New
개정교육과정
반영

the POWER
of BASICS
for the POWER
of MATH SKILLS

수력충전

수학 기본 실력 100% 충전

기하와 벡터

정답 및 해설

빠른 정답 찾기

I. 평면 곡선

01 1) 해설 참조 2) 해설 참조 3) 해설 참조 4) 해설 참조 **02** $\overline{\mathrm{PF}}=\overline{\mathrm{PH_1}}$, $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AH_2}}$ **03** 1) $y^2=2x$, 그래프 해설 참조

2) $y^2=-8x$, 그래프 해설 참조 **04** 1) $x^2=-4y$, 그래프 해설 참조 2) $x^2=y$, 그래프 해설 참조 **05** 1) $\mathrm{F}\left(\frac{1}{4},\ 0\right)$, $x=-\frac{1}{4}$

2) $\mathrm{F}(-4,\ 0)$, $x=4$ 3) $\mathrm{F}(3,\ 0)$, $x=-3$ 4) $\mathrm{F}\left(-\frac{1}{16},\ 0\right)$, $x=\frac{1}{16}$ **06** 1) $\mathrm{F}\left(0,\ \frac{1}{4}\right)$, $y=-\frac{1}{4}$ 2) $\mathrm{F}(0,\ 2)$, $y=-2$

3) $\mathrm{F}(0,\ -1)$, $y=1$ 4) $\mathrm{F}\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$, $y=\frac{1}{2}$ **07** 1) $\mathrm{A}(2,\ 4)$ 2) $4\mathrm{m}$ 3) 36 **08** 1) $(y+2)^2=x-3$

2) $(y+2)^2=-3(x-3)$ 3) $(x-3)^2=4(y+2)$ **09** 1) 초점 : $(2,\ -2)$, 준선 : $x=0$ 2) 초점 : $\left(\frac{15}{4},\ 0\right)$, 준선 : $x=\frac{17}{4}$

3) 초점 : $(4,\ -3)$, 준선 : $y=-7$ 4) 초점 : $\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$, 준선 : $y=\frac{3}{2}$ **10** 1) 꼭짓점 : $(-1,\ 3)$, 초점 : $(1,\ 3)$, 준선 : $x=-3$

2) 꼭짓점 : $(4,\ 2)$, 초점 : $(3,\ 2)$, 준선 : $x=5$ 3) 꼭짓점 : $(-1,\ 1)$, 초점 : $\left(-\frac{3}{4},\ 1\right)$, 준선 : $x=-\frac{5}{4}$

4) 꼭짓점 : $(-2,\ -1)$, 초점 : $(-2,\ 0)$, 준선 : $y=-2$ 5) 꼭짓점 : $(-3,\ 2)$, 초점 : $(-3,\ 1)$, 준선 : $y=3$

6) 꼭짓점 : $(2,\ 3)$, 초점 : $(2,\ 5)$, 준선 : $y=1$ **11** $m=1$, $n=0$, $k=12$ **12** 1) 10 2) 8 **13** 해설 참조 **14** 1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 3) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 4) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ **15** 1) 10, 4, $(\sqrt{21},\ 0)$, $(-\sqrt{21},\ 0)$ 2) $2\sqrt{7}$, 4, $(\sqrt{3},\ 0)$, $(-\sqrt{3},\ 0)$

3) 20, 12, $(0,\ 8)$, $(0,\ -8)$ 4) 6, 2, $(0,\ 2\sqrt{2})$, $(0,\ -2\sqrt{2})$ 5) 6, $2\sqrt{5}$, $(0,\ 2)$, $(0,\ -2)$ **16** 1) $2\sqrt{2}$ 2) $5\sqrt{3}$ 3) 20 4) 8

17 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$ **18** 1) $\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$ 2) $(-6,\ 2)$, $(0,\ 2)$, $(-3,\ 0)$, $(-3,\ 4)$, 6, 4

3) $(\sqrt{5}-3,\ 2)$, $(-\sqrt{5}-3,\ 2)$ **19** 1) $(\sqrt{5}+2,\ -2)$, $(-\sqrt{5}+2,\ -2)$, 6, 4 2) $(-2,\ 6)$, $(-2,\ 0)$, 10, 8 **20** 6 **21** 1) 2

2) 6 **22** $2a$, $\sqrt{(x+c)^2+y^2}$, $\sqrt{(x+c)^2+y^2}$, c^2-a^2, c^2-a^2, c^2-a^2, b^2, 1 **23** 1) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{11}=1$ 2) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

3) $\frac{x^2}{21}-\frac{y^2}{4}=-1$ 4) $\frac{x^2}{15}-y^2=-1$ **24** 1) $(\sqrt{29},\ 0)$, $(-\sqrt{29},\ 0)$, 10 2) $(13,\ 0)$, $(-13,\ 0)$, 24

3) $(0,\ 2\sqrt{7})$, $(0,\ -2\sqrt{7})$, $4\sqrt{3}$ 4) $(0,\ 4\sqrt{2})$, $(0,\ -4\sqrt{2})$, $4\sqrt{5}$ 5) $(0,\ \sqrt{6})$, $(0,\ -\sqrt{6})$, 4 **25** 1) $\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$

2) $\sqrt{10}$ 3) $x^2-\frac{y^2}{4}=-1$ **26** $20\sqrt{5}$ **27** 1) $y=\pm\frac{2}{3}x$ 2) $y=\pm\frac{3}{2}x$ 3) $y=\pm x$ 4) $y=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}x$

28 1) $\sqrt{3}$ 2) 42 **29** 1) $\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$ 2) $(-\sqrt{5}-3,\ 2)$, $(\sqrt{5}-3,\ 2)$, $2\sqrt{5}$ 3) $(-6,\ 2)$, $(0,\ 2)$

30 1) $(\pm\sqrt{7}+2,\ -1)$, $(4,\ -1)$, $(0,\ -1)$, 4 2) $(2,\ -1\pm\sqrt{5})$, $(2,\ 1)$, $(2,\ -3)$, 4 **31** 39 **32** 0, $\frac{dy}{dx}$, 0, $2y\frac{dy}{dx}$, $-\frac{x}{y}$

33 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}$ 2) $\frac{dy}{dx}=\frac{x}{y}$ 3) $\frac{dy}{dx}=-\frac{9x}{4y}$ 4) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{y}$ 5) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2y}{x}$ **34** 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2x+y}{x+2y}$

2) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2xy+y^2+1}{x^2+2xy+1}$ **35** 1) $y=\frac{1}{2}x+3$ 2) $y=x-6$ 3) $y=\frac{1}{2}x+2$ 4) $y=-\sqrt{2}x+2\sqrt{2}$ 5) $y=x+2$

6) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ **36** 1) $y=-x-1$, $y=\frac{1}{2}x+2$ 2) $y=2x+1$, $y=-6x+9$ 3) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$, $y=3$

4) $y=3x-6$, $y=-3x+6$ **37** 1) $y=2x+\frac{3}{2}$ 2) $y=x+\frac{1}{2}$ 3) $y=-x+2$ **38** 1) $y=x\pm2\sqrt{6}$ 2) $\sqrt{10}$ 3) $y=x-3$

39 1) $y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$ 2) $y=\sqrt{3}x\pm1$ 3) $y=\frac{1}{2}x\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$ **40** 1) $2\sqrt{2}$ 2) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **41** 1) $\frac{dy}{dx}=\frac{2t-3}{3}$ 2) $\frac{dy}{dx}=t^2$

3) $\frac{dy}{dx}=\frac{t^2+1}{t^2-1}$ **42** 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{\cos t}{\sin t}$ 2) $x^2+y^2=1$, 반지름의 길이가 1인 원 3) $\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$ **43** 1) $\frac{dy}{dx}=\frac{3\cos t}{2\sin t}$

2) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$, 초점이 $(0,\ \pm\sqrt{5})$이고 장축의 길이가 6, 단축의 길이가 4인 타원 3) $\frac{dy}{dx}=-\frac{9x}{4y}$ **44** 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{\cos t}{\sin t}$

2) $\frac{dy}{dx}=-\frac{3\cos t}{\sin t}$ 3) $\frac{dy}{dx}=\frac{\cos t}{4\sin t}$ **45** 1) $\frac{dy}{dx}=\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ 2) $\frac{dy}{dx}=\tan\theta$ **46** 1) $y=-x+2$ 2) $y=-\frac{3}{2}x+3$

3) $y=-x+\sqrt{2}$ 4) $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2$ **47** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Ⅱ. 평면벡터

01 1) A, C　2) F, Q　**02** 해설 참조　**03** 1) 2　2) 1　3) $\sqrt{5}$　**04** 1) $\vec{d}$　2) $\vec{c}$　**05** 1) $\sqrt{13}$　2) $\overrightarrow{BC}$　3) $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CB}$

06 1) $\overrightarrow{FO}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{ED}$　2) 23개　3) $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{DE}$　4) $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{EO}$, $\overrightarrow{FA}$　**07** 1) $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$　2) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{CO}$

08 1) $\overrightarrow{BD}$　2) $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{DF}$　**09** $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{FE}$　**10** 해설 참조　**11** 1) $\overrightarrow{AC}$　2) $\overrightarrow{AD}$　3) $\overrightarrow{AB}$　4) $\vec{0}$　5) $\overrightarrow{AD}$　**12** 1) $4\sqrt{2}$

2) $\sqrt{3}$　**13** $\overrightarrow{FE}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AO}$　**14** 해설 참조　**15** 1) $\overrightarrow{CB}$　2) $\overrightarrow{CB}$　**16** 1) $\vec{b}-\vec{a}$　2) $-\vec{a}-\vec{b}$　**17** 1) $\vec{0}$

2) $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{CD}$　3) $\vec{0}$　**18** 평행사변형　**19** 해설 참조　**20** 해설 참조　**21** 1) $8\vec{a}-13\vec{b}$　2) $\vec{a}+2\vec{b}$　3) $-\vec{a}+\vec{c}$

22 1) $\vec{x}=2\vec{a}+\vec{b}$　2) $\vec{x}=7\vec{b}$　**23** 1) $\vec{a}-\vec{b}$　2) $2\vec{a}+2\vec{b}$　3) $\vec{a}+2\vec{b}$　**24** $2\vec{b}$　**25** $\frac{3}{2}\vec{a}-2\vec{b}$　**26** 1) $\vec{b}$　2) $\vec{c}$　3) $\vec{b}$, $\vec{c}$

27 1) -1　2) -2　**28** 평행하다.　**29** 1) -7　2) $\frac{7}{3}$　3) 1　**30** 1) 점 C는 직선 AB 위의 점이다.

