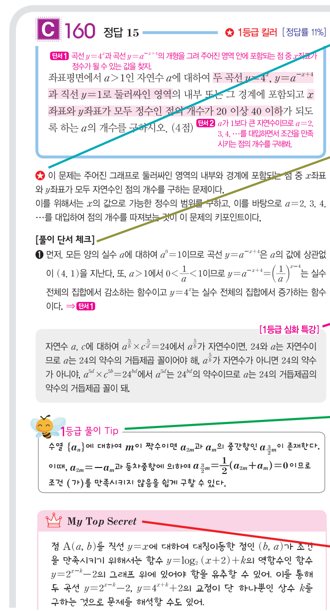
6 1등급 마스터 문제 – 1등급 킬러, 2등급 킬러, 4점 문제 수록

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 키워서 반드시 수학 1등급에 도달할 수 있습니다.

- ✽✽✽ – 상급 문제
- ✪ 2등급 킬러 – 정답률이 21∼30%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제
- ✪ 1등급 킬러 – 정답률이 20% 이하인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제



7 1등급 킬러 · 2등급 킬러 문제 특별 해설



문제 분석
킬러 문제의 핵심 내용과 문제에서 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

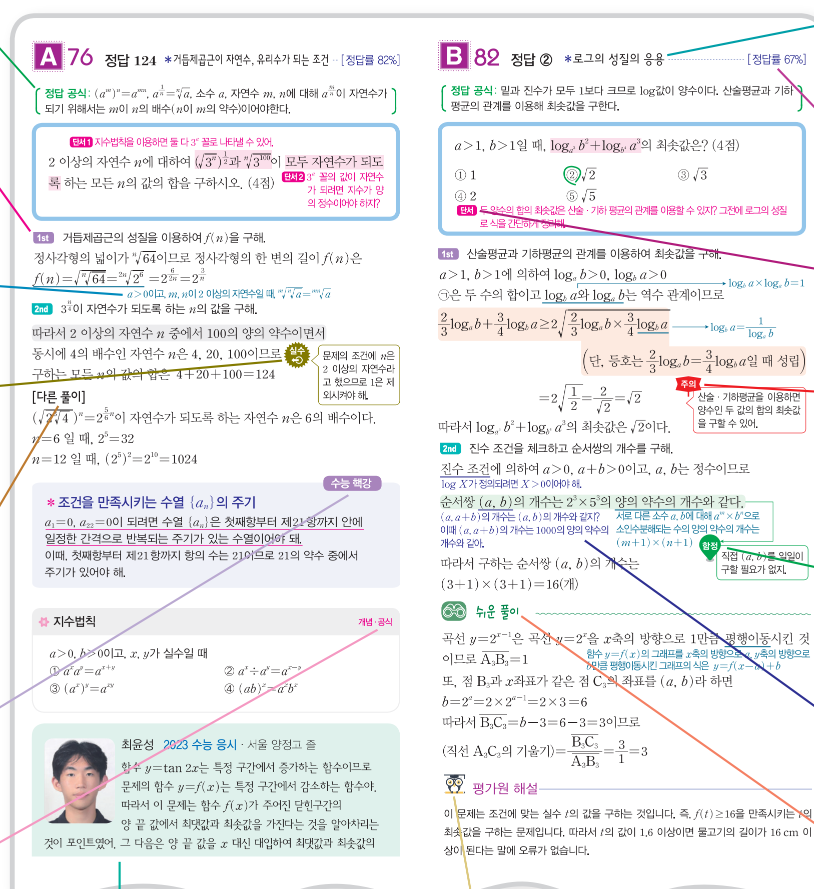
풀이 단서 체크
킬러 문제 풀이를 본격적으로 시작하기 전에 단서의 내용을 좀 더 구체적으로 설명하면서 풀이 과정을 요약하여 알기 쉽게 풀어 써 주었습니다.

1등급 심화 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 공식을 보여줍니다.

1등급 풀이 Tip
일반적인 내용은 아니지만 킬러 문제를 풀 때 시간 절약과 더불어 문제 접근을 쉽게 할 수 있도록 도와주는 내용을 제시합니다.

My Top Secret
킬러 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

8 입체 첨삭 해설!



정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

생생체험
수능을 먼저 정복한 선배들의 경험이 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

평가원 해설
오답 이의제기된 문항에 대해 평가원 출제 위원들이 요구한 사고 과정을 확인할 수 있습니다.

출제 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률
교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교 · 학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여고
김대식 경기 하남고
민경도 서울 강남 종로학원
박소희 안양 안양외고
박숙녀 아산 충남삼성고
배수나 서울 가인아카데미
신명선 안양 신성고
신현준 안양 신성고
윤장노 안양 신성고
윤혜미 서울 세종과학고
이종석 일등급 수학 저자
이창희 서울 다원교육 고등부
위경아 서울 강남대성기숙의대관
장광걸 김포 김포외고
장경호 오산 운천고
장철희 서울 보성고
전경준 서울 풍문고
지강현 안양 신성고
홍지우 안양 평촌고

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널
'수학문제 다깨기'

[감수진]

강민정 전주 유일여고
강호균 서울 늘푸른 수학원
공상태 성남 THE99.7 학원
곽석환 울산 곽쌤수학 학원
구태현 고양 현수학 학원
권은진 서울 참수학뿌리국어학원
금재윤 서울 성보고
김광찬 울산 탑엘리트학원
김기웅 구미 브리튼 영어 수학 학원
김덕한 대전 더칸수학학원
김도완 안양 평촌 프라매쓰 학원
김동준 고양 이루는 학원
김병섭 울산 으뜸수학 학원
김상구 서울 같이상승수학 학원
김상혁 양주 덕정한샘학원
김성주 용인 수학의 아침 학원
김수환 청주 세광고
김예찬 울산 학촌학원
김윤환 대전 서대전고
김은희 서울 공감수학교습소 학원
김정선 안양 평촌 파인만학원
김정호 청주 청주고
김제휘 울산 샤수학 학원
김종성 서울 중산고
김주성 대전 양영학원
김중엽 울산 수수깡수학학원
김태은 성남 수학의 아침 학원
김현철 고양 문명의STEM 학원
김홍수 서울 김홍학원
김효령 전주 메리트수학전문학원
노문호 청주 한국교원대부고
박기두 서울 종로학원
박미경 부천 대치수심수학학원
박세창 서울 수본수학학원
박연오 청주 충북여고
박우혁 서울 종로학원
박종규 울산 4인의수학 학원
백준석 안양 일프로집단 학원
서동원 대전 수학의 중심 학원
성수경 울산 위룰수학 학원
손정민 서울 이투스247학원
신선학 울산 신쌤플러스수학전문학원
심창섭 서울 피앤에스수학학원
안영대 대구엠프로수학학원
안 혁 울산 혁신수학전문학원
안현모 서울 에임학원
양해영 서울 청출어람 학원
엄보용 안산 경안고
엄순섭 울산 전하수력발전소 단과학원
유수하 안양 유수하 수학 학원
유재영 평택 비전고
유재철 서울 구주이배 수학 학원
유 환 부천 도당비젼스터디 학원
윤석주 대전 윤석주수학전문학원
윤석태 성남 수학의 아침 학원
윤소라 대전 텀브&포스학원
윤순조 군포 군포고
이건우 서울 이지엠 수학 학원
이대권 성남 폴라리스 수학 학원
이도용 대전 보문고
이동권 서울 수재학원
이동준 서울 수재학원
이동훈 대구 이동훈수학학원
이미리 수원 대상학원
이성우 울산 더오름 단과학원
이용환 대전 지족고
이윤주 평택 평택고
이은정 서울 서초 뉴탑학원
이주경 서울 생각의 숲 수학교습소
이지훈 서울 대치 시그니처학원
이철호 안양 파스칼수학학원
이호균 인천 투스카이수학과학학원
이효진 대구 진선생 수학 학원
임안철 안양 에이엠수학학원
장준수 고양 위드쌤 스터디 수학학원
장현주 수원 마스터제이 학원
장혜민 성남 수학의 아침 학원
전수현 서울 전)페르마수학 학원
정영수 서울 수재학원
정원혁 서울 하이츠 학원
정정은 서울 영매쓰 학원
정한샘 서울 펀수학 학원
조재현 울산 피타고라스 수학 학원
주은재 서울 강동 청산학원
차승진 청주 청원고
최선락 서울 최선락수학교실 학원
최소영 서울 청산미래와사람들 학원
하대용 구미 수플러스학원
하진수 대전 대신고
현재명 양주 옥정대성N학원
홍성문 시흥 홍성문 수학학원
황화연 전주 근영여고

[My Top Secret 집필]

정호재 서울대 경제학부
곽지훈 서울대 수학교육과
황대윤 서울대 수리과학부

수능 선배들의 비법 전수 – 수험장 생생 체험 소개

긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.

2023 응시


강 한
서울 배재고 졸업


권주원
서울 배재고 졸업


김보겸
광주서석고 졸업


김수정
부산국제고 졸업


김예온
부산 다대고 졸업


김준서
부산 대연고 졸업


김태산
광주서석고 졸업


김현서
경기 평택고 졸업


나인규
광주 국제고 졸업


명준하
광주서석고 졸업


박서영
부산 사직여고 졸업


박세민
광주 광덕고 졸업


백규민
대구 성화여고 졸업


선명신
순천복성고 졸업


유기범
익산 남성고 졸업


이민형
광주 보문고 졸업


이서영
대구 원화여고 졸업


장경은
서울 세화여고 졸업


장성욱
부산 대연고 졸업


정서린
서울 세화여고 졸업


조해인
서울 목동고 졸업


조현준
익산 이리고 졸업


최윤성
서울 양정고 졸업


홍지형
화성 안화고 졸업


홍채연
서울 한영고 졸업


황은준
경기 비봉고 졸업

• 2022년

강민성 부산 해운대고 졸 (성균관대 의예과)
강연욱 서울 한영고 졸 (연세대 노어노문학과)
고현웅 광주서석고 졸 (전남대 의예과)
공준형 경기 우성고 졸 (가톨릭관동대 의예과)
김서윤 경기 우성고 졸 (성균관대 글로벌경제학과)
김예리 서울 수명고 졸 (고려대 의예과)
김찬우 익산 이리고 졸 (전남대 의예과)
김혜윰 경기 숭신여고 졸 (서울대 인문대학)
박정빈 익산 이리고 졸 (고려대 한국사학과)
박준현 전남 장성고 졸 (육군사관학교)
송홍준 광주 국제고 졸 (고려대 융합에너지공학과)
양예진 전주 상산고 졸 (이화여대 의예과)
오석우 공주 한일고 졸 (서울대 의예과)
오연주 전주 솔내고 졸 (서강대 사회학과)
이수현 대구 송현여고 졸 (고려대 정치외교학과)
장인우 광주 고려고 졸 (서울대 인문학부)
전수현 경기 숭신여고 졸 (한림대 의예과)
정지호 익산 남성고 졸 (경찰대학교)
최준명 서울 양정고 졸 (KAIST 새내기과정학부)

• 2021년

강혜윤 경기 수지고 졸 (서울대 인문계열)
김도원 인천하늘고 졸 (서울대 화학부)
김도훈 서울 배재고 졸 (고려대 노어노문학과)
김민준 서울 장훈고 졸 (연세대 전기전자공학부)
김재서 서울 양정고 졸 (연세대 산업공학과)
김준형 서울 중산고 졸 (경북대 치의예과)
박재현 경북 구미고 졸 (가톨릭대 의예과)
송의헌 안산 동산고 졸 (원광대 의예과)
안지연 서울 창덕여고 졸 (서울대 인문계열)
윤 혁 서울 동양고 졸 (서울대 건설환경공학부)
이새영 서울 선린인터넷고 졸 (연세대 기계공학부)
이우민 경기 평택고 졸 (KAIST 새내기과정학부)
임예은 경기 동탄국제고 졸 (연세대 경제학과)
임종민 경기외고 졸 (서강대 정치외교학과)
최서영 경기 동탄국제고 졸 (서울대 경제학부)
최주영 서울 보인고 졸 (가톨릭대 의예과)

문항 배열 및 구성 [1182제]

❶ 개념 이해 체크를 위한 기본 기출 문제(52제)

필수 개념과 공식을 확인할 수 있는 기출 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

❷ 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항 수록(275제)

최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.

❸ 최신 수능, 평가원 및 학력평가, 경찰대, 삼사 우수 기출 문제 수록(786제)

- 수능, 평가원 및 학력평가 기출 문항 중 새수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.
- 경찰대, 삼사 기출 문항 중 최신 3개년은 전 문항 수록하였고, 이전 문항은 우수 문항을 선별하여 수록하였습니다.