2) 점 D는 직선 AB 위의 점이 아니다.　3) 점 E는 직선 AB 위의 점이다.　**31** 3　**32** 1) $\vec{c}-\vec{a}$　2) $\vec{b}-\vec{c}$　3) $\vec{b}-\vec{a}$　4) $\vec{0}$　5) $\vec{0}$

33 1) $-\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$　2) $-2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$　**34** 1) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$　2) $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AD}$　3) $\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AC}$　4) $\overrightarrow{AA}$　**35** 1) $\vec{p}=\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$

2) $\vec{p}=\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$　3) $\vec{q}=4\vec{b}-3\vec{a}$　4) $\vec{q}=4\vec{a}-3\vec{b}$　5) $\vec{m}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$　**36** $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$　**37** $b, c, 2, 1, m, a, b, c, a, 3, 3$

38 $\vec{0}$　**39** 1) $\vec{p}=\frac{5}{8}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}$, $\vec{q}=\frac{5}{2}\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}$　2) $\frac{1}{2}$　3) $\frac{7}{5}$　**40** 1) $(4, 2)$　2) $(-3, 3)$　**41** 1) $\vec{a}=(-3, 2)$, $\vec{b}=(2, 3)$

2) $\vec{a}=-3\vec{e_1}+2\vec{e_2}$, $\vec{b}=2\vec{e_1}+3\vec{e_2}$　**42** 1) $\sqrt{10}$　2) $\sqrt{5}$　3) $k=-1$, $l=4$　4) $k=2$, $l=2$　**43** 1) $(4, -3)$　2) $(-16, -12)$

3) $(-9, 0)$　4) $(-3, 9)$　**44** 1) $k=3$, $l=2$　2) $k=-9$, $l=-1$　**45** 1) $(-4, 3)$, 5　2) $(3, -2)$, $\sqrt{13}$　**46** 1) 5

2) 10　**47** 1) 5　2) 5　**48** 5　**49** 1) 6　2) 4　3) $-\sqrt{6}$　**50** 1) 16　2) 8　**51** 1) -1　2) -5　3) 5　4) 0

5) 5　**52** 1) 3　2) 2　**53** -2　**54** 1) $\frac{\pi}{4}$　2) $\frac{2}{3}\pi$　3) $\frac{\pi}{2}$　4) π　**55** 1) $\sqrt{3}$　2) $\frac{2}{3}\pi$　**56** 1) -6　2) 9

57 1) -2　2) $\frac{2}{3}$　**58** 1) $\angle O=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형　2) $x=y=\sqrt{3}$　**59** 선분 AB를 지름으로 하는 원　**60** 해설 참조

61 해설 참조　**62** $\vec{a}$, $-\vec{b}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$, 4, 9, 3　**63** 5　**64** 1) 2　2) $\sqrt{14}$　3) $\sqrt{29}$　4) $3\sqrt{6}$　5) $\sqrt{41}$　**65** 1) 10　2) 8

66 1) 3　2) $\frac{1}{4}$　**67** 1) $\angle A=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형　2) -1　**68** $\frac{2}{3}\pi$　**69** 해설 참조　**70** $2\sqrt{3}$　**71** $\frac{\sqrt{6}}{2}$

72 1) $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{5}$　2) $\frac{x-5}{4}=\frac{y-1}{-1}$　**73** 1) $(4, 3)$　2) $(-5, 1)$　3) $(-1, -7)$　**74** $x+2=\frac{y-3}{-4}$

75 1) $y=7$　2) $x=-2$　**76** 1) $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-1}{3}$　2) $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-9}{-6}$　3) $x=5$　**77** 1) $\frac{x-5}{-5}=\frac{y+2}{5}$　2) -2

3) $x-4=\frac{y-4}{-7}$　**78** 1) $2x-y-4=0$　2) $x+3y-7=0$　3) $-2x+3y-10=0$　**79** 1) $(2, 6)$　2) $(3, 7)$　3) $(2, 8)$

4) $(9, 0)$　5) $(0, 7)$　**80** 1) $x=8$　2) $y=8$　**81** 1) $5x-4y+18=0$　2) $6x+y-28=0$　3) $y-1=0$　4) $x+3=0$

82 1) $2x-y-1=0$　2) $b=2a$　**83** 1) $\frac{11\sqrt{5}}{25}$　2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　3) $\frac{\sqrt{10}}{10}$　**84** 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　2) $\frac{\sqrt{5}}{5}$　3) $\frac{4}{5}$　**85** 1) 3　2) -1

86 1) -9　2) 1　**87** 1) $y=-\frac{1}{2}x$　2) $\frac{x-2}{-4}=\frac{y-3}{-1}$　**88** -24　**89** (x_1, y_1), x_1, y_1, $(\vec{p}-\vec{a})$, $(\vec{p}-\vec{a})$, $x-x_1$, $y-y_1$

90 $(x+2)^2+(y-3)^2=1$　**91** 1) 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원　2) 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4인 원

3) 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 원　**92** 1) $11e^{10}$　2) $21e^{20}$　3) $12e^{10}$　4) $22e^{20}$　**93** 1) 8　2) 2　3) 4

94 1) $(1, 2t-3)$　2) $\sqrt{4t^2-12t+10}$　3) $(0, 2)$　4) 2　**95** 1) $(1-\cos t, \sin t)$　2) $2\left|\sin\frac{t}{2}\right|$　3) $(\sin t, \cos t)$　4) 1

96 1) $(e^t(\cos t-\sin t), e^t(\sin t+\cos t))$　2) $(-2e^t\sin t, 2e^t\cos t)$　3) 2　4) $0, \pi, 2\pi$　**97** 1) $\frac{\sqrt{7}}{2}$　2) $t=8$, (가속도의 크기)$=1$

3) $\sqrt{3+\sin 2t-2\cos 2t}$　**98** 1) e^a+a　2) e^3+3　3) e^3+2　**99** 1) $-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}a+\frac{2}{\pi}$　2) 0　3) $\frac{4}{\pi}$　**100** 1) 8

2) $(\sqrt{2}+9)$m　3) $2\sqrt{2}$ m　**101** 1) 0　2) 4　**102** 1) ×　2) ×　3) ○　4) ×　**103** 1) $2a\left|\sin\frac{t}{2}\right|$　2) $8a$　3) 2

104 e^3+2　**105** 1) $\frac{14}{3}$　2) $\frac{3}{2}$　3) 8

Ⅲ. 공간도형과 공간좌표

01 1) ○ 2) × 3) ○ 4) ○ 5) × 6) ○ **02** 1) 10 2) 20 **03** 7

04 1) 모서리 AC, 모서리 AD, 모서리 AE, 모서리 BC, 모서리 BE 2) 모서리 ED 3) 모서리 CD, 모서리 ED **05** 1) ○ 2) ○

3) × **06** 3 **07** 1) 면 ABCD, 면 ABFE 2) 면 AEHD, 면 BFGC 3) 면 CGHD, 면 EFGH 4) 면 AEHD, 면 CGHD

5) 모서리 AE, 모서리 EH, 모서리 HD, 모서리 DA 6) 모서리 AD, 모서리 BC, 모서리 FG, 모서리 EH **08** 1) 면 FLKE

2) 면 BHIC, 면 DJKE, 면 ABCDEF, 면 GHIJKL 3) 모서리 EK **09** 1) 4 2) 6 3) 4 **10** 1) 모서리 DE, EF, DF

2) 면 DEF 3) 4 4) 4 **11** ㄱ, ㄴ, ㄷ **12** 1) ○ 2) ○ 3) × 4) ○ 5) ○ **13** 5 **14** 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{2}$

15 1) 면 AEHD, 면 CGHD 2) 면 ABCD, 면 EFGH 3) $\frac{\pi}{3}$ **16** 1) × 2) × 3) ○ 4) ○ 5) × **17** 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2) $\frac{1}{2}$ **18** 0 **19** 1) $\overline{\mathrm{PH}}$ 2) $\overline{\mathrm{OH}}$ 3) $\overline{\mathrm{PO}}$ **20** 1) $\sqrt{29}$ 2) 4 **21** 1) $2\sqrt{2}$ 2) $\frac{2\sqrt{61}}{5}$ **22** $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, BCD

23 $\sqrt{6}$ **24** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ **25** $\perp$, $\perp$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4}$ **26** $\frac{\pi}{4}$ **27** $\perp$, $\perp$, $2a$, $\sqrt{3}a$, 3, 3, $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\overline{\mathrm{AM}}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\frac{1}{3}$ **28** 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **29** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ **30** $-\frac{1}{3}$ **31** 1) $\overline{\mathrm{EG}}$ 2) $\overline{\mathrm{CG}}$ 3) $\overline{\mathrm{FH}}$ 4) $\triangle$EGF **32** 1) $\overline{\mathrm{CD}}$ 또는 $\overline{\mathrm{AB}}$

2) $\overline{\mathrm{CD}}$ 또는 $\overline{\mathrm{AB}}$를 지름으로 하는 원 **33** 1) $\overline{\mathrm{EG}}$ 2) $\triangle$EFG 3) $\overline{\mathrm{EG}}$와 $\overline{\mathrm{HF}}$의 교점 **34** 1) 6 2) $6\sqrt{2}$ 3) $\frac{2}{3}$ **35** $4\sqrt{2}$

36 $\sqrt{6}$ **37** 1) 40 2) $\frac{\pi}{4}$ **38** $\frac{\pi}{3}$ **39** $2\sqrt{3}\pi$ **40** $6\sqrt{3}\pi$ **41** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **42** 6 **43** 1) P$(1, 5, 3)$ 2) P$(1, 3, -2)$

3) P$(5, -1, 2)$ 4) P$(2, -3, -1)$ **44** 1) 해설 참조 2) 해설 참조 3) 해설 참조 4) 해설 참조 **45** 1) $(-1, 2, 0)$

2) $(0, 2, 3)$ 3) $(-1, 0, 3)$ **46** 1) $(4, 0, 0)$ 2) $(0, -2, 0)$ 3) $(0, 0, -1)$

47 1) x축 : $(3, -4, 2)$, y축 : $(-3, 4, 2)$, z축 : $(-3, -4, -2)$ 2) xy평면 : $(3, 4, 2)$, yz평면 : $(-3, 4, -2)$, zx평면 : $(3, -4, -2)$

48 $(3, -4, -7)$ **49** S$(2, 3, -4)$ **50** 1) 3 2) $\sqrt{53}$ 3) $2\sqrt{2}$ 4) 3 **51** 1) 6 2) $2\sqrt{5}$ 3) $2\sqrt{14}$ **52** 2

53 1) P$(-3, 0, 0)$ 2) Q$(0, 3, 0)$ 3) R$(0, 0, 9)$ **54** $(0, 0, 0)$ 또는 $(0, -2, 0)$ **55** 1) $\sqrt{22}$ 2) $\sqrt{14}$ **56** $3\sqrt{5}$

57 $2\sqrt{10}$ **58** 1) P$\left(2, -\frac{5}{3}, 1\right)$ 2) Q$(-14, 9, 9)$ 3) M$\left(1, -1, \frac{3}{2}\right)$ **59** 1) G$(4, 2, 1)$ 2) G$(1, -3, 1)$ **60** 2

61 1) P$\left(\frac{17}{3}, \frac{5}{3}, 0\right)$ 2) P$'(6, 8, 3)$ **62** 1) D$(-1, 6, 8)$ 2) $\sqrt{10}$ **63** 0 **64** $\left(\frac{4}{3}, 2, \frac{8}{3}\right)$ **65** $\left(2, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