❹ 새수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제(121제)

새수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[고3 수학Ⅱ 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4·5월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2023	11	11	11	11	11	11	11	77	*2024학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2022	11	11	11	11	11	11	11	77	
2021	26	13	12	12	11	11	11	96	
2020	2	3	7	9	8	10	8	47	
2019	0	4	6	10	9	9	9	47	
2018	0	4	8	9	9	9	8	47	*수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2017	0	3	6	7	8	7	9	40	
2016	1	6	8	10	8	9	8	50	
2015	2	3	9	6	6	6	8	40	
2014	2	4	10	6	8	6	6	42	
2013	3	3	10	12	9	9	8	54	
2012	1	3	10	8	7	6	8	43	
2011	0	0	9	5	3	2	3	22	
2010	0	1	7	5	4	1	5	23	
2009	0	2	7	4	4	2	4	23	
2008이전	0	3	28	6	18	9	27	91	
2022, 2014, 2005 대비 예비 평가								22	
수능 기출 변형 문제								121	
고1/고2 학력평가								92	
경찰대 및 삼사								128	
총 문항 수								1182	

2023학년도 6월, 9월 평가원+수능 수학Ⅰ+수학Ⅱ 문항 배치표

문항 번호	6월		9월		수능	
	수록 교재	수록 번호	수록 교재	수록 번호	수록 교재	수록 번호
1	수Ⅰ	A47	수Ⅰ	A49	수Ⅰ	A52
2	수Ⅱ	C64	수Ⅱ	C56	수Ⅱ	A104
3	수Ⅰ	E45	수Ⅰ	E120	수Ⅰ	G124
4	수Ⅱ	A53	수Ⅱ	B18	수Ⅱ	C41
5	수Ⅰ	G103	수Ⅰ	G31	수Ⅰ	E127
6	수Ⅱ	B19	수Ⅱ	D107	수Ⅱ	D106
7	수Ⅰ	E80	수Ⅰ	H96	수Ⅰ	H100
8	수Ⅱ	D13	수Ⅱ	D19	수Ⅱ	D21
9	수Ⅱ	E57	수Ⅰ	E168	수Ⅰ	E106
10	수Ⅰ	F28	수Ⅱ	G75	수Ⅱ	G47
11	수Ⅱ	G90	수Ⅰ	A19	수Ⅰ	F39
12	수Ⅰ	H64	수Ⅱ	A173	수Ⅱ	F151
13	수Ⅰ	G163	수Ⅰ	F36	수Ⅰ	H106
14	수Ⅱ	F164	수Ⅱ	F154	수Ⅱ	B110
15	수Ⅰ	I115	수Ⅰ	I114	수Ⅰ	I113
16	수Ⅰ	D68	수Ⅰ	D72	수Ⅰ	D71
17	수Ⅱ	F25	수Ⅱ	F27	수Ⅱ	F24
18	수Ⅰ	H31	수Ⅰ	H21	수Ⅰ	H20
19	수Ⅱ	D108	수Ⅱ	E35	수Ⅱ	E24
20	수Ⅱ	F160	수Ⅱ	G37	수Ⅱ	G91
21	수Ⅰ	B128	수Ⅰ	C159	수Ⅰ	D163
22	수Ⅱ	B115	수Ⅱ	E123	수Ⅱ	E121

- 수Ⅰ: 2023 자이스토리 고3 수학Ⅰ
- 수Ⅱ: 2023 자이스토리 고3 수학Ⅱ

A 함수의 극한

★ 유형 차례

★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2023	수능	유형 08 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한	❀❀❀
	9월	유형 18 도형의 길이에 대한 극한	✿❀❀
	6월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	❀❀❀
2022	수능	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	❀❀❀
	9월	출제되지 않음	
	6월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	❀❀❀
	예시	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	❀❀❀
2021	수능	유형 06 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 –분수식	❀❀❀
	9월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	❀❀❀
		유형 06 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 – 분수식	❀❀❀
	6월	유형 01 함수의 좌극한과 우극한	❀❀❀
		유형 06 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 – 분수식	❀❀❀

★ 2023 수능 출제 경향 분석

- $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴인 식의 극한값을 구하는 쉬운 문제가 출제되었다.

분모와 분자의 차수가 같은 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한값은 분모와 분자의 최고차항의 계수의 비와 같음을 알면 답을 바로 구할 수 있는 기본 개념 문제이다. [A104 문항]

★ 2024 수능 예측

1. 함수의 그래프가 주어지고 우극한과 좌극한을 찾아 계산하는 문제 또는 $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 등의 극한값을 구하는 쉬운 계산 문제가 출제 예상되므로 극한의 개념을 확실히 알고 있어야 한다.
2. 분수식의 극한값이 존재하는 조건에서의 분모와 분자의 미정계수를 결정하는 유형은 출제 가능성이 매우 높은 유형이다. 극한값이 존재하고 분모(또는 분자)가 0으로 다가갈 때, 분자(또는 분모)의 극한값이 어떻게 되는지 꼭 기억하자.
3. 좌표평면 위의 그래프에서 도형의 길이나 넓이 등에 대한 극한값을 구하는 문제에 대비하기 위해 함수의 그래프와 도형의 성질을 유기적으로 연결하여 해결하는 연습을 충분히 하자.

A 함수의 극한

개념 강의

중요도 ★★○

1 좌극한과 우극한 – 유형 01~02

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ (α는 실수)이면 $x=a$에서 $f(x)$의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 α로 같다.
또, 그 역도 성립하므로

$$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha \Leftrightarrow \lim_{x\to a+} f(x)=\lim_{x\to a-} f(x)=\alpha$$ [1]

출제 2023 6월 모평 4번

★ 함수의 그래프가 주어지고 한 점에서의 좌극한값과 우극한값을 구하는 문제는 매년 출제되고 있는 문제로 $x=a$의 왼쪽에서 다가가는지, 오른쪽에서 다가가는지를 정확히 확인하여 극한값을 구해야 한다.

2 함수의 극한에 대한 성질 – 유형 03, 14~16

함수의 극한에 대한 성질은 극한값이 존재할 때만 성립하고 $x\to a+$, $x\to a-$, $x\to\infty$, $x\to-\infty$일 때도 성립한다.

$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때,

(1) $\lim_{x\to a} kf(x)=k\lim_{x\to a} f(x)=k\alpha$ (단, k는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)\pm g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)\pm\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\pm\beta$ (복호동순)

(3) $\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\lim_{x\to a} f(x)\times\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\beta$

(4) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq0$, $\beta\neq0$)

3 함수의 극한값의 계산 – 유형 04~10, 14~16, 18~20

실수 k에 대하여 다항함수 $f(x)$의 $x=k$에서의 극한값은 $x=k$에서의 함숫값 $f(k)$와 같다. 즉, $\lim_{x\to k} f(x)=f(k)$이다.

(1) $\dfrac{0}{0}$ 꼴 : 분자, 분모가 모두 다항식이면 분자, 분모를 각각 인수분해한 다음 약분한다. 분모, 분자 중 무리식이 있으면 근호가 있는 쪽을 유리화한다.

(2) $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴[2] : 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나눈다.

(3) $\infty-\infty$ 꼴 : 다항식은 최고차항으로 묶고, 무리식은 근호가 있는 쪽을 유리화한다.

(4) $\infty\times0$ 꼴 : 통분이나 유리화하여 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴 또는 $\dfrac{0}{0}$ 꼴로 변형한다.

출제 2023 수능 2번 / 2023 9월 모평 12번

★ $\dfrac{0}{0}$, $\dfrac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, $\infty\times0$ 꼴의 극한값을 구하는 방법을 유형별로 정확히 이해하자. 또한, 좌표평면 위의 그래프에 대한 도형의 길이 또는 넓이를 식으로 나타낸 후 극한값을 구하는 문제에 대비하기 위해서 함수의 그래프와 도형의 성질을 유기적으로 연결하여 해결하는 연습을 충분히 하자.

4 미정계수의 결정[3] – 유형 11~13, 16

실수 a와 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 상수)일 때,

(1) $\lim_{x\to a} g(x)=0$이면 $\lim_{x\to a} f(x)=0$이다.

(2) $\lim_{x\to a} f(x)=0$이면 $\lim_{x\to a} g(x)=0$이다. (단, $\alpha\neq0$)[4]

5 함수의 극한과 대소 관계[5] – 유형 17

실수 a와 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여
$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때,

(1) $f(x)\le g(x)$이면 $\alpha\le\beta$

(2) $f(x)\le h(x)\le g(x)$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim_{x\to a} h(x)=\alpha$

+개념 보충

1 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재하지 않는 경우는

(i) $\lim_{x\to a-} f(x)$의 값이 존재하지 않거나

(ii) $\lim_{x\to a+} f(x)$의 값이 존재하지 않거나

(iii) $\lim_{x\to a-} f(x)\neq\lim_{x\to a+} f(x)$일 때이다.

한걸음 더!

2 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$의 값은

(1) (분모의 차수)<(분자의 차수)이면 ∞ 또는 $-\infty$로 발산한다.

(2) (분모의 차수)=(분자의 차수)이면 분모와 분자의 최고차항의 계수의 비로 수렴한다.

(3) (분모의 차수)>(분자의 차수)이면 0으로 수렴한다.

+개념 보충

3 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 상수)일 때

(1) $\alpha\neq0$이면

$\alpha=\dfrac{(f(x)\text{의 최고차항의 계수})}{(g(x)\text{의 최고차항의 계수})}$

이고 $f(x)$와 $g(x)$의 차수가 같다.

(2) $\alpha=0$이면 $g(x)$의 차수가 $f(x)$의 차수보다 크다.

왜 그럴까?

4 $\alpha\neq0$이라는 조건이 필요하다.

$f(x)=x-1$, $g(x)=x+1$이라 하면

$\lim_{x\to1} f(x)=\lim_{x\to1}(x-1)=0$,

$\lim_{x\to1}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to1}\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{0}{2}=0$

이지만

$\lim_{x\to1} g(x)=\lim_{x\to1}(x+1)=2\neq0$

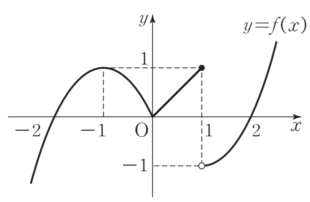
한걸음 더!

5 a에 가까운 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<g(x)$이지만 $\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} g(x)$인 경우가 있기 때문에 $f(x)<g(x)$의 양변에 $\lim_{x\to a}$를 취하면 $\lim_{x\to a} f(x)\le\lim_{x\to a} g(x)$이다.

1+2 좌극한과 우극한

A01 기본 2013(나) 9월/평가원 5(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to-1} f(x)+\lim\limits_{x\to1+} f(x)$의 값은? (3점)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

A02 기본 2013(나) 9월/평가원 22(고3)

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+x}{x+1}$의 값을 구하시오. (3점)

2+3 함수의 극한값의 계산

A03 기본 2012(나)/수능(홀) 22(고3)

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$의 값을 구하시오. (3점)

A04 기본 2010실시(가) 7월/교육청 3(고3)

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}$의 값은? (2점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

4 미정계수의 결정

A05 기본 2010(가) 9월/평가원 2(고3)

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+ax-b}{x^3-1}=3$이 성립하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은? (2점)

① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

A06 기본 2014(A) 6월/평가원 25(고3)

두 상수 a, b에 대하여 $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+a}-2}{x-2}=b$일 때, $10a+4b$의 값을 구하시오. (3점)

A07 기본 2018(나) 9월/평가원 12(고3)

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}=2$ (나) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=3$

$f(2)$의 값은? (3점)

① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

5 함수의 극한의 대소 관계

A08 기본

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$x^2+3x-4\le f(x)\le 3x^2-x-2$$

를 만족시킬 때, $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{x-1}$의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

❖ 정답 및 해설 2~3p

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

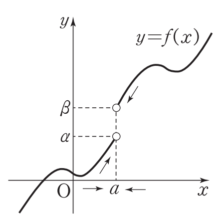
PATTERN PRACTICE

1 좌극한과 우극한

유형 01 함수의 좌극한과 우극한 빈출

(1) **좌극한** : x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 가까워지면 α를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 좌극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.
$\lim_{x\to a-} f(x)=\alpha$ 또는 $x\to a-$일 때 $f(x)\to\alpha$

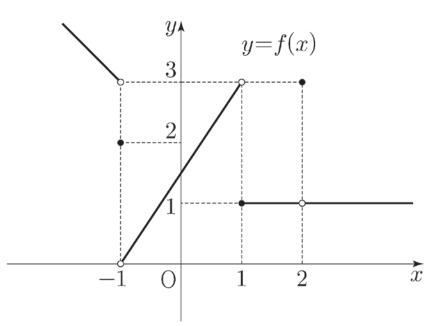
(2) **우극한** : x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 β에 가까워지면 β를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 우극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.
$\lim_{x\to a+} f(x)=\beta$ 또는 $x\to a+$일 때 $f(x)\to\beta$



tip
x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워지는 것을 기호로 $x\to a+$와 같이 나타내고, x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워지는 것을 기호로 $x\to a-$와 같이 나타낸다.

A09 2022/수능(홀) 4(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

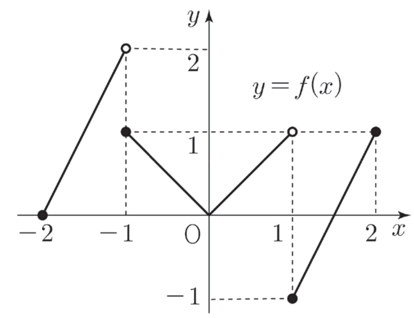


$\lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to 2} f(x)$의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A10 2021실시 7월/교육청 4(고3)

닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

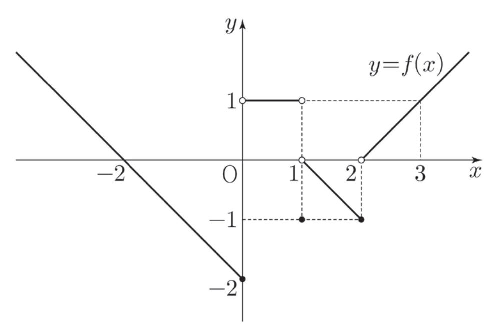


$\lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? (3점)

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

A11 2022 6월/평가원 4(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



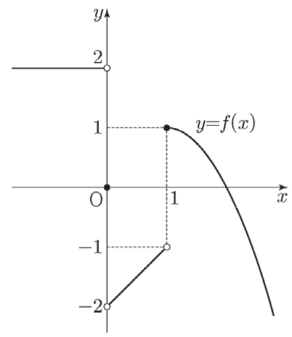
$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 2+} f(x)$의 값은? (3점)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

A12 ❀❀❀

2022예시문항 5월/평가원 4(고2)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



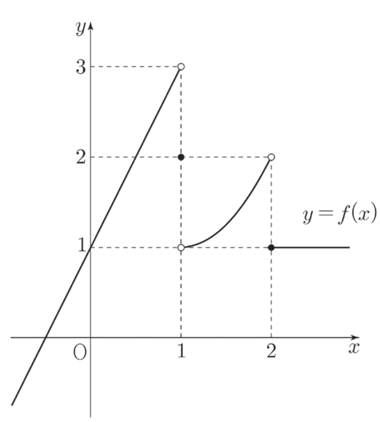
$\lim_{x\to0-}f(x)-\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은? (3점)

① -2　　② -1　　③ 0
④ 1　　⑤ 2

A13 ❀❀❀

2021실시 4월/교육청 4(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



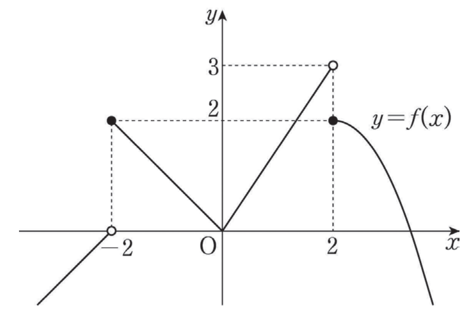
$\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은? (3점)

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

A14 ❀❀❀

2021실시 3월/교육청 5(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



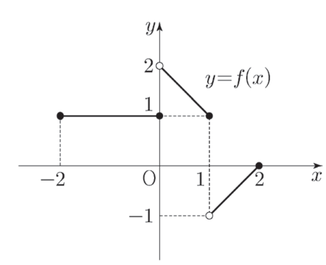
$\lim_{x\to-2+}f(x)+\lim_{x\to2-}f(x)$의 값은? (3점)

① 6　　② 5　　③ 4
④ 3　　⑤ 2

A15 ❀❀❀

2021(나) 9월/평가원 6(고3)

닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0+}f(x)+\lim_{x\to2-}f(x)$의 값은? (3점)

① -2　　② -1　　③ 0
④ 1　　⑤ 2

❖ 정답 및 해설 4~6p

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

A189 ★★★

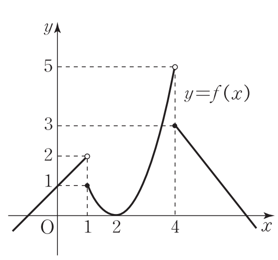
두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $x+f(x)=g(x)\{x-f(x)\}$
(나) $\lim_{x\to 0} g(x)=4$

이때, $\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2+f(x)}{2x-f(x)}=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) (4점)

A190 ★★★ 2011(가) 6월/평가원 7(고3)

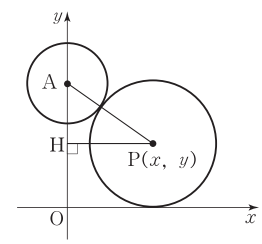
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{t\to\infty} f\left(\dfrac{t-1}{t+1}\right)+\lim_{t\to-\infty} f\left(\dfrac{4t-1}{t+1}\right)$의 값은? (3점)



① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

A191 ★★★ 2011실시(나) 10월/교육청 16(고3)

그림과 같이 중심이 $A(0,\ 3)$이고 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 x축에 접하는 원의 중심을 $P(x,\ y)$라 하자. 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\overline{PH}^2}{\overline{PA}}$의 값은? (4점)



① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

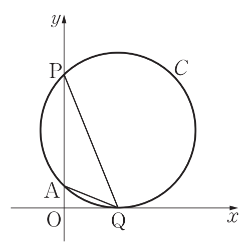
A192 ★★★ 2022실시 10월 학평 20(고3)

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최댓값을 구하시오. (4점)

(가) $\lim_{x\to 0}\dfrac{|f(x)-1|}{x}$의 값이 존재한다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $xf(x)\geq -4x^2+x$이다.

A193 ✲✲✲ 2015실시(가) 6월/교육청 15(고2)

그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(0, 1)$을 지나고 x축에 접하는 원 C가 있다. 원 C가 y축과 만나는 또 다른 점을 P라 하고, x축과 접하는 점을 $\mathrm{Q}(t, 0)$이라 하자. 삼각형 APQ의 넓이를 $S(t)$, 원 C의 반지름의 길이를 $r(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{S(t)}{t\times r(t)}$의 값은? (단, $t>1$이다.) (4점)



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

A194 ✪ 2등급 킬러 2011(가) 6월/평가원 24(고3)

x가 양수일 때, x보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$라 하고, 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x>2f(x)) \\ \dfrac{1}{f(x)} & (x\le 2f(x)) \end{cases}$$

라고 하자. 예를 들어, $f\left(\frac{7}{2}\right)=2$이고 $\frac{7}{2}<2f\left(\frac{7}{2}\right)$이므로 $g\left(\frac{7}{2}\right)=\frac{1}{2}$이다. $\lim_{x\to 8+}g(x)=\alpha$, $\lim_{x\to 8-}g(x)=\beta$라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$의 값을 구하시오. (4점)

A195 ✪ 1등급 킬러 2015(A) 6월/평가원 21(고3)

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(1)=0$
>
> (나) $\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ $(n=1, 2, 3, 4)$

$g(5)$의 값은? (4점)

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

A196 ✪ 1등급 킬러 2021실시 9월/교육청 30(고2)

세 실수 $a(a\neq 0)$, b, k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+(2b-3)x+a^2-3 & (x<k) \\ -\frac{1}{3}ax^2+(b+5)x+a^2-1 & (x\ge k) \end{cases}$$

라 하자. 함수

$$g(x)=\lim_{t\to x+}\frac{|f(t)|}{f(t)}-\lim_{t\to x-}\frac{|f(t)|}{f(t)}$$

에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 임의의 실수 α에 대하여 $\lim_{x\to\alpha}f(x)$가 존재한다.
>
> (나) 두 함수 $y=g(x)$와 $y=-4\left|\log_2\frac{x}{2}\right|+2$의 그래프의 서로 다른 교점의 개수는 5이다.

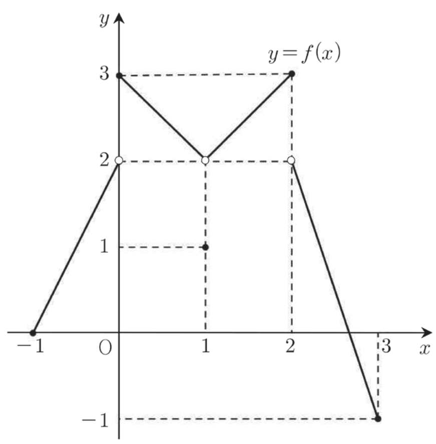
$k=p+q\sqrt{17}$일 때, $16(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) (4점)

경찰대, 삼사 기출 문제 [2점, 3점, 4점, 5점]

A199

2021(나)/삼사 5(고3)

닫힌구간 $[-1,\ 3]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



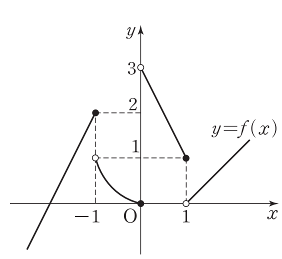
$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)+\lim\limits_{x\to 2+} f(x)$의 값은? (3점)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

A200

2020(나)/삼사 3(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



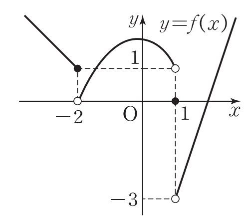
$\lim\limits_{x\to -1+} f(x)+\lim\limits_{x\to 0-} f(x)$의 값은? (2점)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

A201

2018(나)/삼사 7(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



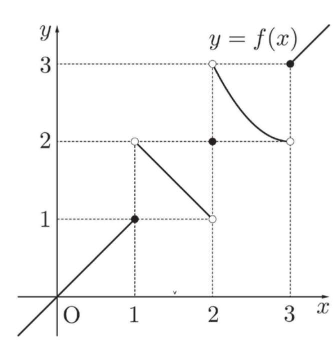
$\lim\limits_{x\to 1+} f(x)+\lim\limits_{x\to -2-} f(x)$의 값은? (3점)

① -3　② -2　③ -1
④ 0　⑤ 1

A202

2023대비 삼사 4(고3)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to 1+} f(x)+\lim\limits_{x\to 3-} f(x)$의 값은? (3점)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

A203

2021(나)/삼사 22(고3)

$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+22x}-x)$의 값을 구하시오. (3점)

❖ 정답 및 해설 66~72p

KAKI

카이스트 스노우보드

겨울 스포츠의 꽃! 스노우보드 동아리

KAKI는 전국 30여개 대학으로 구성된 한국대학 스노우보드연합(KUSBF) 소속 KAIST 스노우보드 동아리로, KAIST 학생들이 최고의 겨울 스포츠인 스노우보드를 즐기게 해주고자 설립되었습니다.

스노우보드는 아무래도 같은 스키장에서 탈 수 있는 스키보다 입문하기 어려운 스포츠로 인식하고 있습니다. 그렇기에 KAKI는 스키장이 운영되는 겨울 동안 동아리원들과 스노우보드를 즐기는 한편, 다른 KAIST 학생들에게 스키/스노우보드 캠프를 제공하여 좀 더 많은 학생이 스노우보드를 즐길 수 있도록 노력합니다.
스노우보드를 타면 보드에 몸을 맡겨 강원도의 눈밭을 홀로 가르다 보면, 모든 걱정, 근심을 잊고 오롯이 나에게만 집중할 수 있게 됩니다. 이렇게 스노우보드의 재미에 눈을 뜨게 되어 다음 겨울만을 바라보고 사는 부원들이 부지기수라는 소문도 있습니다.
동아리에는 이미 스노우보드를 10년이 넘게 탄 부원도, 스노우보드를 처음 접해보는 부원도 있습니다. 스노우보드를 처음 접해보는 학생들을 위해 다른 부원들이 열심히 보드 타는 법을 가르쳐 주고, 흥미를 느낄 수 있도록 도움을 줍니다. 동아리에 들어와 스노우보드를 처음 타보는 학생이라도 스노우보드에 흥미를 느끼고 열심히 타다 보면 겨울이 지나기 전 주변 사람들이 '우와'하고 놀랄만한 실력을 갖추게 될 것입니다.

겨울에 눈밭을 가르고 연합 동아리를 통해 같은 취미를 가진 다양한 사람들을 만나고 싶다면, KAKI로 오세요!

(Homepage–https://www.facebook.com/KAKI/)

1회 수학 Ⅱ 실전 기출 모의고사

2024학년도 수능 대비 I

범위: 수학 Ⅱ 전단원

- 문항 수 11개
- 배점 37점
- 제한시간 60분

5지선다형

1회 01 ❀❀❀ 2011실시(가) 11월/교육청 2(고2)

$\lim_{x\to 2}\frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2}$의 값은? (2점)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

1회 02 ❀❀❀ 2018실시(나) 10월/교육청 4(고3)

$\int_0^1 (3x^2-2)dx$의 값은? (3점)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1회 03 ❀❀❀ 2014(A) 6월/평가원 6(고3)

함수 $f(x)=x^3-x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}$의 값은? (3점)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

1회 04 ❀❀❀ 2016실시(나) 11월/교육청 6(고2)

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+3 & (x\neq 3) \\ a & (x=3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? (3점)

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

1회 05 ❀❀❀ 2015(A) 6월/평가원 14(고3)

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=-t^2+4t$이다. $t=a$에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a의 값은? (4점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

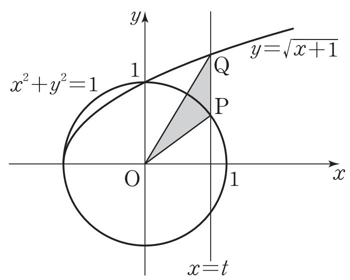
1회 06 ❀❀❀ 2015(A) 6월/평가원 16(고3)

함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+a$의 극댓값이 10일 때, 상수 a의 값은? (4점)

① -12 ② -10 ③ -8
④ -6 ⑤ -4

1회 07 ✿❀❀ 2017실시(나) 9월/교육청 17(고2)

그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$과 곡선 $y=\sqrt{x+1}$이 직선 $x=t$ $(0<t<1)$과 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 0+}\frac{S(t)}{t^2}$의 값은? (단, O는 원점이다.) (4점)



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

1회 08 ✿❀❀

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-2 & (x \le 1) \\ 2x-3 & (x>1) \end{cases}$에 대하여 $\int_k^2 f(x)dx=\frac{4}{3}$를 만족시키는 상수 k의 값은? (단, $k<1$) (4점)

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

단답형

1회 09 ✿❀❀ 2015실시(가) 9월/교육청 28(고2)

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)=3t^2-6t$라 하자. 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=a$까지 움직인 거리가 58일 때, $v(a)$의 값을 구하시오. (3점)

1회 10 ✿✿❀ 2011(가) 6월/평가원 23(고3)

최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값을 구하시오. (3점)

> (가) $\lim_{x \to \infty}\frac{\{f(x)\}^2-f(x^2)}{x^3f(x)}=4$
>
> (나) $\lim_{x \to 0}\frac{f'(x)}{x}=4$

1회 11 ✪ 2등급 킬러 2011(가)/수능(홀) 24(고3)

최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를

$S=\{a \mid$ 함수 $|f(x)-t|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않다.$\}$

라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. (4점)

❖ 정답 및 해설 596~599p

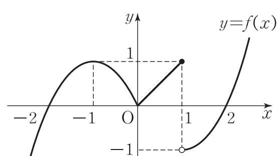
A 함수의 극한

기본 기출 문제

A 01 정답 ③ *함수의 좌극한값과 우극한값 …… [정답률 96%]

(**정답 공식:** 그래프에서 $x=-1$에서 연속이므로 $\lim_{x\to-1} f(x)=f(-1)$이고, 그래프를 따라가 보고 $\lim_{x\to+1} f(x)$의 값을 찾는다.)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



단서1 $x=-1$에서의 극한값을 찾아.