66 4, $(-1, 2, 4)$, $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=3^2$ **67** 1) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=9$ 2) $x^2+y^2+z^2=14$

68 1) 중심의 좌표 : $(4, -2, 1)$, 반지름의 길이 : 2 2) 중심의 좌표 : $(0, -3, 4)$, 반지름의 길이 : 5

3) 중심의 좌표 : $(0, 0, 0)$, 반지름의 길이 : 3 **69** 1) $(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=3$ 2) $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=5$

3) $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=8$ **70** 4, $y+2$, $z+3$, 2, -2, -3, 2 **71** 1) 중심의 좌표 : $(1, -2, 3)$, 반지름의 길이 : 4

2) 중심의 좌표 : $(-4, 0, 1)$, 반지름의 길이 : 5 3) 중심의 좌표 : $(3, 0, 0)$, 반지름의 길이 : 3

72 1) $x^2+y^2+z^2-x-3y+4z=0$ 2) $x^2+y^2+z^2-6y+8z=0$ **73** 1) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=16$

2) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$ 3) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$ **74** 8 **75** 8π **76** $4\sqrt{2}$ **77** 8

IV. 공간벡터

01 1) $\vec{a}+\vec{b}$　2) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$　3) $\vec{a}+\vec{c}$　4) $\vec{c}-\vec{a}$　5) $-\vec{c}+\vec{b}$　**02** 1) $\overrightarrow{\mathrm{DF}}$　2) $\overrightarrow{\mathrm{DC}}, \overrightarrow{\mathrm{EB}}$　**03** $-\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{c}$

04 1) $\vec{a}=(3, 4, 5)$　2) $\vec{b}=(3, -2, 4)$　3) $\vec{c}=(-4, 9, -1)$　**05** 1) $\vec{a}=-3\vec{e_1}+7\vec{e_2}+8\vec{e_3}$　2) $\vec{b}=\vec{e_1}-\vec{e_3}$　**06** 1) $k=4, l=-1$

2) $\sqrt{6}$　3) $k=2, l=-2$　**07** 20　**08** 1) $(0, 5, -3)$　2) $(-16, -12, -4)$　3) $(-5, -7, 1)$　4) $(8, -6, 10)$

5) $(14, -2, 12)$　**09** 1) $k=1, l=-2$　2) $k=1, l=7$　**10** 1) $(-4, 3, -5), 5\sqrt{2}$　2) $(4, 3, -2), \sqrt{29}$　**11** 1) $\sqrt{194}$　2) $2\sqrt{29}$

12 1) $2\sqrt{3}$　2) 1　**13** $(2, 0, 2)$　**14** 1) -4　2) 1　3) -8　**15** $k=1, l=2$　**16** 1) 1　2) -1　3) 1　4) 2　5) 2

17 1) $\frac{\pi}{3}$　2) $\frac{\pi}{2}$　3) $\frac{2}{3}\pi$　4) $\frac{3}{4}\pi$　**18** 1) $\sqrt{13}$　2) 1　**19** $\frac{4}{5}$　**20** $\frac{1}{3}$　**21** 1) 5　2) 17

22 1) 2　2) -3　**23** $x=3, y=4, z=-1$　**24** $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 또는 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

25 선분 AB를 지름으로 하는 구　**26** 1) $\frac{1}{2}$　2) 0　3) 0　**27** 1) -1　2) -1　**28** $\frac{5}{8}$　**29** 1) $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-4}{5}$

2) $x=y=z$　3) $\frac{x-2}{2}=y+1, z=1$　4) $x=1, z=3$　**30** 1) $(-2, 1, 2)$　2) $(-2, 1, 3)$　3) $(3, 0, -2)$

31 $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{2}=-2(z+1)$　**32** 1) $x-1=\frac{y+1}{2}=-z+3$　2) $\frac{x}{2}=\frac{y}{-2}=z$　3) $x-1=-y=-z+1$

33 1) $x-1=\frac{y-2}{-3}, z=3$　2) $x=1, y=3$　3) $x=-1, z=-2$　**34** $-x+2=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-4}{2}$　**35** $\left(\frac{1}{2}, -2, 0\right)$

36 $(2, -1, 3)$　**37** 1) $\frac{\pi}{3}$　2) $\frac{\pi}{2}$　3) $\frac{\pi}{6}$　**38** 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　3) $\frac{2}{3}$　**39** 1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$　2) $\frac{1}{2}$　**40** 1) -9　2) 2

41 1) $x=\frac{y}{-2}=z$　2) $(0, 0, 4)$　**42** $\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$　**43** 1) $2x-y+2z+2=0$　2) $z=4$　3) $x-y+5z+8=0$

44 1) $2x-3y-2z-1=0$　2) $x+2y+3z+4=0$　3) $2x+z+4=0$　**45** $2a-c+d$, $a+2b+d$, d, $3d$, d, $3d$, $x-y+3z+1$

46 1) $z=0$　2) $x-z+1=0$　3) $6x+3y+2z-6=0$　**47** 1) $(5, -2, -1)$　2) $x=\frac{y-3}{5}=\frac{z-2}{3}$

3) $x-1=\frac{y-1}{5}=\frac{z-1}{3}$　**48** 1) $\frac{\pi}{3}$　2) $\frac{\pi}{3}$　3) $\frac{\pi}{6}$　4) $\frac{\pi}{4}$　**49** 10　**50** 1) -2　2) $-\frac{32}{5}$　**51** 1) 3　2) -10

52 1) $x-2y-3z+1=0$　2) $-2x+3y-5z-3=0$　**53** 1) $\frac{\pi}{6}$　2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　3) $(-3, 1, 2)$　**54** 1) $\sqrt{3}$　2) 1　3) 3　4) 2

55 1) $\sqrt{14}$　2) $\frac{11\sqrt{3}}{6}$　**56** $\frac{5}{7}$　**57** $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $y+5$, $z-4$, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$, $(x-1)^2+(y+5)^2+(z-4)^2$　**58** 1) $x^2+y^2+z^2=1$

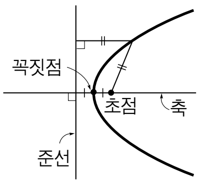
2) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=25$　**59** $2y+3z+8=0$　**60** 8　**61** 4π

I. 평면 곡선

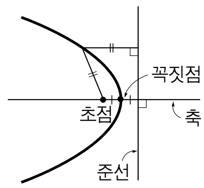
I-1 이차곡선 pp.8~21

01

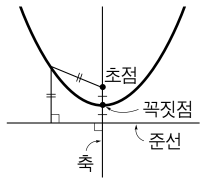
답 1)



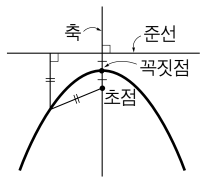
2)



3)



4)



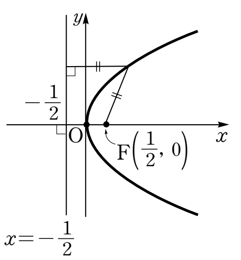
02

답 $\overline{PF}=\overline{PH_1}$, $\overline{AF}=\overline{AH_2}$

03

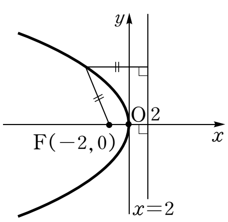
1) $y^2=4\cdot\frac{1}{2}\cdot x=2x$

$\therefore$ $\boldsymbol{y^2=2x}$



2) $y^2=4\cdot(-2)\cdot x=-8x$

$\therefore$ $\boldsymbol{y^2=-8x}$

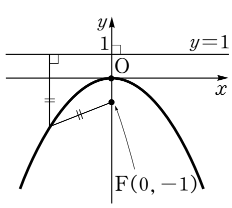


답 1) $y^2=2x$, 그래프 해설 참조
2) $y^2=-8x$, 그래프 해설 참조

04

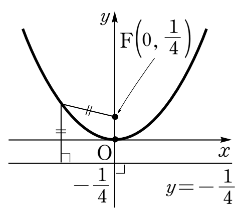
1) $x^2=4\cdot(-1)\cdot y=-4y$

$\therefore$ $\boldsymbol{x^2=-4y}$



2) $x^2=4\cdot\frac{1}{4}\cdot y=y$

$\therefore$ $\boldsymbol{x^2=y}$



답 1) $x^2=-4y$, 그래프 해설 참조
2) $x^2=y$, 그래프 해설 참조

05

1) $y^2=x=4\cdot\frac{1}{4}x$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F}\left(\frac{1}{4},\ 0\right)$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{x=-\frac{1}{4}}$이다.

2) $y^2=-16x=4\cdot(-4)\cdot x$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F(-4,\ 0)}$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{x=4}$이다.

3) $y^2=12x=4\cdot3\cdot x$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F(3,\ 0)}$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{x=-3}$이다.

4) $y^2=-\frac{1}{4}x=4\cdot\left(-\frac{1}{16}\right)\cdot x$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F}\left(-\frac{1}{16},\ 0\right)$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{x=\frac{1}{16}}$이다.

답 1) $\mathrm{F}\left(\frac{1}{4},\ 0\right)$, $x=-\frac{1}{4}$ 2) $\mathrm{F}(-4,\ 0)$, $x=4$
3) $\mathrm{F}(3,\ 0)$, $x=-3$ 4) $\mathrm{F}\left(-\frac{1}{16},\ 0\right)$, $x=\frac{1}{16}$

06

1) $x^2=y=4\cdot\frac{1}{4}\cdot y$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F}\left(\mathbf{0},\ \frac{1}{4}\right)$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{y=-\frac{1}{4}}$이다.

2) $x^2=8y=4\cdot2\cdot y$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F(0,\ 2)}$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{y=-2}$이다.

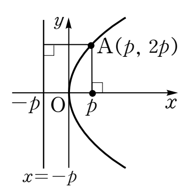
3) $x^2=-4y=4\cdot(-1)\cdot y$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F(0,\ -1)}$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{y=1}$이다.

4) $x^2=-2y=4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot y$이므로 초점의 좌표가 $\mathbf{F}\left(\mathbf{0},\ -\frac{1}{2}\right)$, 준선의 방정식이 $\boldsymbol{y=\frac{1}{2}}$이다.

답 1) $\mathrm{F}\left(0,\ \frac{1}{4}\right)$, $y=-\frac{1}{4}$ 2) $\mathrm{F}(0,\ 2)$, $y=-2$
3) $\mathrm{F}(0,\ -1)$, $y=1$ 4) $\mathrm{F}\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$, $y=\frac{1}{2}$

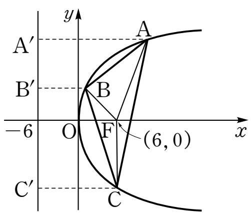
07

1) 점 $\mathrm{A}(p,\ 2p)$에서 포물선의 준선 $x=-p$까지의 거리가 4이므로
$2p=4$
$\therefore p=2$
$\therefore$ $\mathbf{A(2,\ 4)}$



2) 안테나의 단면인 포물선의 식을 $y^2=4px$라 하면 점 $(1,\ 4)$는 이 포물선 위의 점이므로
$4^2=4\times p\times1$
$\therefore p=4$
따라서 이 포물선의 초점에 위치한 수신기는 꼭짓점 A로부터 **4 m** 떨어져 있다.