$\lim_{x\to-1} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)$의 값은? (3점)

단서2 $x=1$에서의 우극한값을 찾아.

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

1st 그래프를 이용하여 각 점에서의 극한값을 구하자.

$\therefore \lim_{x\to-1} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=1+(-1)=0$

함수 $y=f(x)$는 $x=-1$에서 연속이므로 $x=-1$에서의 극한값은 $\lim_{x\to-1} f(x)=f(-1)=1$
또, $x=1$에서의 우극한값은 $\lim_{x\to1+} f(x)=-1$

실수 $x=1$에서 함수 $f(x)$의 좌극한값과 우극한값은 서로 달라.

A 02 정답 2 *극한값의 계산 …… [정답률 96%]

(**정답 공식:** $x=a$에서 유리함수 $f(x)$의 (분모)$\neq0$이면 $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$이다.)

$\lim_{x\to2}\dfrac{x^2+x}{x+1}$의 값을 구하시오. (3점) 단서 함수식에 $x=2$를 대입해.

1st 주어진 극한을 계산하자.

$$\lim_{x\to2}\frac{x^2+x}{x+1}=\lim_{x\to2}\frac{x(x+1)}{x+1}=\lim_{x\to2}x=2$$

$x=2$를 바로 대입해도 돼. 즉 $\dfrac{4+2}{3}=2$야.

주의 $x=2$에서 함수 $\dfrac{x^2+x}{x+1}$는 연속이므로 $x=2$를 바로 대입하면 극한값을 구할 수 있어.

A 03 정답 11 *$\dfrac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(분수식) …… [정답률 93%]

(**정답 공식:** $\dfrac{0}{0}$ 꼴일 때는 분모, 분자의 공통인수를 약분하고 극한값을 계산한다.)

$\lim_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$의 값을 구하시오. (3점)

단서 $\dfrac{0}{0}$ 꼴이므로 약분하자.

1st 분모와 분자의 공통인수를 약분해서 극한값을 계산해.

$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$$

$\dfrac{0}{0}$ 꼴 : 분자, 분모를 각각 인수분해한 다음 약분해.

$$=\lim_{x\to1}(x^2+3x+7)$$

$$=1+3+7=11$$

A 04 정답 ② *$\dfrac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(무리식) …… [정답률 91%]

(**정답 공식:** $x=-t$로 치환하여 극한값을 계산한다.)

단서2 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한값을 구할 때에는 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나누어야 해.

$\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}$의 값은? (2점)

단서1 $x=-t$로 치환해.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 주어진 식이 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴임을 주의하여 계산하자.

$x=-t$로 놓으면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}=\lim_{t\to\infty}\frac{-t-\sqrt{t^2-1}}{-t+1}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{t+\sqrt{t^2-1}}{t-1}$$

$\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴이므로 분모의 최고차항인 t로 분자, 분모를 나누자.

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}}{1-\frac{1}{t}}=2$$

$\lim_{t\to\infty}\dfrac{1}{t^2}=0$, $\lim_{t\to\infty}\dfrac{1}{t}=0$

A 05 정답 ④ *인수분해를 이용한 미정계수의 결정 …… [정답률 84%]

(**정답 공식:** (분모)$\to0$이고, 극한값이 존재하므로 (분자)$\to0$이어야 한다. 이후 분모, 분자의 공통인수를 약분한다.)

$\lim_{x\to1}\dfrac{x^2+ax-b}{x^3-1}=3$이 성립하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은? (2점)

단서 $\lim_{x\to1}(x^3-1)=0$이고, 극한값이 존재하므로 $\lim_{x\to1}(x^2+ax-b)=0$이야.

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

1st 주어진 식의 극한값이 존재하니까 $\dfrac{0}{0}$ 꼴이 되어야 해.

$\lim_{x\to1}\dfrac{x^2+ax-b}{x^3-1}=3$에서 $x\to1$일 때, (분모)$\to0$이므로

(분자) $\to$ 0이 되어야 한다.

즉, $\lim_{x\to1}(x^2+ax-b)=0$에서 $1+a-b=0$

$\therefore b=a+1$ … ㉠

2nd 분자, 분모를 각각 인수분해한 후 공통인수를 약분해 봐.

㉠을 주어진 식에 대입하여 정리하면

$$\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax-(a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x+a+1}{x^2+x+1}=\frac{a+2}{3}=3$$

$x-1$이 분자, 분모의 공통인수이므로 약분해.

$\therefore a=7$

㉠에서 $b=8$

$\therefore a+b=7+8=15$

A 06 정답 21 *유리화를 이용한 미정계수의 결정 [정답률 85%]

(**정답 공식:** 극한값이 존재하고 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.)

두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+a}-2}{x-2}=b$일 때, $10a+4b$의 값을 구하시오. (3점)

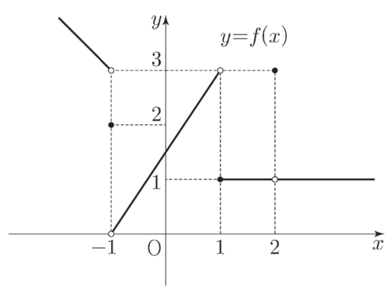
단서 $\lim_{x\to2}(x-2)=0$이고, 극한값이 존재하므로 $\lim_{x\to2}(\sqrt{x+a}-2)=0$

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

A 09 정답 ④ *함수의 좌극한과 우극한 [정답률 94%]

(정답 공식: x가 특정 값에 가까워질 때 함숫값이 가까워지는 값을 그래프에서 찾아본다.)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to -1-} f(x) + \lim\limits_{x \to 2} f(x)$의 값은? (3점)

단서 $x=-1$에서의 좌극한값과 $x=2$에서의 극한값을 찾자.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1st 그래프에서 주어진 극한값을 구하자.

함수 $y=f(x)$의 그래프에서 x의 값이 -1의 왼쪽에서 -1로 접근할 때, 그래프를 따라가면 함숫값은 3에 수렴한다.

$\therefore \lim\limits_{x \to -1-} f(x)=3$

또한, 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 x의 값이 2의 왼쪽에서 2로 접근할 때와 2의 오른쪽에서 2로 접근할 때 모두 그래프를 따라가면 함숫값은 1에 수렴한다.

$\therefore \lim\limits_{x \to 2} f(x)=1$

$\lim\limits_{x \to a-} f(x)=\lim\limits_{x \to a+} f(x)=k$ (k는 실수)일 때, $\lim\limits_{x \to a} f(x)=k$라 하지?
즉, $\lim\limits_{x \to 2-} f(x)=1$이고, $\lim\limits_{x \to 2+} f(x)=1$이므로 $\lim\limits_{x \to 2} f(x)=1$이야.

$\therefore \lim\limits_{x \to -1-} f(x)+\lim\limits_{x \to 2} f(x)=3+1=4$

김찬우 전남대 의예과 2022년 입학 · 전북 이리고 졸

함수의 그래프가 주어진 후 좌우극한값에 대해 묻는 단골 출제 문제야. $x=-1$에서의 좌극한값은 3인 게 바로 보일 거야. 또, $x=2$에서의 극한값도 함숫값과 헷갈리지만 않으면 1이라는 게 보이지? 이런 유형은 구하는 것이 좌극한인지, 우극한인지 방향을 정확히 파악한 후 그래프를 잘 따라가기만 하면 되니까, 틀리면 안 되는 문제야.

함수의 극한 개념·공식

① 함수의 좌극한
$\lim\limits_{x \to a-} f(x)$의 값이 존재하면 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 좌극한이 존재한다고 한다.

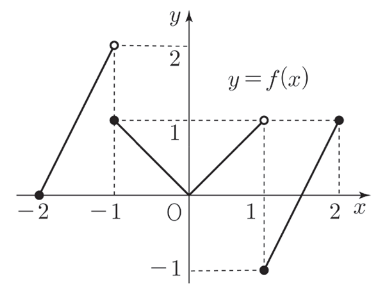
② 함수의 우극한
$\lim\limits_{x \to a+} f(x)$의 값이 존재하면 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 우극한이 존재한다고 한다.

③ $\lim\limits_{x \to a-} f(x)=\lim\limits_{x \to a+} f(x)$이면 $\lim\limits_{x \to a} f(x)$의 값이 존재한다.

A 10 정답 ③ *함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 95%]

(정답 공식: x가 특정 값에 가까워질 때 함숫값이 가까워지는 값을 그래프에서 찾아본다. 좌극한과 우극한 각각에 대해 극한값을 계산한다.)

닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to -1-} f(x) + \lim\limits_{x \to 1+} f(x)$의 값은? (3점)

단서 $x=-1$에서의 좌극한값과 $x=1$에서의 우극한값을 찾자.

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

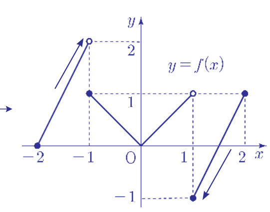
1st 그래프를 보고 $x=-1$에서의 좌극한값과 $x=1$에서의 우극한값을 구하자.

x가 -1보다 작으면서 -1에 한없이 가까워지면 $f(x)$의 값은 2보다 작으면서 2에 한없이 가까워지므로

$\lim\limits_{x \to -1-} f(x)=2$

또, x가 1보다 크면서 1에 한없이 가까워지면 $f(x)$의 값은 -1보다 크면서 -1에 한없이 가까워지므로

$\lim\limits_{x \to 1+} f(x)=-1$

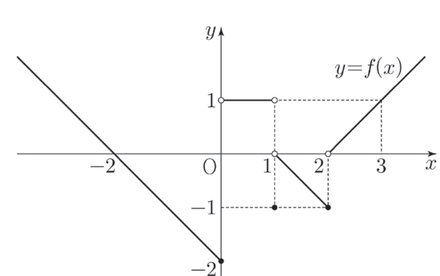


$\therefore \lim\limits_{x \to -1-} f(x) + \lim\limits_{x \to 1+} f(x)$
$=2+(-1)=1$

A 11 정답 ① *함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 95%]

(정답 공식: x가 특정 값에 가까워질 때 함숫값이 가까워지는 값을 그래프에서 찾아본다.)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



단서 $x=0$에서의 좌극한값과 $x=2$에서의 우극한값을 찾아.

$\lim\limits_{x \to 0-} f(x) + \lim\limits_{x \to 2+} f(x)$의 값은? (3점)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

3rd 주어진 식을 t에 대하여 정리한 후 극한값을 구하자.

$\therefore \lim_{t\to\infty}(\sqrt{2}\times\overline{\mathrm{AP}}-\overline{\mathrm{AQ}})$

$=\lim_{t\to\infty}(2|t+2|-2\sqrt{t^2-2t+2})$ → 무리식이 포함된 $\infty-\infty$ 꼴의 극한은 무리식을 유리화해야 해.

$=2\lim_{t\to\infty}\dfrac{|t+2|^2-(t^2-2t+2)}{|t+2|+\sqrt{t^2-2t+2}}$ → 분모, 분자를 유리화하기 위해 분모, 분자에 $|t+2|+\sqrt{t^2-2t+2}$를 각각 곱한 거야.

$=2\lim_{t\to\infty}\dfrac{6t+2}{|t+2|+\sqrt{t^2-2t+2}}$

$=2\lim_{t\to\infty}\dfrac{6+\frac{2}{t}}{\left|1+\frac{2}{t}\right|+\sqrt{1-\frac{2}{t}+\frac{2}{t^2}}}$ → $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한이므로 분모의 최고차항인 t로 분모, 분자를 각각 나누어 계산해.