3) 세 점 A, B, C에서 포물선 $y^2=24x$의 준선 $x=-6$에 내린 수선의 발을 각각 A′, B′, C′이라 하면 포물선의 정의에 의하여



$\overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{BF}}+\overline{\mathrm{CF}}$
$=\overline{\mathrm{AA'}}+\overline{\mathrm{BB'}}+\overline{\mathrm{CC'}}$

세 점 A, B, C의 x좌표를 각각 a, b, c라 하면

$\overline{\mathrm{AA'}}+\overline{\mathrm{BB'}}+\overline{\mathrm{CC'}}=(6+a)+(6+b)+(6+c)$
$=18+a+b+c$

그런데 포물선 $y^2=24x$의 초점 F의 좌표는 $(6,\ 0)$이고, 점 F는 △ABC의 무게중심과 일치하므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=6 \qquad \therefore a+b+c=18$

$\therefore \overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{BF}}+\overline{\mathrm{CF}}=18+(a+b+c)=\mathbf{36}$

답 1) $\mathrm{A}(2,\ 4)$ 2) 4m 3) 36

08

답 1) $(y+2)^2=x-3$ 2) $(y+2)^2=-3(x-3)$
3) $(x-3)^2=4(y+2)$

09

1) $(y+2)^2=4(x-1)$은 $y^2=4x$를 x축의 방향으로 $\boxed{1}$만큼, y축의 방향으로 $\boxed{-2}$만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{y^2=4x \longrightarrow (y+2)^2=4(x-1)}$
초점	$(1,\ 0) \xrightarrow{(1+\boxed{1},\ 0-\boxed{2})} \mathbf{(2,\ \boxed{-2})}$
준선	$x=-1 \xrightarrow{x=-1+\boxed{1}} \boxed{\boldsymbol{x=0}}$

2) $y^2=-x+4=-(x-4)$는 $y^2=-x$를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{y^2=-x \longrightarrow y^2=-(x-4)}$
초점	$\left(-\frac{1}{4},\ 0\right) \xrightarrow{\left(-\frac{1}{4}+4,\ 0\right)} \boldsymbol{\left(\frac{15}{4},\ 0\right)}$
준선	$x=\frac{1}{4} \xrightarrow{x=\frac{1}{4}+4} \boldsymbol{x=\frac{17}{4}}$

3) $(x-4)^2=8(y+5)$는 $x^2=8y$를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{x^2=8y \longrightarrow (x-4)^2=8(y+5)}$
초점	$(0,\ 2) \xrightarrow{(0+4,\ 2-5)} \mathbf{(4,\ -3)}$
준선	$y=-2 \xrightarrow{y=-2-5} \boldsymbol{y=-7}$

4) $(x+1)^2=-2(y-1)$은 $x^2=-2y$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{x^2=-2y \longrightarrow (x+1)^2=-2(y-1)}$
초점	$\left(0,\ -\frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\left(0-1,\ -\frac{1}{2}+1\right)} \boldsymbol{\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)}$
준선	$y=\frac{1}{2} \xrightarrow{y=\frac{1}{2}+1} \boldsymbol{y=\frac{3}{2}}$

답 1) 초점 : $(2,\ -2)$, 준선 : $x=0$
2) 초점 : $\left(\dfrac{15}{4},\ 0\right)$, 준선 : $x=\dfrac{17}{4}$
3) 초점 : $(4,\ -3)$, 준선 : $y=-7$
4) 초점 : $\left(-1,\ \dfrac{1}{2}\right)$, 준선 : $y=\dfrac{3}{2}$

10

1) $y^2-6y-8x+1=0$

$y^2-6y=8x-1$

$y^2-6y+\boxed{9}=8x-1+\boxed{9}$

$\therefore (y-\boxed{3})^2=8(x+\boxed{1})$

즉, $(y-\boxed{3})^2=8(x+\boxed{1})$은 $y^2=8x$를 x축의 방향으로 $\boxed{-1}$만큼, y축의 방향으로 $\boxed{3}$만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{y^2=8x \longrightarrow (y-\boxed{3})^2=8(x+\boxed{1})}$
꼭짓점	$(0,\ 0) \xrightarrow{(0-\boxed{1},\ 0+\boxed{3})} \mathbf{(\boxed{-1},\ 3)}$
초점	$(2,\ 0) \xrightarrow{(2-\boxed{1},\ 0+\boxed{3})} \mathbf{(1,\ \boxed{3})}$
준선	$x=-2 \xrightarrow{x=-2-\boxed{1}} \boldsymbol{x=\boxed{-3}}$

2) $y^2-4y=-4x+12$

$y^2-4y+4=-4x+12+4$

$\therefore (y-2)^2=-4(x-4)$

즉, $(y-2)^2=-4(x-4)$는 $y^2=-4x$를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{y^2=-4x \longrightarrow (y-2)^2=-4(x-4)}$
꼭짓점	$(0,\ 0) \xrightarrow{(0+4,\ 0+2)} \mathbf{(4,\ 2)}$
초점	$(-1,\ 0) \xrightarrow{(-1+4,\ 0+2)} \mathbf{(3,\ 2)}$
준선	$x=1 \xrightarrow{x=1+4} \boldsymbol{x=5}$

3) $y^2-2y=x \Rightarrow y^2-2y+1=x+1$

$\therefore (y-1)^2=x+1$

즉, $(y-1)^2=x+1$은 $y^2=x$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{y^2=x \longrightarrow (y-1)^2=x+1}$
꼭짓점	$(0,\ 0) \xrightarrow{(0-1,\ 0+1)} \mathbf{(-1,\ 1)}$
초점	$\left(\frac{1}{4},\ 0\right) \xrightarrow{\left(\frac{1}{4}-1,\ 0+1\right)} \boldsymbol{\left(-\frac{3}{4},\ 1\right)}$
준선	$x=-\frac{1}{4} \xrightarrow{x=-\frac{1}{4}-1} \boldsymbol{x=-\frac{5}{4}}$

4) $x^2+4x=4y \Rightarrow x^2+4x+4=4y+4$

$\therefore (x+2)^2=4(y+1)$

즉, $(x+2)^2=4(y+1)$은 $x^2=4y$를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{x^2=4y \longrightarrow (x+2)^2=4(y+1)}$
꼭짓점	$(0,\ 0) \xrightarrow{(0-2,\ 0-1)} \mathbf{(-2,\ -1)}$
초점	$(0,\ 1) \xrightarrow{(0-2,\ 1-1)} \mathbf{(-2,\ 0)}$
준선	$y=-1 \xrightarrow{y=-1-1} \boldsymbol{y=-2}$

5) $x^2+6x=-4y-1 \Rightarrow x^2+6x+9=-4y-1+9$

$\therefore (x+3)^2=-4(y-2)$

즉, $(x+3)^2=-4(y-2)$는 $x^2=-4y$를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

	$\boldsymbol{x^2=-4y \longrightarrow (x+3)^2=-4(y-2)}$
꼭짓점	$(0,\ 0) \xrightarrow{(0-3,\ 0+2)} \mathbf{(-3,\ 2)}$
초점	$(0,\ -1) \xrightarrow{(0-3,\ -1+2)} \mathbf{(-3,\ 1)}$
준선	$y=1 \xrightarrow{y=1+2} \boldsymbol{y=3}$

6) $x^2-4x-8y+28=0 \Rightarrow x^2-4x=8y-28$
$x^2-4x+4=8y-28+4$
$\therefore (x-2)^2=8(y-3)$
즉, $(x-2)^2=8(y-3)$은 $x^2=8y$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

	$x^2=8y \longrightarrow (x-2)^2=8(y-3)$		
꼭짓점	$(0,\ 0)$	$\xrightarrow{(0+2,\ 0+3)}$	$(2,\ 3)$
초점	$(0,\ 2)$	$\xrightarrow{(0+2,\ 2+3)}$	$(2,\ 5)$
준선	$y=-2$	$\xrightarrow{y=-2+3}$	$y=1$

답 1) 꼭짓점 : $(-1, 3)$, 초점 : $(1, 3)$, 준선 : $x=-3$
2) 꼭짓점 : $(4, 2)$, 초점 : $(3, 2)$, 준선 : $x=5$
3) 꼭짓점 : $(-1, 1)$, 초점 : $\left(-\frac{3}{4}, 1\right)$, 준선 : $x=-\frac{5}{4}$
4) 꼭짓점 : $(-2, -1)$, 초점 : $(-2, 0)$, 준선 : $y=-2$
5) 꼭짓점 : $(-3, 2)$, 초점 : $(-3, 1)$, 준선 : $y=3$
6) 꼭짓점 : $(2, 3)$, 초점 : $(2, 5)$, 준선 : $y=1$

11

포물선 $y^2=kx=4\cdot\frac{k}{4}x$의 초점의 좌표는 $\left(\frac{k}{4}, 0\right)$, 준선의 방정식은 $x=-\frac{k}{4}$

이 포물선을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선 $(y-n)^2=k(x-m)$의 초점의 좌표는 $\left(\frac{k}{4}+m, n\right)$, 준선의 방정식은 $x=-\frac{k}{4}+m$

이때, 초점이 $\mathrm{F}(4,\ 0)$이고 준선이 $x=-2$이므로

$\frac{k}{4}+m=4$, $n=0$, $-\frac{k}{4}+m=-2$

$\therefore \boldsymbol{m=1,\ n=0,\ k=12}$ 답 $m=1$, $n=0$, $k=12$

12

1) 타원 위의 점에서 두 초점 사이의 거리의 합은 장축의 길이와 같으므로 $\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PF'}}=2\times5=\mathbf{10}$
2) 타원 위의 점에서 두 초점 사이의 거리의 합은 장축의 길이와 같으므로 $\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PF'}}=2\times4=\mathbf{8}$ 답 1) 10 2) 8

13

타원 위의 임의의 한 점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면
$\overline{\mathrm{PF}}=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$, $\overline{\mathrm{PF'}}=\sqrt{(x+c)^2+y^2}$
$\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PF'}}=\boxed{2a}$이므로
$\overline{\mathrm{PF}}=2a-\overline{\mathrm{PF'}}$에서
$\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\boxed{2a-\sqrt{(x+c)^2+y^2}}$
위 식의 양변을 제곱하여 정리하면
$cx+a^2=a\times\boxed{\sqrt{(x+c)^2+y^2}}$
다시 양변을 제곱하여 정리하면
$(\boxed{a^2-c^2})x^2+a^2y^2=a^2(\boxed{a^2-c^2})$
$\boxed{b^2=a^2-c^2}$으로 놓으면 $\boxed{b^2}x^2+a^2y^2=a^2b^2$
$\therefore \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 답 해설 참조

14

1) 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에서 두 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$이라 하면 $2a=\boxed{10} \Rightarrow a=\boxed{5}$, $c^2=\boxed{16}$
또, $c^2=a^2-b^2$이므로
$\boxed{16}=\boxed{25}-b^2 \quad \therefore b^2=\boxed{9}$
$\therefore \dfrac{\boldsymbol{x^2}}{\boxed{25}}+\dfrac{\boldsymbol{y^2}}{\boxed{9}}=\mathbf{1}$

2) 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에서 두 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$이라 하면 $2a=6 \Rightarrow a=3$, $c^2=4$
또, $c^2=a^2-b^2$이므로
$4=9-b^2 \quad \therefore b^2=5$
$\therefore \boldsymbol{\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1}$

3) 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에서 두 초점의 좌표를 $(0, c)$, $(0, -c)$라 하면 $2b=4 \Rightarrow b=2$, $c^2=1$
또, $c^2=b^2-a^2$이므로
$1=4-a^2 \quad \therefore a^2=3$
$\therefore \boldsymbol{\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1}$

4) 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에서 두 초점의 좌표를 $(0, c)$, $(0, -c)$라 하면 $2b=10 \Rightarrow b=5$, $c^2=16$
또, $c^2=b^2-a^2$이므로
$16=25-a^2 \quad \therefore a^2=9$
$\therefore \boldsymbol{\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1}$

답 1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$
3) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 4) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$

15

1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$에서
(장축의 길이)$=2\times5=\mathbf{10}$, (단축의 길이)$=2\times2=\mathbf{4}$
두 초점의 좌표를 $(c,\ 0)$, $(-c,\ 0)$이라 하면
$c^2=25-4=21 \quad \therefore \boldsymbol{(\sqrt{21}, 0), (-\sqrt{21}, 0)}$

2) $4x^2+7y^2=28 \Rightarrow \frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{4}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{7})^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$에서
(장축의 길이)$=2\times\sqrt{7}=\mathbf{2\sqrt{7}}$, (단축의 길이)$=2\times2=\mathbf{4}$
두 초점의 좌표를 $(c,\ 0)$, $(-c,\ 0)$이라 하면
$c^2=7-4=3 \quad \therefore \boldsymbol{(\sqrt{3},\ 0),\ (-\sqrt{3},\ 0)}$

3) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{100}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{10^2}=1$에서
(장축의 길이)$=2\times10=\mathbf{20}$, (단축의 길이)$=2\times6=\mathbf{12}$
두 초점의 좌표를 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$라 하면
$c^2=100-36=64 \quad \therefore \boldsymbol{(0,\ 8),\ (0,\ -8)}$

4) $x^2+\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow x^2+\frac{y^2}{3^2}=1$에서

(장축의 길이)$=2\times3=\mathbf{6}$, (단축의 길이)$=2\times1=\mathbf{2}$
두 초점의 좌표를 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$라 하면
$c^2=9-1=8$
$\therefore$ $\mathbf{(0,\ 2\sqrt{2}),\ (0,\ -2\sqrt{2})}$

5) $9x^2+5y^2=45 \Rightarrow \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{(\sqrt{5})^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$에서

(장축의 길이)$=2\times3=\mathbf{6}$, (단축의 길이)$=2\times\sqrt{5}=\mathbf{2\sqrt{5}}$
두 초점의 좌표를 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$라 하면
$c^2=9-5=4$
$\therefore$ $\mathbf{(0,\ 2),\ (0,\ -2)}$

답 1) $10,\ 4,\ (\sqrt{21},\ 0),\ (-\sqrt{21},\ 0)$
2) $2\sqrt{7},\ 4,\ (\sqrt{3},\ 0),\ (-\sqrt{3},\ 0)$
3) $20,\ 12,\ (0,\ 8),\ (0,\ -8)$
4) $6,\ 2,\ (0,\ 2\sqrt{2}),\ (0,\ -2\sqrt{2})$
5) $6,\ 2\sqrt{5},\ (0,\ 2),\ (0,\ -2)$

16

1) 포물선 $y^2=4x$의 초점의 좌표는 $(1,\ 0)$이므로
$a^2=1^2+1^2=2$
$\therefore a=\sqrt{2}$
따라서 타원 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\,(a>1)$의 장축의 길이는 $2a=\mathbf{2\sqrt{2}}$이다.

2) 구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이라 하고 $\mathrm{B}(c,\ 0)$, $\mathrm{C}(-c,\ 0)$(단, $a>c>0$)이라 하면

$\overline{\mathrm{BC}}=2c=5$에서 $c=\frac{5}{2}$

$\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}=2a=10$에서 $a=5$

$b^2=a^2-c^2=25-\frac{25}{4}=\frac{75}{4}$

따라서 $b=\frac{5\sqrt{3}}{2}$이므로 구하는 타원의 단축의 길이는 $2b=\mathbf{5\sqrt{3}}$이다.

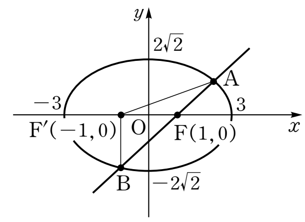
3) 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$의 두 초점 F_1, F_2로부터 타원 위의 한 점까지의 거리의 합은 장축의 길이와 같으므로 $2\times5=10$이다.
따라서 구하는 이동 거리는 $2\times10=\mathbf{20}$이다.

4) 타원의 장축의 길이는 $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이와 같으므로
$\overline{\mathrm{AB}}^2=6^2+8^2=100$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=10$
또, 타원의 단축의 길이는 밑면의 지름의 길이와 같으므로 단축의 길이는 $2\times3=6$이다.
이때 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$이므로
한 초점을 $\mathrm{F}(c,\ 0)\,(c>0)$이라 하면
$c^2=25-9=16 \Rightarrow c=4$
따라서 구하는 두 초점 사이의 거리는 $2c=\mathbf{8}$이다.

답 1) $2\sqrt{2}$ 2) $5\sqrt{3}$ 3) 20 4) 8

17

두 점 F, F′은 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$의 초점이고, 두 점 A, B는 이 타원 위의 점이므로
$\overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{AF'}}=2a$,
$\overline{\mathrm{BF}}+\overline{\mathrm{BF'}}=2a$
이때, $\triangle\mathrm{AF'B}$의 둘레의 길이가 12이므로
$4a=12$에서 $a=3$이므로
$b^2=a^2-1^2=8$



따라서 구하는 타원의 방정식은 $\mathbf{\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1}$이다.

답 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$

18

1) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면
$\mathbf{\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1}$

2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$의 꼭짓점의 좌표는
$(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$, $(0,\ -2)$, $(0,\ 2)$
이고, x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 꼭짓점의 좌표는
$(-3-3,\ 0+2)$, $(3-3,\ 0+2)$,
$(0-3,\ -2+2)$, $(0-3,\ 2+2)$
즉, $\mathbf{(-6,\ 2),\ (0,\ 2),\ (-3,\ 0),\ (-3,\ 4)}$이다.
한편, 장축과 단축의 길이는 평행이동해도 변함없으므로 장축의 길이는 $2\times3=\mathbf{6}$, 단축의 길이는 $2\times2=\mathbf{4}$이다.

3) 원래 타원의 초점의 좌표 $(\sqrt{5},\ 0)$, $(-\sqrt{5},\ 0)$을 평행이동하면 $\mathbf{(\sqrt{5}-3,\ 2),\ (-\sqrt{5}-3,\ 2)}$이다.

답 1) $\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$
2) $(-6,\ 2),\ (0,\ 2),\ (-3,\ 0),\ (-3,\ 4),\ 6,\ 4$
3) $(\sqrt{5}-3,\ 2),\ (-\sqrt{5}-3,\ 2)$

19

1) $4x^2+9y^2-16x+36y+16=0$에서
$4(x^2-4x)+9(y^2+4y)=-16$
$4(x-2)^2+9(y+2)^2=-16+16+36=36$
$\therefore \frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$

이는 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 초점의 좌표도 $(\sqrt{5},\ 0)$, $(-\sqrt{5},\ 0)$에서 $\mathbf{(\sqrt{5}+2,\ -2),\ (-\sqrt{5}+2,\ -2)}$로 평행이동된다.
한편, 장축과 단축의 길이는 평행이동해도 변함없으므로 장축의 길이는 $2\times3=\mathbf{6}$, 단축의 길이는 $2\times2=\mathbf{4}$이다.

2) $25x^2+16y^2+100x-96y-156=0$에서

$25(x^2+4x)+16(y^2-6y)=156$

$25(x+2)^2+16(y-3)^2=156+100+144=400$

$\therefore \dfrac{(x+2)^2}{16}+\dfrac{(y-3)^2}{25}=1$

이는 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 초점의 좌표도 $(0,\ 3)$, $(0,\ -3)$에서 $\mathbf{(-2,\ 6),\ (-2,\ 0)}$으로 평행이동된다.

한편, 장축과 단축의 길이는 평행이동해도 변함없으므로 장축의 길이는 $2\times5=\mathbf{10}$, 단축의 길이는 $2\times4=\mathbf{8}$이다.

답 1) $(\sqrt{5}+2,\ -2)$, $(-\sqrt{5}+2,\ -2)$, 6, 4
2) $(-2,\ 6)$, $(-2,\ 0)$, 10, 8

20

$2x^2-8x+3y^2+12y+14=0$을 정리하면

$2(x^2-4x)+3(y^2+4y)=-14$

$2(x-2)^2+3(y+2)^2=-14+8+12=6$

$\therefore \dfrac{(x-2)^2}{3}+\dfrac{(y+2)^2}{2}=1$

이것은 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 $m=2, n=-2$

한편, $\dfrac{2x^2}{6}+\dfrac{3y^2}{6}=1$에서 $k=6$

$\therefore m+n+k=2-2+6=\mathbf{6}$ 답 6

21

1) 쌍곡선 위의 임의의 점에서 두 초점에 이르는 거리의 차는 주축의 길이와 같으므로 $1-(-1)=\mathbf{2}$

2) 쌍곡선 위의 임의의 점에서 두 초점에 이르는 거리의 차는 주축의 길이와 같으므로 $3-(-3)=\mathbf{6}$ 답 1) 2 2) 6

22

쌍곡선 위의 임의의 한 점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라고 하면

$\overline{\mathrm{PF}}=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$

$\overline{\mathrm{PF'}}=\sqrt{(x+c)^2+y^2}$

$|\overline{\mathrm{PF}}-\overline{\mathrm{PF'}}|=\boxed{\boldsymbol{2a}}$이므로

$\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\boxed{\boldsymbol{\sqrt{(x+c)^2+y^2}}}\pm2a$

위 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$cx+a^2=\pm a\times\boxed{\boldsymbol{\sqrt{(x+c)^2+y^2}}}$