$=2\times\dfrac{6+0}{1+1}=6$

A 167 정답 512 *길이에 대한 극한의 활용 [정답률 50%]

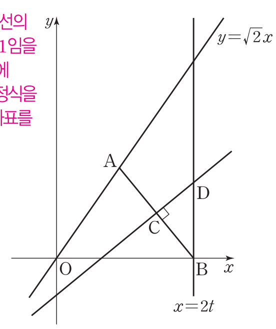
정답 공식: 두 점 C, D의 좌표를 이용해 $f(t)$의 식을 구한 후 주어진 극한식에 대입한다. 이때, $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한에서 분수식인 경우 분모, 분자를 각각 인수분해하여 공통인 인수를 약분한 후 극한값을 계산한다.

단서1 두 점의 중점의 좌표를 구하는 공식을 이용해 점 C의 좌표를 t에 대한 식으로 나타내.

직선 $y=\sqrt{2}x$ 위의 점 $\mathrm{A}(t,\ \sqrt{2}t)(t>0)$과 x축 위의 점 $\mathrm{B}(2t,\ 0)$이 있다. 선분 AB의 중점을 C라 하고, 점 C를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 $x=2t$와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to4}\dfrac{t^2-16}{f(t)-\sqrt{6}}=k$이다. $3k^2$의 값을 구하시오. (4점)

단서3 두 점 C, D의 좌표를 이용해 두 점 사이의 거리 $f(t)$를 구해.

단서2 서로 수직인 두 직선의 기울기의 곱이 -1임을 이용해 선분 AB에 수직인 직선의 방정식을 구한 후 점 D의 좌표를 구하자.



1st 주어진 조건을 활용하여 두 점 C, D의 좌표를 구하자.

두 점 $\mathrm{A}(t,\ \sqrt{2}t)$, $\mathrm{B}(2t,\ 0)$에 대하여 선분 AB의 중점 C의 좌표는

$\mathrm{C}\left(\frac{3}{2}t,\ \frac{\sqrt{2}}{2}t\right)$이다. → 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)의 중점의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

한편, 직선 AB의 기울기는

$\dfrac{0-\sqrt{2}t}{2t-t}=-\dfrac{\sqrt{2}t}{t}=-\sqrt{2}$ → 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

이므로 직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$이다.
두 직선이 수직이면 두 직선의 기울기의 곱은 -1이야.

즉, 점 C를 지나고 직선 AB에 수직인 직선을 l이라 하면 직선 l의 방정식은 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(x-\dfrac{3}{2}t\right)+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t$ ⋯ ㉠ → 점 (x_1, y_1)을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은 $y-y_1=m(x-x_1)$

이때, 점 D는 직선 l과 직선 $x=2t$의 교점이므로

㉠에 $x=2t$를 대입하면 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(2t-\dfrac{3}{2}t\right)+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}t$

즉, 점 D의 좌표는 $\mathrm{D}\left(2t,\ \dfrac{3\sqrt{2}}{4}t\right)$이다.

2nd 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 $f(t)$를 구하자.

$f(t)=\overline{\mathrm{CD}}$

$=\sqrt{\left(2t-\frac{3}{2}t\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}t-\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2}$ → 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$=\sqrt{\frac{3}{8}t^2}=\frac{\sqrt{6}}{4}t\ (\because t>0)$

주의 $t>0$이라는 조건을 놓쳐서는 안 돼. 만약 $t<0$이라는 조건이 있었다면 $-\frac{\sqrt{6}}{4}t$로 썼겠지?

3rd 주어진 극한값을 계산하자.

$\lim_{t\to4}\dfrac{t^2-16}{f(t)-\sqrt{6}}=\lim_{t\to4}\dfrac{t^2-4^2}{\frac{\sqrt{6}}{4}t-\sqrt{6}}$

$=\lim_{t\to4}\dfrac{4(t-4)(t+4)}{\sqrt{6}(t-4)}$

$=\lim_{t\to4}\dfrac{4(t+4)}{\sqrt{6}}$

$=\dfrac{32}{\sqrt{6}}=\dfrac{16\sqrt{6}}{3}$

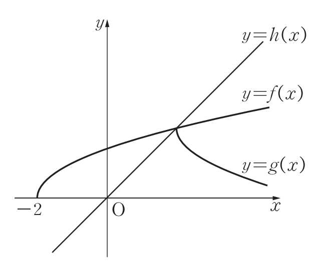
따라서 $k=\dfrac{16\sqrt{6}}{3}$이므로

$3k^2=3\times\left(\dfrac{16\sqrt{6}}{3}\right)^2=512$

A 168 정답 ② *길이에 대한 극한의 활용 [정답률 73%]

정답 공식: x축에 평행한 직선 위의 두 점 사이의 거리는 두 점의 x좌표의 차이고, y축에 평행한 직선 위의 두 점 사이의 거리는 두 점의 y좌표의 차이다.

세 함수 $f(x)=\sqrt{x+2}$, $g(x)=-\sqrt{x-2}+2$, $h(x)=x$의 그래프가 그림과 같다.

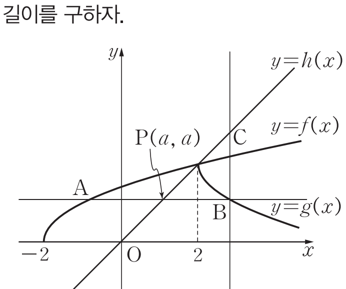


함수 $y=h(x)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ a)$를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점을 A, 함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때, $\lim_{a\to2-}\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$의 값은? (단, $0<a<2$) (4점)

단서 두 선분 AB, BC의 길이를 구하려면 먼저 세 점 A, B, C의 좌표를 구해야 하겠지?

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

1st 선분 AB의 길이를 구하자.



점 $P(a,\ a)(0<a<2)$를 지나고 x축에 평행한 직선이 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 만나는 점의 y좌표는 모두 a이므로

점 A의 좌표는 $\sqrt{x+2}=a$에서 $x+2=a^2$

$y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=a$의 교점이므로 $f(x)=a$를 풀어야 해.

따라서 $x=a^2-2$이므로 $A(a^2-2,\ a)$이다.

또, 점 B의 좌표는 $-\sqrt{x-2}+2=a$에서 → $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=a$의 교점이므로 $g(x)=a$를 풀어야 해.

$-\sqrt{x-2}=a-2$, $x-2=a^2-4a+4$

따라서 $x=a^2-4a+6$이므로 $B(a^2-4a+6,\ a)$이다.

$$\therefore \overline{AB}=|(a^2-4a+6)-(a^2-2)|$$
$$=|-4a+8|$$
$$=-4a+8$$

→ $0<a<2$에서 $-8<-4a<0$이므로 $-4a+8>0$이야.

실수 길이를 구할 때에는 절댓값을 사용하는 것을 잊어버리면 안 돼.

2nd 이번에는 선분 BC의 길이를 구하자.

점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 함수 $y=h(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표는 a^2-4a+6이므로 점 C의 좌표는 $(a^2-4a+6,\ a^2-4a+6)$이다. → $h(x)=x$이므로 (x좌표)=(y좌표)겠지.

$$\therefore \overline{BC}=|(a^2-4a+6)-a|$$
$$=|a^2-5a+6|$$
$$=a^2-5a+6$$

→ $i(a)=a^2-5a+6=\left(a-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$이라 하면 함수 $i(a)$는 $a<\frac{5}{2}$에서 감소하는 함수야. 이때, $i(2)=0$이므로 $0<a<2$에서 $i(a)>0$이야. $\therefore \overline{BC}=a^2-5a+6$

3rd $\lim_{a\to 2-}\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$의 값을 구하자.

$$\therefore \lim_{a\to 2-}\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\lim_{a\to 2-}\frac{a^2-5a+6}{-4a+8}$$
$$=\lim_{a\to 2-}\frac{(a-2)(a-3)}{-4(a-2)}$$
$$=\lim_{a\to 2-}\frac{a-3}{-4}=\frac{1}{4}$$

톡톡 풀이

$\lim_{a\to 2-}\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$에서 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$=($\overline{AC}$의 기울기)지?

이때, $A(a^2-2,\ a)$, $C(a^2-4a+6,\ a^2-4a+6)$에서

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=(\overline{AC}\text{의 기울기})$$

→ 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 또는 $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ (단, $x_1\neq x_2$)

$$=\frac{(a^2-4a+6)-a}{(a^2-4a+6)-(a^2-2)}$$
$$=\frac{(a-2)(a-3)}{-4(a-2)}=-\frac{a-3}{4}$$

$$\therefore \lim_{a\to 2-}\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\lim_{a\to 2-}\left(-\frac{a-3}{4}\right)=\frac{1}{4}$$

수능 핵강

함수 $y=h(x)$의 그래프 위의 수많은 점 중 점 P를 왜 그림과 같이 잡았을까? 세 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프의 교점의 좌표는 $(2,\ 2)$인데 문제의 조건에서 a의 범위가 $0<a<2$로 주어졌기 때문에 함수 $y=h(x)$의 그래프 위의 점 P는 원점과 세 함수의 그래프의 교점 사이에 위치해야 해.

함수 $y=\sqrt{a(x-p)}+q\ (a\neq 0)$의 그래프 개념·공식

① 함수 $y=\sqrt{ax}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

② $a>0$일 때, 정의역은 $\{x|x\geq p\}$, 치역은 $\{y|y\geq q\}$이고 $a<0$일 때, 정의역은 $\{x|x\leq p\}$, 치역은 $\{y|y\geq q\}$이다.

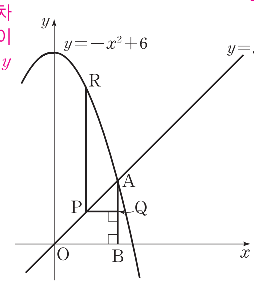
A 169 정답 ② *길이에 대한 극한의 활용 ······ [정답률 69%]

정답 공식: x축에 평행한 직선 위의 두 점 사이의 거리는 두 점의 x좌표의 차이고, y축에 평행한 직선 위의 두 점 사이의 거리는 두 점의 y좌표의 차이다.

그림과 같이 곡선 $y=-x^2+6$과 직선 $y=x$가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 직선 $y=x$ 위의 점 $P(a,\ a)$에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하고, 점 P를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=-x^2+6$과 만나는 점을 R라 할 때, $\lim_{a\to 2-}\frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}}$의 값은? (단, $0<a<2$) (4점)

단서 1 곡선과 직선의 교점의 x좌표는 두 식을 연립하여 x의 값을 구하면 돼.

단서 2 $\overline{PQ}$의 길이는 두 점 P, Q의 x좌표의 차와 같고, $\overline{PR}$의 길이는 두 점 P, R의 y좌표의 차와 같아.



① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

1st 점 A의 좌표를 구하고, $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$의 길이를 각각 a에 관한 식으로 나타내자.

점 A는 곡선 $y=-x^2+6$과 직선 $y=x$의 교점이므로 $-x^2+6=x$

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$ $\therefore x=2\ (\because x>0)$

$\therefore A(2,\ 2)$

따라서 점 $P(a,\ a)$에 대하여

$\overline{PQ}=2-a$ → 점 P의 x좌표는 a, 점 Q의 x좌표는 2이므로 두 점 P, Q의 x좌표의 차는 $2-a$야.

$\overline{PR}=-a^2+6-a$ → 점 P의 y좌표는 a, 점 R의 y좌표는 $-a^2+6$이므로 두 점 P, R의 y좌표의 차는 $(-a^2+6)-a$야.

2nd 주어진 극한값을 구하자.

$$\therefore \lim_{a\to 2-}\frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}}=\lim_{a\to 2-}\frac{2-a}{-a^2-a+6}$$

→ a에 2를 대입하면 $\frac{0}{0}$ 꼴이 나오므로 우선 분모의 식을 인수분해하자.

$$=\lim_{a\to 2-}\frac{2-a}{(a+3)(2-a)}=\lim_{a\to 2-}\frac{1}{a+3}=\frac{1}{5}$$

$2-a$가 분자, 분모의 공통인수이므로 약분하자.

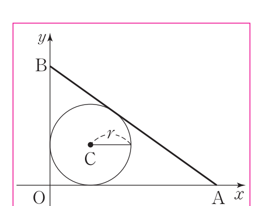
A 170 정답 ⑤ *길이에 대한 극한의 활용 ······ [정답률 63%]

정답 공식: 원 C의 중심은 $C(r,\ r)$이고, $\triangle OAB$의 넓이를 서로 다른 두 표현식으로 나타내 r를 a에 대한 식으로 구한다.

그림과 같이 두 점 $A(a,\ 0)$, $B(0,\ 3)$에 대하여 삼각형 OAB에 내접하는 원 C가 있다. 원 C의 반지름의 길이를 r라 할 때, $\lim_{a\to 0+}\frac{r}{a}$의 값은? (단, O는 원점이다.) (3점)

단서 1 $a=0$에서의 우극한값을 구하자.

단서 2 $\triangle AOB$의 넓이는 2가지 방법으로 구할 수 있어. 즉, ($\triangle AOB$의 넓이) $=\frac{1}{2}\overline{OA}\cdot\overline{OB}$ $=\frac{1}{2}r\overline{AB}+\frac{1}{2}r\overline{OA}+\frac{1}{2}r\overline{OB}$야.



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

A 173 정답 ② *길이에 대한 극한의 활용 ········ [정답률 70%]

(정답 공식: 세 점 A, C, H의 좌표를 구한 후 $\overline{\text{AH}}$, $\overline{\text{CH}}$를 t에 대한 식으로 나타내어 극한식에 대입한다.)