다시 양변을 제곱하여 정리하면

$(\boxed{\boldsymbol{c^2-a^2}})x^2-a^2y^2=a^2(\boxed{\boldsymbol{c^2-a^2}})$

$b^2=\boxed{\boldsymbol{c^2-a^2}}$으로 놓으면

$\boxed{\boldsymbol{b^2}}x^2-a^2y^2=a^2b^2$

$\therefore \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=\boxed{\mathbf{1}}$

답 $2a$, $\sqrt{(x+c)^2+y^2}$, $\sqrt{(x+c)^2+y^2}$, c^2-a^2, c^2-a^2, c^2-a^2, b^2, 1

23

1) 초점의 좌표가 $(c,\ 0)$, $(-c,\ 0)$인 쌍곡선의 방정식

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$에서

$2a=\boxed{10}$에서 $a=\boxed{5}$

$c^2=\boxed{36}$이고, $c^2=a^2+b^2$이므로

$\boxed{36}=\boxed{25}+b^2$ $\quad\therefore b^2=\boxed{11}$

$\therefore \dfrac{\boldsymbol{x^2}}{\boxed{\mathbf{25}}}-\dfrac{\boldsymbol{y^2}}{\boxed{\mathbf{11}}}=\mathbf{1}$

2) $2a=4$에서 $a=2$

$c^2=9$이고, $c^2=a^2+b^2$이므로

$9=4+b^2$ $\quad\therefore b^2=5$

$\therefore \boldsymbol{\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1}$

3) 초점의 좌표가 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$인 쌍곡선의 방정식

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$에서

$2b=4$에서 $b=2$

$c^2=25$이고, $c^2=a^2+b^2$이므로

$25=a^2+4$ $\quad\therefore a^2=21$

$\therefore \boldsymbol{\dfrac{x^2}{21}-\dfrac{y^2}{4}=-1}$

4) $2b=2$에서 $b=1$

$c^2=16$이고, $c^2=a^2+b^2$이므로

$16=a^2+1$ $\quad\therefore a^2=15$

$\therefore \boldsymbol{\dfrac{x^2}{15}-y^2=-1}$

답 1) $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{11}=1$ 2) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$
3) $\dfrac{x^2}{21}-\dfrac{y^2}{4}=-1$ 4) $\dfrac{x^2}{15}-y^2=-1$

24

1) $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{4}=1$에서

주축의 길이 : $2a=2\times\sqrt{25}=\mathbf{10}$

두 초점의 좌표를 $(c,\ 0)$, $(-c,\ 0)$이라 하면

$c^2=a^2+b^2=25+4=29$ $\quad\therefore c=\pm\sqrt{29}$

초점의 좌표 : $\mathbf{(\sqrt{29},\ 0),\ (-\sqrt{29},\ 0)}$

2) $\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=1$에서

주축의 길이는 $2a=2\times\sqrt{144}=\mathbf{24}$

두 초점의 좌표를 $(c,\ 0)$, $(-c,\ 0)$이라 하면

$c^2=a^2+b^2=144+25=169$ $\quad\therefore c=\pm13$

초점의 좌표 : $\mathbf{(13,\ 0),\ (-13,\ 0)}$

3) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{12}=-1$에서

주축의 길이 : $2b=2\times\sqrt{12}=\mathbf{4\sqrt{3}}$

두 초점의 좌표를 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$라 하면

$c^2=a^2+b^2=16+12=28$ $\quad\therefore c=\pm2\sqrt{7}$

초점의 좌표 : $\mathbf{(0,\ 2\sqrt{7}),\ (0,\ -2\sqrt{7})}$

4) $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{20}=-1$에서

주축의 길이 : $2b=2\times\sqrt{20}=\mathbf{4\sqrt{5}}$
두 초점의 좌표를 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$라 하면
$c^2=a^2+b^2=12+20=32 \qquad \therefore c=\pm4\sqrt{2}$
초점의 좌표 : $\mathbf{(0,\ 4\sqrt{2}),\ (0,\ -4\sqrt{2})}$

5) $2x^2-y^2=-4$에서 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=-1$

주축의 길이 : $2b=2\times\sqrt{4}=\mathbf{4}$
두 초점의 좌표를 $(0,\ c)$, $(0,\ -c)$라 하면
$c^2=a^2+b^2=2+4=6 \qquad \therefore c=\pm\sqrt{6}$
초점의 좌표 : $\mathbf{(0,\ \sqrt{6}),\ (0,\ -\sqrt{6})}$

답 1) $(\sqrt{29},\ 0)$, $(-\sqrt{29},\ 0)$, 10
2) $(13,\ 0)$, $(-13,\ 0)$, 24
3) $(0,\ 2\sqrt{7})$, $(0,\ -2\sqrt{7})$, $4\sqrt{3}$
4) $(0,\ 4\sqrt{2})$, $(0,\ -4\sqrt{2})$, $4\sqrt{5}$
5) $(0,\ \sqrt{6})$, $(0,\ -\sqrt{6})$, 4

25

1) 두 점 $A(6,\ 0)$, $B(-2,\ 0)$에서의 거리의 차가 6인 점을 $P(x,\ y)$라 하면

$|\overline{AP}-\overline{BP}|=\boxed{6}$이므로

$\sqrt{(x-6)^2+y^2}-\sqrt{(x+2)^2+y^2}=\boxed{\pm6}$

$\sqrt{(x-6)^2+y^2}=\sqrt{(x+2)^2+y^2}\pm\boxed{6}$

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$4x+1=\boxed{\pm3}\sqrt{(x+2)^2+y^2}$

다시 양변을 제곱하여 정리하면

$\boxed{7x^2-28x-9y^2-35}=0$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$\frac{(x-\boxed{2})^2}{\boxed{9}}-\frac{y^2}{\boxed{7}}=1$이다.

2) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{5}=1$의 두 초점의 좌표는 $(\pm\sqrt{a^2+5},\ 0)$

타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{a^2}=1$의 두 초점의 좌표와 같으므로

$a^2+5=25-a^2$
$a^2=10 \qquad \therefore \mathbf{a=\sqrt{10}}\ (\because a>0)$

3) 타원 $9x^2+4y^2=36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=\boxed{1}$의 초점은

$(0,\ \pm\boxed{\sqrt{5}})$이다. 쌍곡선의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-\boxed{1}$

이라 두면 주축의 길이가 4이므로 $2b=\boxed{4}$

$\therefore\ b=\boxed{2}$

따라서 $5=a^2+\boxed{4}$에서 $a=\boxed{1}$이므로 구하는 쌍곡선의

방정식은 $\mathbf{x^2-\frac{y^2}{\boxed{4}}=\boxed{-1}}$이다.

답 1) $\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$ 2) $\sqrt{10}$ 3) $x^2-\frac{y^2}{4}=-1$

26

타원의 정의에 의하여
$\overline{PF'}+\overline{PF}=2\times5=10$
점 P는 제1사분면 위의 점이므로
쌍곡선의 정의에 의하여
$\overline{PF'}-\overline{PF}=2\sqrt{5}$
$\therefore \overline{PF'}^2-\overline{PF}^2=(\overline{PF'}+\overline{PF})(\overline{PF'}-\overline{PF})$
$=10\times2\sqrt{5}=\mathbf{20\sqrt{5}}$

답 $20\sqrt{5}$

27

4) $4x^2-3y^2=-12$에서

$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=-1$

$\therefore \mathbf{y}=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}x=\mathbf{\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}x}$

답 1) $y=\pm\frac{2}{3}x$ 2) $y=\pm\frac{3}{2}x$
3) $y=\pm x$ 4) $y=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}x$

28

1) $x^2-a^2y^2=a^2\ (a>0)$에서 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$이므로 점근선은

$y=\pm\frac{1}{a}x$이다.

한편, 한 점근선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$이므로 이 점근선의 기울기는

$\tan\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\therefore a=\mathbf{\sqrt{3}}$

2) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 점 $(5,\ 2)$를 지나므로

$\frac{25}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1 \ \cdots$ ㉠

한편, 두 점근선 $y=\pm\frac{b}{a}x$가 수직으로 만나고, 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1이므로

$\frac{b}{a}\cdot\left(-\frac{b}{a}\right)=-1$
$\therefore a^2=b^2$

이를 ㉠에 대입하면 $\frac{25}{a^2}-\frac{4}{a^2}=1$

$\frac{21}{a^2}=1$
$\therefore a^2=b^2=21$
$\therefore a^2+b^2=\mathbf{42}$

답 1) $\sqrt{3}$ 2) 42

29

2) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$의 꼭짓점의 좌표는

$(-\sqrt{5},\ 0)$, $(\sqrt{5},\ 0)$이고, x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 꼭짓점의 좌표는

$(-\sqrt{5}-3,\ 0+2)$, $(\sqrt{5}-3,\ 0+2)$,

즉 $\mathbf{(-\sqrt{5}-3,\ 2)}$, $\mathbf{(\sqrt{5}-3,\ 2)}$이다.

한편, 주축의 길이는 평행이동해도 변함없으므로

$2a=\mathbf{2\sqrt{5}}$이다.

3) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$의 초점의 좌표는 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$이므로

평행이동한 초점의 좌표는

$(-3-3,\ 0+2)$, $(3-3,\ 0+2)$, 즉 $\mathbf{(-6,\ 2)}$, $\mathbf{(0,\ 2)}$이다.

답 1) $\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$

2) $(-\sqrt{5}-3,\ 2)$, $(\sqrt{5}-3,\ 2)$, $2\sqrt{5}$

3) $(-6,\ 2)$, $(0,\ 2)$

30

1) $3x^2-4y^2-12x-8y-4=0$

$3(x^2-4x)-4(y^2+2y)=4$

$3(x-2)^2-4(y+1)^2=4+12-4=12$

$\therefore \frac{(x-2)^2}{4}-\frac{(y+1)^2}{3}=1$

이는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

	$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1 \longrightarrow \frac{(x-2)^2}{4}-\frac{(y+1)^2}{3}=1$
초점	$(\pm\sqrt{7},\ 0) \xrightarrow{(\pm\sqrt{7}+2,\ 0-1)} \mathbf{(\pm\sqrt{7}+2,\ -1)}$
꼭짓점	$(2,\ 0),\ (-2,\ 0) \xrightarrow[(-2+2,\ 0-1)]{(2+2,\ 0-1)} \mathbf{(4,\ -1),\ (0,\ -1)}$
주축의 길이	$2a=4 \xrightarrow{\text{변화 없음}} \mathbf{4}$

2) $4x^2-y^2-16x-2y+19=0$에서

$4(x^2-4x)-(y^2+2y)=-19$

$4(x-2)^2-(y+1)^2=-19+16-1=-4$

$\therefore (x-2)^2-\frac{(y+1)^2}{4}=-1$

이는 $x^2-\frac{y^2}{4}=-1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

	$x^2-\frac{y^2}{4}=-1 \longrightarrow (x-2)^2-\frac{(y+1)^2}{4}=-1$
초점	$(0,\ \pm\sqrt{5}) \xrightarrow{(0+2,\ \pm\sqrt{5}-1)} \mathbf{(2,\ -1\pm\sqrt{5})}$
꼭짓점	$(0,\ 2),\ (0,\ -2) \xrightarrow[(0+2,\ -2-1)]{(0+2,\ 2-1)} \mathbf{(2,\ 1),\ (2,\ -3)}$
주축의 길이	$2b=4 \xrightarrow{\text{변화 없음}} \mathbf{4}$