실수 $t(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이

단서1 직선과 곡선의 식을 연립하여 두 점 A, B의 좌표를 t에 대한 식으로 나타내봐.

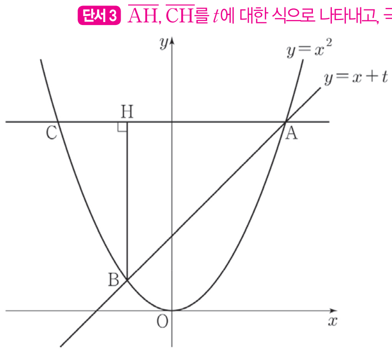
곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분

단서2 점 C는 점 A와 y좌표가 같고, 점 H는 점 B와 x좌표가 같아.

AC에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{\overline{\text{AH}}-\overline{\text{CH}}}{t}$의 값은?

(단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) (4점)

단서3 $\overline{\text{AH}}$, $\overline{\text{CH}}$를 t에 대한 식으로 나타내고, 극한값을 구해.



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1st $\overline{\text{AH}}$, $\overline{\text{CH}}$를 t에 대한 식으로 나타내.

두 점 A, B의 x좌표는 각각 방정식 $x^2=x+t$의 두 실근이므로

이차방정식 $x^2-x-t=0$의 근을 구하면

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-t)}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{1+4t}}{2}$$

즉, 점 A의 x좌표는 $\dfrac{1+\sqrt{1+4t}}{2}$, 점 B의 x좌표는 $\dfrac{1-\sqrt{1+4t}}{2}$이다.

$t>0$이므로 $\dfrac{1+\sqrt{1+4t}}{2}>0$, $\dfrac{1-\sqrt{1+4t}}{2}<0$이야.

따라서 점 A의 x좌표가 양수라 했으므로 점 A의 x좌표가 $\dfrac{1+\sqrt{1+4t}}{2}$가 되는 거야.

이때, $x=\dfrac{1+\sqrt{1+4t}}{2}$를 $y=x+t$에 대입하면

$$y=\frac{1+\sqrt{1+4t}}{2}+t=\frac{1+2t+\sqrt{1+4t}}{2}\text{이므로}$$

$\text{A}\left(\dfrac{1+\sqrt{1+4t}}{2}, \dfrac{1+2t+\sqrt{1+4t}}{2}\right)$이다.

한편, 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은

$y=\dfrac{1+2t+\sqrt{1+4t}}{2}$이므로

$\text{C}\left(\dfrac{-1-\sqrt{1+4t}}{2}, \dfrac{1+2t+\sqrt{1+4t}}{2}\right)$,

곡선 $y=x^2$은 y축에 대하여 대칭이므로 곡선 $y=x^2$과 x축에 평행한 직선이 만나는 두 점 A, C의 x좌표는 절댓값이 같고 부호는 반대야. 또, y좌표는 같아.

$\text{H}\left(\dfrac{1-\sqrt{1+4t}}{2}, \dfrac{1+2t+\sqrt{1+4t}}{2}\right)$이다.

점 H의 x좌표는 점 B의 x좌표와 같고, y좌표는 점 A의 y좌표와 같아.

따라서 $\overline{\text{AH}}$, $\overline{\text{CH}}$의 길이를 t에 대한 식으로 나타내면

$$\overline{\text{AH}}=\frac{1+\sqrt{1+4t}}{2}-\frac{1-\sqrt{1+4t}}{2}=\sqrt{1+4t}$$

$$\overline{\text{CH}}=\frac{1-\sqrt{1+4t}}{2}-\frac{-1-\sqrt{1+4t}}{2}=1$$

2nd $\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{\overline{\text{AH}}-\overline{\text{CH}}}{t}$의 값을 구해.

$$\therefore \lim_{t\to0+}\frac{\overline{\text{AH}}-\overline{\text{CH}}}{t}=\lim_{t\to0+}\frac{\sqrt{1+4t}-1}{t}$$

$\dfrac{0}{0}$ 꼴이고 분자에 무리식이 포함되어 있으므로 분자를 유리화해야 해.

$$=\lim_{t\to0+}\frac{(\sqrt{1+4t}-1)(\sqrt{1+4t}+1)}{t(\sqrt{1+4t}+1)}$$

$$=\lim_{t\to0+}\frac{(1+4t)-1}{t(\sqrt{1+4t}+1)}=\lim_{t\to0+}\frac{4t}{t(\sqrt{1+4t}+1)}$$

$$=\lim_{t\to0+}\frac{4}{\sqrt{1+4t}+1}=\frac{4}{1+1}=2$$

쉬운 풀이

곡선 $y=x^2$ 위의 두 점 A, B의 좌표를 각각

$\text{A}(a, a^2)$, $\text{B}(b, b^2)$ $(a>0, b<0)$이라 하자.

두 점 A, B의 x좌표는 이차방정식 $x^2=x+t$의 두 근이므로

이차방정식 $x^2-x-t=0$의 두 근이 a, b야.

즉, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$a+b=1$, $ab=-t$야.

한편, 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=a^2$이고,

점 H의 x좌표는 점 B의 x좌표와 같으므로 $\text{H}(b, a^2)$이야.

$\therefore \overline{\text{AH}}=a-b=\sqrt{(a-b)^2}=\sqrt{(a+b)^2-4ab}$

$=\sqrt{1+4t}$

함정 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$를 이용하면 $a-b$의 값을 구할 수 있으므로 이차방정식의 해를 직접 구하지 않고 근과 계수의 관계를 이용하여 $\overline{\text{AH}}$의 길이를 t에 대한 식으로 나타낼 수 있어.

또한, 점 C의 좌표가 $\text{C}(-a, a^2)$이므로

점 C의 x좌표는 방정식 $x^2=a^2$의 음수인 해인 $-a$야.

$\overline{\text{CH}}=b-(-a)=a+b=1$

(이하 동일)

A 174 정답 ① *길이에 대한 극한의 활용 ········ [정답률 71%]

(정답 공식: 두 점 사이의 거리를 구하는 공식으로 d_1, d_2를 구한다.)

단서1 $d_1=\sqrt{(t-1)^2+(\sqrt{t})^2}$, $d_2=\sqrt{(t-2)^2+(\sqrt{t})^2}$이야.

곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $(t, \sqrt{t})$에서 점 $(1, 0)$까지의 거리를 d_1, 점 $(2, 0)$까지의 거리를 d_2라 할 때, $\lim\limits_{t\to\infty}(d_1-d_2)$의 값은? (3점)

단서2 d_1, d_2가 근호가 있는 식이므로 분자를 유리화하여 극한값을 구해.

① 1 ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{8}$ ⑤ 0

1st 두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용해서 d_1, d_2를 구해.

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

점 $(t, \sqrt{t})$에서 점 $(1, 0)$까지의 거리가 d_1이므로

$d_1=\sqrt{(t-1)^2+(\sqrt{t})^2}=\sqrt{t^2-t+1}$

점 $(t, \sqrt{t})$에서 점 $(2, 0)$까지의 거리가 d_2이므로

$d_2=\sqrt{(t-2)^2+(\sqrt{t})^2}=\sqrt{t^2-3t+4}$

2nd $\lim\limits_{t\to\infty}(d_1-d_2)$를 구해.

$$\therefore \lim_{t\to\infty}(d_1-d_2)=\lim_{t\to\infty}(\sqrt{t^2-t+1}-\sqrt{t^2-3t+4})$$

주의 $\sqrt{\ }-\sqrt{\ }$ 꼴은 유리화를 시켜서 극한값을 계산하도록 하자.

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{2t-3}{\sqrt{t^2-t+1}+\sqrt{t^2-3t+4}}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{2-\frac{3}{t}}{\sqrt{1-\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}}+\sqrt{1-\frac{3}{t}+\frac{4}{t^2}}}$$

$$=\frac{2}{1+1}=1$$

$\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{1}{t}=0$이고, $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{1}{t^2}=0$이야.

$(\sqrt{t^2-t+1}-\sqrt{t^2-3t+4})(\sqrt{t^2-t+1}+\sqrt{t^2-3t+4})$
$=(t^2-t+1)-(t^2-3t+4)=2t-3$

3rd $\lim\limits_{t\to 0+} f(t)$의 값을 구하자.

따라서

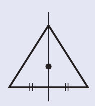
$$f(t)=m+1=\frac{(t+2)-\sqrt{t^2+4t+8}}{2}+1$$
$$=\frac{(t+4)-\sqrt{t^2+4t+8}}{2}$$

이므로

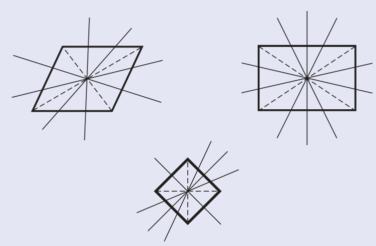
$$\lim_{t\to 0+} f(t)=\lim_{t\to 0+}\frac{(t+4)-\sqrt{t^2+4t+8}}{2}=\frac{4-2\sqrt{2}}{2}=2-\sqrt{2}$$

수능 핵강

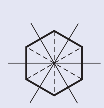
직선이 도형의 넓이를 이등분하는 문제가 많이 나와. 직선이 어떤 점을 지날 때 도형의 넓이가 이등분되는지 다음 그림을 잘 기억해 둬.



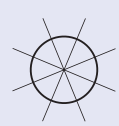
(삼각형은 한 꼭짓점과 무게중심)



(평행사변형, 직사각형, 마름모는 대각선의 교점)



(정육각형은 대각선의 교점)



(원은 중심)

A 188 정답 ④ *좌표평면에서의 극한의 활용 ······ [정답률 49%]

(**정답 공식**: 그래프를 좌표평면에 나타내서 t의 값에 따른 교점의 개수를 파악한다.)

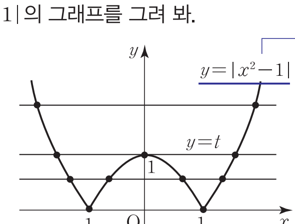
단서1 $y=|x^2-1|$의 그래프를 그린 후, t의 값의 범위에 따라 $f(t)$의 값을 구해봐.

실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=|x^2-1|$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 할 때, $\lim\limits_{t\to 1-} f(t)$의 값은? (4점)

단서2 $t=1$에서의 좌극한값을 구해.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

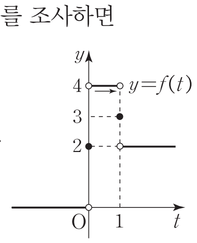
1st 함수 $y=|x^2-1|$의 그래프를 그려 봐.



$y=|f(x)|$의 그래프는 $y=f(x)$ 그래프의 x축 윗부분은 그대로, x축 아랫부분은 x축에 대하여 대칭이동시켜 그리면 돼.

그림과 같이 $y=|x^2-1|$의 그래프를 그려서 t의 값에 따라 직선 $y=t$와 만나는 점의 개수 $f(t)$를 조사하면

$$f(t)=\begin{cases}2 & (t>1)\\ 3 & (t=1)\\ 4 & (0<t<1)\\ 2 & (t=0)\\ 0 & (t<0)\end{cases} \Rightarrow$$



$\therefore \lim\limits_{t\to 1-} f(t)=4$

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

A 189 정답 10 *함수의 극한값의 계산 ··············· [정답률 38%]

(**정답 공식**: $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때,

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq 0$, $\beta\neq 0$)이다.)

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $x+f(x)=g(x)\{x-f(x)\}$

(나) $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=4$

단서 극한값을 구해야 하는 식이 $f(x)$에 대한 식이므로 조건 (가)의 식을 변형해 봐.

이때, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+f(x)}{2x-f(x)}=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) (4점)

1st 조건 (가)의 식을 $f(x)$에 대하여 정리하자.

조건 (가) $x+f(x)=g(x)\{x-f(x)\}$에서

$f(x)\{1+g(x)\}=x\{g(x)-1\}$이므로

$x\neq 0$일 때, $\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{g(x)-1}{1+g(x)}$

$g(x)=-1$이면 조건 (나)에서 $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=-1\neq 4$이므로 모순이야. 따라서 $g(x)\neq -1$이므로 분모, 분자를 $g(x)+1$로 나눌 수 있는 거야.

2nd $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$의 값을 구하자.

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{g(x)-1}{1+g(x)}$$

$x\to 0$은 x가 0이 아니면서 0에 한없이 접근한다는 뜻이야. 즉, $x\neq 0$이므로 $\dfrac{f(x)}{x}$의 식을 적용할 수 있어.

$$=\frac{\lim\limits_{x\to 0} g(x)-1}{1+\lim\limits_{x\to 0} g(x)}$$
$$=\frac{4-1}{1+4}=\frac{3}{5}$$

3rd 구해야 하는 극한값을 계산해.

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{x^2+f(x)}{2x-f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{x+\dfrac{f(x)}{x}}{2-\dfrac{f(x)}{x}}$$
$$=\frac{0+\dfrac{3}{5}}{2-\dfrac{3}{5}}=\frac{3}{7}$$

따라서 $p=7$, $q=3$이므로

$p+q=7+3=10$

수능 핵강

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+f(x)}{2x-f(x)}=\dfrac{0+f(0)}{0-f(0)}=\dfrac{f(0)}{-f(0)}=-1$

위의 방법처럼 풀면 안 돼!! 왜냐하면 위의 풀이는 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$가 0이 아닌 값을 가질 때만 풀 수 있는 거야.