답 1) $(\pm\sqrt{7}+2,\ -1)$, $(4,\ -1)$, $(0,\ -1)$, 4

2) $(2,\ -1\pm\sqrt{5})$, $(2,\ 1)$, $(2,\ -3)$, 4

31

$9x^2-4y^2-36x+8y+68=0$에서

$9(x^2-4x)-4(y^2-2y)=-68$

$9(x-2)^2-4(y-1)^2=-36$

$\therefore \frac{(x-2)^2}{4}-\frac{(y-1)^2}{9}=-1$

이는 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=-1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 $m=2$, $n=1$

한편, $\frac{9x^2}{k}-\frac{4y^2}{k}=-1$은 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=-1$과 같으므로

$\frac{9}{k}=\frac{1}{4}$, $\frac{4}{k}=\frac{1}{9}$ $\quad\therefore k=36$

$\therefore m+n+k=2+1+36=\mathbf{39}$

답 39

32

$x^2+y^2-9=0$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$\frac{d}{dx}(x^2+y^2-9)=\frac{d}{dx}(0)$

$\frac{d}{dx}(x^2)+\frac{d}{dx}(y^2)-\frac{d}{dx}(9)=\boxed{0}$

$2x+\frac{d}{dy}(y^2)\times\boxed{\frac{dy}{dx}}=\boxed{0}$

$2x+\boxed{2y\frac{dy}{dx}}=0$

$\frac{dy}{dx}=\boxed{-\frac{x}{y}}$

답 0, $\frac{dy}{dx}$, 0, $2y\frac{dy}{dx}$, $-\frac{x}{y}$

33

1) $xy=25$에서

$\frac{d}{dx}(xy)=\frac{d}{dx}(25) \Rightarrow \frac{d}{dx}(x)\,y+x\frac{d}{dx}(y)=0$

$y+x\frac{d}{dy}(y)\cdot\frac{dy}{dx}=0$

$y+x\frac{dy}{dx}=0$ $\quad\therefore \mathbf{\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}}$

2) $x^2-y^2=4$에서

$\frac{d}{dx}(x^2)-\frac{d}{dx}(y^2)=\frac{d}{dx}(4)$

$2x-\frac{d}{dy}(y^2)\cdot\frac{dy}{dx}=0$

$2x-2y\frac{dy}{dx}=0$ $\quad\therefore \mathbf{\frac{dy}{dx}=\frac{x}{y}}$

3) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$에서

$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{4}\right)+\frac{d}{dx}\left(\frac{y^2}{9}\right)=\frac{d}{dx}(1)$

$\frac{2x}{4}+\frac{d}{dy}\left(\frac{y^2}{9}\right)\cdot\frac{dx}{dy}=0$

$\frac{x}{2}+\frac{2}{9}y\frac{dy}{dx}=0$ $\quad\therefore \mathbf{\frac{dy}{dx}=-\frac{9x}{4y}}$

4) $2x^2+y^2=1$에서

$$\frac{d}{dx}(2x^2)+\frac{d}{dx}(y^2)=\frac{d}{dx}(1)$$

$$2\cdot 2x+\frac{d}{dy}(y^2)\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$4x+2y\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{y}}$$

5) $x^2y=8$에서

$$\frac{d}{dx}(x^2y)=\frac{d}{dx}(8)$$

$$\frac{d}{dx}(x^2)\,y+x^2\frac{d}{dx}(y)=0$$

$$2x\cdot y+x^2\cdot\frac{d}{dy}(y)\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$2xy+x^2\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=-\frac{2y}{x}}$$

답 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}$ 2) $\frac{dy}{dx}=\frac{x}{y}$ 3) $\frac{dy}{dx}=-\frac{9x}{4y}$

4) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{y}$ 5) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2y}{x}$

34

1) $x^2+xy+y^2=12$에서

$$\frac{d}{dx}(x^2)+\frac{d}{dx}(xy)+\frac{d}{dx}(y^2)=\frac{d}{dx}(12)$$

$$2x+y+x\frac{dy}{dx}+2y\frac{dy}{dx}=0$$

$$2x+y+(x+2y)\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=-\frac{2x+y}{x+2y}}$$

2) $x^2y+xy^2+x+y=0$에서

$$\frac{d}{dx}(x^2y)+\frac{d}{dx}(xy^2)+\frac{d}{dx}(x)+\frac{d}{dx}(y)=0$$

$$2xy+x^2\frac{dy}{dx}+y^2+2xy\frac{dy}{dx}+1+\frac{dy}{dx}=0$$

$$(x^2+2xy+1)\frac{dy}{dx}=-(2xy+y^2+1)$$

$$\therefore \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=-\frac{2xy+y^2+1}{x^2+2xy+1}}$$

답 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2x+y}{x+2y}$ 2) $\frac{dy}{dx}=-\frac{2xy+y^2+1}{x^2+2xy+1}$

35

1) $y^2=6x$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$2y\cdot\frac{dy}{dx}=6 \qquad \therefore \frac{dy}{dx}=\boxed{\frac{3}{y}} \quad \cdots ㉠$$

$y=\boxed{6}$을 ㉠에 대입하면 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=\boxed{\frac{1}{2}}$

따라서 구하는 접선은 점 $(6, 6)$을 지나고 기울기가 $\boxed{\frac{1}{2}}$이므로

$$y-6=\boxed{\frac{1}{2}}(x-6) \qquad \therefore \boldsymbol{y=\boxed{\frac{1}{2}}x+\boxed{3}}$$

2) $x^2=24y$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$2x=24\frac{dy}{dx} \qquad \therefore \frac{dy}{dx}=\frac{x}{12} \quad \cdots ㉠$$

$x=12$를 ㉠에 대입하면 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=1$

따라서 구하는 접선은 점 $(12, 6)$을 지나고 기울기가 1이므로

$$y-6=1\cdot(x-12) \qquad \therefore \boldsymbol{y=x-6}$$

3) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\frac{2x}{8}+\frac{2y}{2}\cdot\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \frac{dy}{dx}=-\frac{x}{4y} \quad \cdots ㉠$$

$x=-2$, $y=1$을 ㉠에 대입하면 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 접선은 점 $(-2, 1)$을 지나고 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로

$$y-1=\frac{1}{2}(x+2) \qquad \therefore \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+2}$$

4) $2x^2+y^2=4$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$4x+2y\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{y} \quad \cdots ㉠$$

$x=1$, $y=\sqrt{2}$를 ㉠에 대입하면 접선의 기울기는

$\frac{dy}{dx}=-\sqrt{2}$

따라서 구하는 접선은 점 $(1, \sqrt{2})$를 지나고 기울기가 $-\sqrt{2}$이므로

$$y-\sqrt{2}=-\sqrt{2}(x-1)$$

$$\therefore \boldsymbol{y=-\sqrt{2}x+2\sqrt{2}}$$

5) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{12}=-1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\frac{2x}{8}-\frac{2y}{12}\cdot\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \frac{dy}{dx}=\frac{3x}{2y} \quad \cdots ㉠$$

$x=4$, $y=6$을 ㉠에 대입하면 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=1$

따라서 구하는 접선은 점 $(4, 6)$을 지나고 기울기가 1이므로

$$y-6=1\cdot(x-4) \qquad \therefore \boldsymbol{y=x+2}$$

6) $3x^2-2y^2=1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$6x-4y\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \frac{dy}{dx}=\frac{3x}{2y} \quad \cdots ㉠$$

$x=1$, $y=1$을 ㉠에 대입하면 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=\frac{3}{2}$

따라서 구하는 접선은 점 $(1, 1)$을 지나고 기울기가 $\frac{3}{2}$이므로

$$y-1=\frac{3}{2}(x-1)$$

$$\therefore \boldsymbol{y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}}$$

【다른 풀이】

1) $y^2=6x=4\cdot\frac{3}{2}x$에서 $6\cdot y=2\cdot\frac{3}{2}(x+6)$

$\therefore 2y=x+6 \Rightarrow \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+3}$

2) $x^2=24y=4\cdot 6y$에서 $12x=2\cdot 6(y+6)$

$\therefore x=y+6 \Rightarrow \boldsymbol{y=x-6}$

3) $\frac{-2\cdot x}{8}+\frac{1\cdot y}{2}=1$

$\therefore \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+2}$

4) $2\cdot x+\sqrt{2}\cdot y=4$

$\therefore 2x+\sqrt{2}y=4 \Rightarrow \boldsymbol{y=-\sqrt{2}x+2\sqrt{2}}$

5) $\frac{4\cdot x}{8}-\frac{6\cdot y}{12}=-1$

$\therefore x-y=-2 \Rightarrow \boldsymbol{y=x+2}$

6) $3\cdot x-2\cdot y=1$

$\therefore 3x-2y=1 \Rightarrow \boldsymbol{y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}}$

답 1) $y=\frac{1}{2}x+3$ 2) $y=x-6$

3) $y=\frac{1}{2}x+2$ 4) $y=-\sqrt{2}x+2\sqrt{2}$

5) $y=x+2$ 6) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

36

1) 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점을 $(x_1,\ y_1)$이라 하면

$y_1^2=4x_1$ ⋯ ㉠이고, 접선의 방정식은

$y_1y=\boxed{2}(x+x_1)$ ⋯ ㉡

이때, 점 $(-2,\ 1)$이 접선 위의 점이므로

$y_1=\boxed{2}(x_1-2)$

이를 ㉠에 대입하면

$4(x_1-\boxed{2})^2=4x_1$

$x_1^2-5x_1+\boxed{4}=0$

$(x_1-\boxed{4})(x_1-1)=0$

$\therefore \begin{cases} x_1=1,\ y_1=\boxed{-2} \\ x_1=\boxed{4},\ y_1=4 \end{cases}$

(i) 접점이 $(1,\ \boxed{-2})$일 때 : ㉡에 대입하면

$\boxed{-2}y=2(x+1)$

$\therefore \boldsymbol{y=-x-\boxed{1}}$

(ii) 접점이 $(\boxed{4},\ 4)$일 때 : ㉡에 대입하면

$\boxed{4}y=2(x+\boxed{4})$

$\therefore \boldsymbol{y=\boxed{\frac{1}{2}}x+\boxed{2}}$

2) 포물선 $x^2=-y$ 위의 한 점을 $(x_1,\ y_1)$이라 하면

$x_1^2=-y_1$ ⋯ ㉠이고, 접선의 방정식은

$x_1x=-\frac{1}{2}(y+y_1)$ ⋯ ㉡

이때, 점 $(1,\ 3)$이 이 접선 위의 점이므로

$x_1=-\frac{1}{2}(3+y_1) \Rightarrow y_1=-2x_1-3$

이를 ㉠에 대입하면 $x_1^2=2x_1+3$

$x_1^2-2x_1-3=0 \Rightarrow (x_1-3)(x_1+1)=0$

$\therefore \begin{cases} x_1=-1,\ y_1=-1 \\ x_1=3,\ y_1=-9 \end{cases}$

(i) 접점이 $(-1,\ -1)$일 때 : ㉡에 대입하면

$-x=-\frac{1}{2}(y-1)$ $\therefore \boldsymbol{y=2x+1}$

(ii) 접점이 $(3,\ -9)$일 때 : ㉡에 대입하면

$3x=-\frac{1}{2}(y-9)$ $\therefore \boldsymbol{y=-6x+9}$

3) 타원 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$ 위의 한 점을 $(x_1,\ y_1)$이라 하면