그런데 주어진 조건만으로는 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$의 존재 여부를 알 수 없지?

즉, 위의 본 풀이처럼 주어진 조건을 이용해 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$의 값을 구한 후 극한식을 변형하여 구해야 하는 거야.

2nd $x=8$에서 함수 $g(x)$의 좌극한값을 계산하자.

$\lim_{x\to a-} f(x)=q$일 때 q를 $x=a$에서 $f(x)$의 좌극한값이라고 해.

$7<x<8$인 x에 대하여 x보다 작은 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이므로 $f(x)=4$

이때, $2f(x)=8>x$ ($\because$ $7<x<8$)이므로

$$g(x)=\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{4}$$

$$\therefore\ \beta=\lim_{x\to 8-} g(x)=\lim_{x\to 8-}\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\ \cdots\ ㉡$$

㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\alpha}{\beta}=16$

1등급 풀이 Tip

구하는 값이 x가 8보다 크면서 8에 가까워지는 경우의 $g(x)$와 x가 8보다 작으면서 8에 가까워지는 경우의 $g(x)$를 구하는 것이므로 $8<x<9$인 경우와 $7<x<8$인 경우로 나눌 수 있다. 이 두 경우 모두 $f(x)=4$이므로 x와 $2f(x)$의 대소를 비교하여 $g(x)$를 각각의 범위에서 구할 수 있다.

A 195 정답 ⑤

1등급 킬러 [정답률 18%]

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. 단서2 $f(1)=0$, $g(1)=0$이므로 $f(x)=(x-1)(x-a)(x-b)$, $g(x)=(x-1)(x-c)(x-d)$로 놓을 수 있어.

(가) $g(1)=0$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ ($n=1$, 2, 3, 4)

단서1 $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{g(x)}=0$이고 $g(1)=0$이므로 $f(1)=0$이어야 해.

$g(5)$의 값은? (4점)

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

함수의 극한의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 다항함수를 추론하는 문제이다. 즉, 이 문제를 해결하기 위해서는 $x\to a$일 때 분수 형태의 함수의 극한값이 존재하고 $x\to a$일 때 (분모)$\to 0$이면 (분자)$\to 0$임을 적용해야 한다.

[풀이 단서 체크]

❶ 먼저, 조건 (나)의 식에 $n=1$, $n=2$를 차례로 대입하고 $g(1)=0$과 분수 꼴의 극한의 성질에 의하여 다항함수 $f(x)$가 갖는 인수를 찾아 함수 $f(x)$의 식을 완성한다. ⇒ 단서1

❷ 이제, 함수 $f(x)$와 $n=3$, $n=4$를 조건 (나)의 식에 차례로 대입하여 다항함수 $g(x)$가 갖는 인수를 찾아 함수 $g(x)$의 식을 완성하고 $g(5)$의 값을 구한다. ⇒ 단서2

주의 $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=0$일 때, $\lim_{x\to a} g(x)=0$이면 $\lim_{x\to a} f(x)=0$이지만 $\lim_{x\to a} f(x)=0$이어도 꼭 $\lim_{x\to a} g(x)=0$인 것은 아니다.

핵심 정답 공식: 분수 꼴의 극한의 극한값이 존재하고 $x\to a$일 때, (분모)$\to 0$이면 (분자)$\to 0$이어야 한다.

[문제 풀이 순서]

* 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정

1st $n=1$, 2일 때, 극한값이 존재하는 조건을 가지고 $f(x)$를 구해.

조건 (나)에 $n=1$, 2를 차례로 대입하면

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{g(x)}=0\ \cdots\ ㉠,\quad \lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{g(x)}=0\ \cdots\ ㉡$$

이때, 조건 (가)의 $g(1)=0$에서 $g(x)$는 $(x-1)$을 인수로 가지므로 ㉠이 성립하려면 $f(x)$도 $(x-1)$을 인수로 가져야 한다.

즉, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를 $f(x)=(x-1)(x-a)(x-b)$, $g(x)=(x-1)(x-c)(x-d)$ (단, a, b, c, d는 상수)라 두고 ㉠에 각각 대입하면

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-a)(x-b)}{(x-1)(x-c)(x-d)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-a)(x-b)}{(x-c)(x-d)}=0$$

극한값이 0이 되려면 a 또는 b가 1이 되어야 한다.

$a=1$이라 하면 $f(x)=(x-1)^2(x-b)$

마찬가지로 ㉡에 대입하면 $f(x)$는 $(x-2)$를 인수로 가져야 하므로

$f(x)=(x-1)^2(x-2)$

함정 $f(x)$가 삼차함수이고, 이미 $(x-1)^2$과 $(x-2)$를 인수로 가지므로 조건 (나)를 만족시키기 위해서 $g(x)$는 $(x-2)$를 인수로 가질 수 없어.

2nd $n=3$, 4일 때, 주어진 극한값을 이용하여 $g(x)$를 구해.

이번엔 조건 (나)에 $n=3$, 4를 차례로 대입하면

$$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)}{g(x)}=2,\quad \lim_{x\to 4}\frac{f(x)}{g(x)}=6\text{이므로}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-1)^2(x-2)}{(x-1)(x-c)(x-d)}=\frac{2}{(3-c)(3-d)}=2\text{에서}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-1)^2(x-2)}{(x-1)(x-c)(x-d)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-c)(x-d)}=\frac{2\times 1}{(3-c)(3-d)}=\frac{2}{(3-c)(3-d)}$$

$(3-c)(3-d)=1$, $9-3(c+d)+cd=1$

$\therefore\ 3(c+d)-cd=8\ \cdots\ ㉢$

$$\lim_{x\to 4}\frac{(x-1)^2(x-2)}{(x-1)(x-c)(x-d)}=\frac{6}{(4-c)(4-d)}=6\text{에서}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{(x-1)^2(x-2)}{(x-1)(x-c)(x-d)}=\lim_{x\to 4}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-c)(x-d)}=\frac{3\times 2}{(4-c)(4-d)}=\frac{6}{(4-c)(4-d)}$$

$(4-c)(4-d)=1$, $16-4(c+d)+cd=1$

$\therefore\ 4(c+d)-cd=15\ \cdots\ ㉣$

㉢, ㉣을 연립하면 $c+d=7$, $cd=13$

㉣$-$㉢을 하면 $c+d=7$이고, $c+d$를 ㉢에 대입하면 $3\times 7-cd=8$이므로 $cd=13$이야.

따라서 $g(x)=(x-1)(x-c)(x-d)$에 $x=5$를 대입하면

$$g(5)=4(5-c)(5-d)=4\{25-5(c+d)+cd\}$$
$$=4(25-5\cdot 7+13)=12$$

1등급 풀이 Tip

$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to 0}x=0$에서 분모를 0으로 만드는 인자, 즉 x를 분모가 인수로 가지고 있으므로 극한값이 존재하려면 분자도 x를 인수로 가져야 한다. 그런데 극한값이 0이므로 분모는 최소 x^2을 인수로 가져야 한다. 따라서 자연수 m, n에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^m}{x^n}=0$이면 $m>n$이어야 한다. 이것을 이용하면 자연수 k와 다항수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=0$이고 $g(x)$를 0으로 만드는 인자, 즉 $(x-n)^k$을 $g(x)$가 인수로 가질 때, 극한값이 0이려면 $f(x)$는 최소 $(x-n)^{k+1}$을 인수로 가져야 한다. 따라서 이 문제의 조건 (가)에서 $g(x)$가 $x-1$을 인수로 갖고 조건 (나)에서 $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{g(x)}=0$이므로 $f(x)$는 $(x-1)^2$을 인수로 가져야 한다.

My Top Secret

이 문제는 함수의 극한이 수렴하는 조건을 묻는 문항이야. 분모가 0으로 가면 분자가 0으로 가야하고, 분자가 0으로 가는데 극한값이 0이 아니면 분모가 0으로 가는 것을 잘 알아 두어야 해. 분자가 0으로 가는데, 극한값이 0이면, 분모가 0으로 가는지는 알 수 없어.

$f(4)=f_2(4)=-\frac{16}{3}a+4b+20+a^2-1=0$이므로

$a^2-\frac{16}{3}a+4b+19=0$ … ㉢

㉡×2−㉢을 하면

$a^2+\frac{22}{3}a-31=0,\ 3a^2+22a-93=0$

$(3a+31)(a-3)=0 \qquad \therefore a=3\ (\because a>0)$

$a=3$을 ㉡에 대입하면

$9+3+2b-6=0,\ 2b=-6 \qquad \therefore b=-3$

$\therefore f(x)=\begin{cases} 3x^2-9x+6 & (x<k) \\ -x^2+2x+8 & (x\ge k) \end{cases}$

4th 조건 (가)를 이용하여 k의 값을 구하자.

조건 (가)에 의하여 $x=k$에서 $\lim\limits_{x\to k} f(x)$가 존재해야 하므로

$x=a$에서 $\lim\limits_{x\to a} f(x)$가 존재하려면 $x=a$에서의 좌극한값과 우극한값이 같아야 해.
즉, $\lim\limits_{x\to a-} f(x)=\lim\limits_{x\to a+} f(x)$이어야 해.

$\lim\limits_{x\to k-} f(x)=\lim\limits_{x\to k+} f(x)$이어야 한다.

즉, $\lim\limits_{x\to k-}(3x^2-9x+6)=\lim\limits_{x\to k+}(-x^2+2x+8)$에서

$3k^2-9k+6=-k^2+2k+8,\ 4k^2-11k-2=0$

$\therefore k=\frac{11\pm3\sqrt{17}}{8}$

$\sqrt{17}=4.1\cdots$이므로
$\frac{11+3\sqrt{17}}{8}=2.9\cdots$이고, $\frac{11-3\sqrt{17}}{8}=-0.1\cdots$이야.

그런데 $1<k\le4$이므로 $k=\frac{11+3\sqrt{17}}{8}$이다.

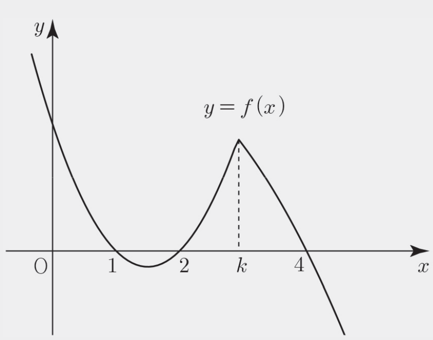
따라서 $p=\frac{11}{8},\ q=\frac{3}{8}$이므로

$16(p+q)=16\times\left(\frac{11}{8}+\frac{3}{8}\right)=16\times\frac{14}{8}=28$

[1등급 심화 특강]

$k=\frac{11+3\sqrt{17}}{8}=2.9\cdots$이므로 $f(x)=\begin{cases} 3x^2-9x+6 & (x<k) \\ -x^2+2x+8 & (x\ge k) \end{cases}$에 대하여

함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같아.



1등급 풀이 Tip

주어진 함수를 바탕으로 새로운 함수가 제시될 때에는 그 함수의 식이나 그래프가 의미하는 바를 우선 파악하려고 시도하는 것이 좋다. 그래야 그 의미를 바탕으로 문제에 주어진 조건을 이용할 수 있기 때문이다.

그리고 이 문제처럼 절댓값 기호를 포함한 함수의 성질과 극한의 정의를 바탕으로 조건을 해석하는 내용이 최고난도로 종종 등장하므로, 문제를 푸는 데 필요한 중요 개념만을 외우고 끝내는 것이 아니라 개념에 필요한 정의, 증명, 그래프 등을 복합적으로 함께 정리해야 할 것이다.

A 197 정답 141

✪ 2등급 킬러 [정답률 21%]

이차함수 $f(x)=x^2+2x+2$와 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$는

$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ |f(-x)-t| & (x\ge0) \end{cases}$

단서 1 함수 $g(x)$는 $x<0$일 때와 $x\ge0$일 때, 각각 함수가 다르므로 $x<0$일 때와 $x\ge0$일 때로 나누어 함수 $y=g(x)$의 그래프를 그려야 해.

이다. 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{t}{3}$가 만나는 서로 다른 모든 점의 개수를 $h(t)$라 하자.

$\lim\limits_{t\to a-} h(t)\ne\lim\limits_{t\to a+} h(t)$

인 모든 실수 a를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_m$ (m은 자연수)라 할 때, $\sum\limits_{k=1}^{m}\{4a_k\times h(a_k)\}$의 값을 구하시오. (4점)

단서 2 함수 $h(t)$의 좌극한값과 우극한값이 서로 다른 점의 모든 x좌표와 그 때의 함숫값의 곱을 구해서 그 값들의 합을 계산하라는 거지?

✪ 실수 t에 대하여 $x<0,\ x\ge0$에서 각각 다른 함수로 정의된 함수의 그래프와 x축에 평행한 직선이 만나는 서로 다른 점의 개수로 정의된 함수 $h(t)$의 좌극한값과 우극한값이 서로 다른 t의 값을 찾는 문제이다.

이때, $x\ge0$에서 함수 $y=g(t)$의 그래프의 꼭짓점의 y좌표가 $|1-t|$이고 직선의 방정식은 $y=\frac{t}{3}$이므로 t의 값에 따라 직선 $y=\frac{t}{3}$보다 꼭짓점의 y좌표의 변화가 더 크다는 것을 파악해야 한다.

[풀이 단서 체크]

❶ 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형을 파악해야 한다.
$x<0$일 때 함수 $y=g(x)$의 그래프는 함수 $y=f(x)\,(x<0)$의 그래프이고 $x\ge0$일 때 $g(x)=|f(-x)-t|$이므로 $x\ge0$일 때 함수 $y=g(x)$의 그래프는 함수 $y=f(x)$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 후 y축의 방향으로 $-t$만큼 평행이동시킨 그래프에서 $y<0$인 부분을 x축에 대하여 대칭이동한 그래프이다. ⇒ **단서 1**

❷ $x<0$일 때는 함수 $y=g(x)$의 그래프가 고정되어 있으므로 t의 값에 따라 직선을 움직이면서 서로 다른 교점의 개수를 찾는다.
$x\ge0$일 때는 t의 값에 따라 함수 $y=g(x)$의 그래프가 변하므로 가능한 함수 $y=g(x)$의 그래프를 빠짐없이 그려 직선 $y=\frac{t}{3}$과의 서로 다른 교점의 개수를 찾는다. ⇒ **단서 2**

주의 $x\ge0$에서 t의 값에 따라 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형이 바뀌므로 가능한 그래프의 개형을 모두 그리고 직선 $y=\frac{t}{3}$과의 교점의 개수를 구해야 한다.

핵심 정답 공식: $x<0$일 때의 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{t}{3}$의 서로 다른 교점의 개수와 $x\ge0$일 때의 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{t}{3}$의 서로 다른 교점의 개수를 더하여 함수 $h(x)$를 구한다.

[문제 풀이 순서]

* 복잡하게 정의된 함수의 그래프와 x축에 평행한 직선이 만나는 서로 다른 점의 개수로 정의된 함수 파악하기

1st $x<0$일 때 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{t}{3}$가 만나는 서로 다른 모든 점의 개수를 구해.

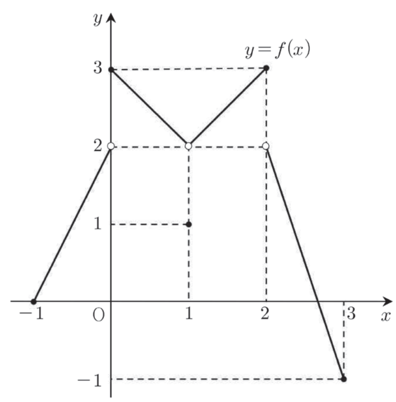
$f(x)=x^2+2x+2=(x+1)^2+1$이므로 $x<0$일 때 함수 $y=g(x)$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 1)$이고 y축과 만나는 점의 y좌표가 2인 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 $x<0$에서 함수 $y=g(x)$의 그래프는 그림과 같다.

경찰대, 삼사 기출 문제 [2점, 3점, 4점, 5점]

A 199 정답 ④ *함수의 좌극한과 우극한 ········ [정답률 95%]

(정답 공식: $x\to0-$는 $x=0$의 왼쪽에서 0에 가까이 가는 것이고 $x\to2+$는 $x=2$의 오른쪽에서 2로 가까이 가는 것이다.)

닫힌구간 $[-1, 3]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은? (3점)

단서 $x=0$에서의 좌극한값과 $x=2$에서의 우극한값의 합을 구하는 거야.

① 1 ② 2 ③ 3
④4 ⑤ 5

1st $x=0$에서의 좌극한값과 $x=2$에서의 우극한값을 구해.

함수 $f(x)$에 대하여

$x=0$에서의 좌극한값은 2이므로 $\lim_{x\to0-}f(x)=2$

함수 $y=f(x)$의 그래프를 따라가면 $x=0$의 왼쪽에서 $x=0$으로 가까이 갈 때, 함숫값은 2에 가까워지므로 $x\to0-$일 때, $f(x)\to2$야.

$x=2$에서의 우극한값은 2이므로 $\lim_{x\to2+}f(x)=2$

함수 $y=f(x)$의 그래프를 따라가면 $x=2$의 오른쪽에서 $x=2$로 가까이 갈 때, 함숫값은 2에 가까워지므로 $x\to2+$일 때, $f(x)\to2$야.

$\therefore \lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)=2+2=4$

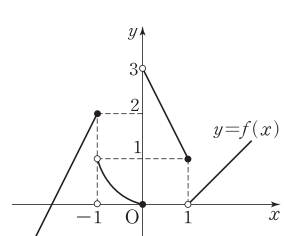
A 200 정답 ① *함수의 좌극한과 우극한 ········ [정답률 97%]

(정답 공식: x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때의 함수 $f(x)$가 수렴하는 값을 $\lim_{x\to a-}f(x)$라 하고, x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때의 함수 $f(x)$가 수렴하는 값을 $\lim_{x\to a+}f(x)$라 한다.)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to0-}f(x)$ 단서 좌극한과 우극한의 정의를 이용하여 그래프를 따라가며 값을 찾아.

의 값은? (2점)



①1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 함수 $y=f(x)$의 그래프를 이용하여 $\lim_{x\to-1+}f(x)$, $\lim_{x\to0-}f(x)$의 값을 각각 구해.

$\lim_{x\to-1+}f(x)=1$, $\lim_{x\to0-}f(x)=0$이므로

함수 $f(x)$에서 $x\to a+$일 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 α를 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한이라 하고, 기호로 $\lim_{x\to a+}f(x)=\alpha$와 같이 나타내. 또한, $x\to a-$일 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 β에 한없이 가까워지면 β를 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 좌극한이라 하고, 이것을 기호로 $\lim_{x\to a-}f(x)=\beta$와 같이 나타내.

주의 쉬운 문제지만 문제를 잘못 읽어서틀리는 경우가 많아. lim 아래를 정확히 봐서 어떤 x의 값인지, 우극한인지, 좌극한인지 분명히 해야 해.

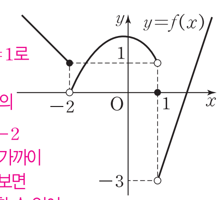
$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to0-}f(x)=1+0=1$

A 201 정답 ② *함수의 좌극한값과 우극한값 ····· [정답률 90%]

(정답 공식: 함수의 그래프를 이용해 좌극한과 우극한 값을 구한다.)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

단서 $x=1$의 오른쪽에서 $x=1$로 가까이 가면서 그래프를 따라가 보면 $\lim_{x\to1+}f(x)$의 값을 구할 수 있고, $x=-2$의 왼쪽에서 $x=-2$로 가까이 가면서 그래프를 따라가 보면 $\lim_{x\to-2-}f(x)$의 값을 구할 수 있어.



$\lim_{x\to1+}f(x)+\lim_{x\to-2-}f(x)$의 값은? (3점)

① -3 ②-2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

1st 함수 $f(x)$의 $x=1$에서의 우극한값과 $x=-2$에서의 좌극한값을 구하자.

$\lim_{x\to1+}f(x)=-3$, $\lim_{x\to-2-}f(x)=1$이므로

$x\to a+$는 $x=a$의 오른쪽에서 $x=a$로 가까이 갈 때를 뜻해.

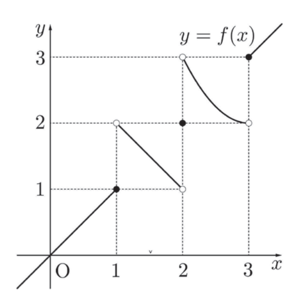
$x\to b-$는 $x=b$의 왼쪽에서 $x=b$로 가까이 갈 때를 뜻해.

$\lim_{x\to1+}f(x)+\lim_{x\to-2-}f(x)=(-3)+1=-2$

A 202 정답 ④ *함수의 좌극한값과 우극한값 ····· [정답률 95%]

(정답 공식: $x\to1+$는 $x=1$의 오른쪽에서 1로 가까이 가는 것이고, $x\to3-$는 $x=3$의 왼쪽에서 3으로 가까이 가는 것이다.)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to1+}f(x)+\lim_{x\to3-}f(x)$의 값은? (3점)

단서 $x=1$에서의 우극한값과 $x=3$에서의 좌극한값을 찾자.

① 1 ② 2 ③ 3 ④4 ⑤ 5

1st 그래프를 따라가며 $x=1$에서의 우극한값, $x=3$에서의 좌극한값을 구하자.

함수 $y=f(x)$의 그래프에서 $x=1$의 오른쪽에서 $x=1$로 가까이 갈 때, y의 값은 2에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x\to1+}f(x)=2$이다.

$x=1$에서의 우극한값이야.

1회 수학 Ⅱ 실전 기출 모의고사
문제편 p. 264

1회 01 정답 ⑤ *$\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(무리식) [정답률 91%]

(정답 공식: 근호가 포함된 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한은 유리화를 이용하여 식을 정리한다.)

$\lim_{x\to2}\frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2}$의 값은? (2점) 단서 분모에 무리식이 있으니까 유리화해야지?

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

1st 분모를 유리화하여 식을 정리하자.

$$\lim_{x\to2}\frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2}=\lim_{x\to2}\frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}$$

$\frac{0}{0}$ 꼴이고 분모에 무리식이 있으니까 유리화하자.

$$=\lim_{x\to2}\frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2})^2-2^2}$$
$$=\lim_{x\to2}\frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x+2-4}$$
$$=\lim_{x\to2}\frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to2}3(\sqrt{x+2}+2)=3(\sqrt{2+2}+2)=12$$

1회 02 정답 ② *함수의 정적분 [정답률 95%]

(정답 공식: $\int_a^b f'(x)dx=f(b)-f(a)$)

$\int_0^1(3x^2-2)dx$의 값은? (3점)
단서 $n\neq-1$인 실수일 때, $\int_a^b x^n dx=\left[\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_a^b$임을 이용해.

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1st 다항함수의 정적분을 계산해.

$$\int_0^1(3x^2-2)dx=\left[x^3-2x\right]_0^1$$
$$=(1-2)-0=-1$$

$f(x)$의 부정적분 중 하나가 $F(x)$일 때, $\int_a^b f(x)dx=\left[F(x)\right]_a^b=F(b)-F(a)$

1회 03 정답 ③ *$h\to0$일 때의 변형된 미분계수의 정의 [정답률 90%]

(정답 공식: $f'(a)=\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$)

함수 $f(x)=x^3-x$에 대하여 $\lim_{h\to0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}$의 값은? (3점)
단서 분모에 $3h$가 있어야 하므로 분모, 분자에 $\frac{3}{2}$을 곱해야 해.

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

1st $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$임을 이용하자.

$$\lim_{h\to0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}=\lim_{h\to0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{3h}\times\frac{3}{2}$$

분모를 $3h$로 만들고 분수식 전체에 $\frac{3}{2}$을 곱해야 해.

$$=\frac{3}{2}f'(1)\cdots ㉠$$

2nd 미분계수 $f'(1)$을 계산하자.

함수 $f(x)=x^3-x$에서
$f'(x)=3x^2-1$
$\therefore f'(1)=3\cdot1^2-1=2$
따라서 ㉠에서
$\frac{3}{2}f'(1)=\frac{3}{2}\times2=3$

1회 04 정답 ④ *연속이 되도록 하는 미정계수의 결정 [정답률 94%]

(정답 공식: 함수 $f(x)$는 $x\neq3$을 제외한 x에서는 다항함수이므로 연속이다. 즉, 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이려면 $x=3$에서 연속이어야 한다.)

함수

$$f(x)=\begin{cases}x^2+3 & (x\neq3)\\ a & (x=3)\end{cases}$$

단서 $x=3$에서만 연속이면 돼. 즉, $\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$이어야 해.

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? (3점)

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

1st 연속의 정의를 생각해 보자.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=3$에서도 연속이다.
즉, $f(3)=\lim_{x\to3}f(x)$가 성립하므로
$a=f(3)=\lim_{x\to3}(x^2+3)=12$

함수 $f(x)$에 대하여 $f(a)=\lim_{x\to a}f(x)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 해.

함수의 연속
개념·공식

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이기 위해서는 다음의 세 가지 조건을 만족해야 한다.
(i) $\lim_{x\to a}f(x)$가 존재
(ii) $f(a)$가 존재
(iii) $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$가 성립

1회 05 정답 ② *수직선 위를 움직이는 점의 속도와 가속도 [정답률 89%]

(정답 공식: 위치함수를 미분하면 속도함수이다.)

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=-t^2+4t$이다. $t=a$에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a의 값은? (4점)
단서 속도가 0이면 점 P가 멈춘 상태야. 앞으로 진행하다가 뒤로 진행 방향을 바꾸려면 순간적으로 멈추게 돼. 그때 속도가 0인 거지.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1st 위치 x를 t에 대하여 미분하자.

$x=-t^2+4t$를 시간 t에 대하여 미분하면
$\frac{dx}{dt}=-2t+4$

점 P의 속도야. $0\le t<2$일 때, (속도)>0이고 $t>2$일 때, (속도)<0이야. 즉, 출발하여 2초가 될 때까지는 앞으로 진행하다가 $t=2$에서 멈추고 진행방향을 바꾸어서 2초 이후에는 뒤로 진행하는 것을 뜻해.

$t=a$에서 점 P의 속도가 0이므로
$-2a+4=0$
$\therefore a=2$