$\frac{x_1^2}{5}+\frac{y_1^2}{9}=1$ ⋯ ㉠이고, 접선의 방정식은

$\frac{x_1x}{5}+\frac{y_1y}{9}=1$ ⋯ ㉡

이때, 점 $(1,\ 3)$이 이 접선 위의 점이므로

$\frac{x_1}{5}+\frac{3y_1}{9}=1 \Rightarrow x_1=-\frac{5}{3}(y_1-3)$

이를 ㉠에 대입하면

$\frac{1}{5}\cdot\frac{25}{9}(y_1-3)^2+\frac{y_1^2}{9}=1$

$6(y_1^2-5y_1+6)=0 \Rightarrow (y_1-2)(y_1-3)=0$

$\therefore \begin{cases} x_1=\frac{5}{3},\ y_1=2 \\ x_1=0,\ y_1=3 \end{cases}$

(i) 접점이 $\left(\frac{5}{3},\ 2\right)$일 때 : ㉡에 대입하면

$\frac{x}{3}+\frac{2y}{9}=1$ $\therefore \boldsymbol{y=-\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}}$

(ii) 접점이 $(0,\ 3)$일 때 : ㉡에 대입하면 $\boldsymbol{y=3}$

4) 쌍곡선 $3x^2-y^2=18$ 위의 한 점을 $(x_1,\ y_1)$이라 하면

$3x_1^2-y_1^2=18$ ⋯ ㉠이고 접선의 방정식은

$3x_1x-y_1y=18$ ⋯ ㉡

이때, 점 $(2,\ 0)$이 이 접선 위의 점이므로

$6x_1=18$ $\therefore x_1=3$

이를 ㉠에 대입하여 정리하면

$27-y_1^2=18$ $\therefore y_1=\pm 3$

(i) 접점이 $(3,\ 3)$일 때 : ㉡에 대입하면

$9x-3y=18$ $\therefore \boldsymbol{y=3x-6}$

(ii) 접점이 $(3,\ -3)$일 때 : ㉡에 대입하면

$9x+3y=18$ $\therefore \boldsymbol{y=-3x+6}$

답 1) $y=-x-1$, $y=\frac{1}{2}x+2$ 2) $y=2x+1$, $y=-6x+9$

3) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$, $y=3$ 4) $y=3x-6$, $y=-3x+6$

37

1) 수직인 두 직선의 기울기의 곱이 $\boxed{-1}$이고,

$x+2y+5=0$, 즉 $y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2}$이므로

조건을 만족하는 직선의 기울기는 $\boxed{2}$이다.

접선의 방정식을 $y=\boxed{2}x+k$라 두고

포물선 $y^2=12x$에 대입하면

$(\boxed{2}x+k)^2=12x$

$\therefore 4x^2+2(\boxed{2k-6})x+k^2=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$D=(\boxed{2k-6})^2-4k^2$

$=-24k+36=0$

$\therefore\ k=\boxed{\dfrac{3}{2}}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $\boldsymbol{y=\boxed{2x+\dfrac{3}{2}}}$이다.

2) x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{4}$인 직선의 기울기는 $\tan\dfrac{\pi}{4}=1$이므로 접선의 방정식을 $y=x+k$라 두고

포물선 $x^2=-2y$에 대입하면 $x^2+2x+2k=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=1-2k=0$

$\therefore k=\dfrac{1}{2}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $\boldsymbol{y=x+\dfrac{1}{2}}$이다.

3) 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 $(2,\ 4)$에서의 접선의 방정식은

$4y=4(x+2)\qquad \therefore y=x+2$

이 접선과 수직인 직선의 기울기는 -1이고,

$y^2=8x \Rightarrow y^2=4\cdot 2x$의 초점의 좌표는 $(2,\ 0)$이므로 구하는 직선은 기울기가 -1이고 점 $(2,\ 0)$을 지난다.

$y-0=-1\cdot(x-2)$

$\therefore \boldsymbol{y=-x+2}$

답 1) $y=2x+\dfrac{3}{2}$　2) $y=x+\dfrac{1}{2}$　3) $y=-x+2$

38

1) x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{4}$인 직선의 기울기는 $\tan\dfrac{\pi}{4}=1$이므로 접선의 방정식을 $y=x+k$라 두고타원 $x^2+2y^2=16$에 대입하면 $x^2+2(x+k)^2=16$

$\therefore 3x^2+4kx+2k^2-16=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=4k^2-3(2k^2-16)=-2k^2+48=0$

$\therefore k=\pm 2\sqrt{6}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $\boldsymbol{y=x\pm 2\sqrt{6}}$이다.

2) 기울기가 1인 직선의 방정식을 $y=x+k$라 하면 타원 $x^2+4y^2=4$에 접하므로 $y=x+k$를 타원 $x^2+4y^2=4$에 대입하면

$x^2+4(x+k)^2=4$

$5x^2+8kx+4k^2-4=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=16k^2-5(4k^2-4)=0$

$4k^2=20\qquad \therefore k=\pm\sqrt{5}$

따라서 접선의 방정식은 $y=x\pm\sqrt{5}$이므로 두 직선 사이의 거리는 $y=x+\sqrt{5}$ 위의 한 점 $(0,\ \sqrt{5})$에서 직선 $x-y-\sqrt{5}=0$에 이르는 거리와 같다.

$\therefore$ (구하는 거리)$=\dfrac{|-\sqrt{5}-\sqrt{5}|}{\sqrt{1+1}}=\boldsymbol{\sqrt{10}}$

3) 타원 $x^2+4y^2=20$ 위의 점 $(4,\ 1)$에서의 접선의 방정식을 구하면

$4x+4y=20$

$\therefore y=-x+5$

이 접선과 점 $(4,\ 1)$에서 수직으로 만나는 직선의 기울기는 1이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-1=1\cdot(x-4)$

$\therefore\ \boldsymbol{y=x-3}$

답 1) $y=x\pm 2\sqrt{6}$　2) $\sqrt{10}$　3) $y=x-3$

39

1) 쌍곡선 $4x^2-y^2=3$ 위의 점 $(-1,\ 1)$에서의 접선의 방정식은 $-4x-y=3 \Rightarrow y=-4x-3$이다. 이와 수직인 직선의 기울기의 곱이 -1이므로 구하는 직선의 기울기는 $\dfrac{1}{4}$이다.

따라서 기울기가 $\dfrac{1}{4}$이고 점 $(-1,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=\dfrac{1}{4}(x+1)+1$이다.

$\therefore \boldsymbol{y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{4}}$

2) x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{3}$인 직선의 기울기는 $\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$이므로 접선의 방정식을 $y=\sqrt{3}x+k$라 두자.

쌍곡선 $4x^2-y^2=-4$에 대입하면

$4x^2-(\sqrt{3}x+k)^2=-4$

$x^2-2\sqrt{3}kx-k^2+4=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=(\sqrt{3}k)^2-(-k^2+4)=0$

$4k^2-4=0$

$\therefore k=\pm 1$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\boldsymbol{y=\sqrt{3}x\pm 1}$이다.

3) 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선의 방정식을 $y=\frac{1}{2}x+k$라 하면 쌍곡선

$x^2-\frac{1}{2}=-1$ ⋯ ㉠에 접하므로 $y=\frac{1}{2}x+k$를 ㉠에 대입하면

$2x^2-\left(\frac{1}{2}x+k\right)^2+2=0$

$7x^2-4kx-4k^2+8=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\therefore \frac{D}{4}=4k^2-7(-4k^2+8)=0 \Rightarrow k^2=\frac{7}{4}$

$\therefore k=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x\pm\frac{\sqrt{7}}{2}}$ 이다.

답 1) $y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$ 2) $y=\sqrt{3}x\pm1$ 3) $y=\frac{1}{2}x\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

40

1) 포물선 $y^2=4x$ 위의 점과 직선 $x-y+5=0$의 최단거리는 이 직선과 기울기가 같은 포물선의 $\boxed{\text{접선}}$에 이르는 거리와 같다.

즉, 기울기가 1인 접선의 방정식을 $y=\boxed{x+k}$ 라 하고

포물선 $y^2=4x$에 대입하면

$(\boxed{x+k})^2=4x$

$\therefore x^2+2(\boxed{k-2})x+k^2=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=(\boxed{k-2})^2-k^2=-4k+4=0$

$\therefore k=\boxed{1}$

따라서 구하는 최단거리는 접선 $y=x+\boxed{1}$ 위의 점

$(0,\ \boxed{1})$에서 직선

$x-y+5=0$에 이르는 거리와 같으므로

$\frac{|0-\boxed{1}+5|}{\sqrt{1+1}}=\boxed{\boldsymbol{2\sqrt{2}}}$ 이다.

2) 타원 $x^2+4y^2=4$ 위의 점과 직선 $x-y-2\sqrt{5}=0$ 사이의 거리의 최솟값은 이 직선과 기울기가 같은 타원의 접선에 이르는 거리와 같다.

즉, 기울기가 1인 접선의 방정식을 $y=x+k$라 하고

타원 $x^2+4y^2=4$에 대입하면

$x^2+4(x+k)^2=4$

$\therefore 5x^2+8kx+4k^2-4=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=16k^2-5(4k^2-4)=-4k^2+20=0$

$\therefore k=\pm\sqrt{5}$

따라서 접선 $x-y-\sqrt{5}=0$ 위의 점 $(0,\ -\sqrt{5})$에서

직선 $x-y-2\sqrt{5}=0$ 사이의 거리와 같으므로

$\frac{|\sqrt{5}-2\sqrt{5}|}{\sqrt{1+1}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{10}}{2}}$ 이다.

3) 쌍곡선 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{16}=1$ 위의 점과 직선 $y=3x$ 사이의 거리의 최솟값은 이 직선과 기울기가 같은 쌍곡선의 접선에 이르는 거리와 같다.

즉, 기울기가 3인 접선의 방정식을 $y=3x+k$라 하고

쌍곡선 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{16}=1$, 즉 $8x^2-y^2=16$에 대입하면

$8x^2-(3x+k)^2=16$

$\therefore x^2+6kx+k^2+16=0$

이때, 이 이차방정식의 판별식 $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=9k^2-(k^2+16)=8k^2-16=0$ $\quad\therefore k=\pm\sqrt{2}$

따라서 접선 $y=3x+\sqrt{2}$ 위의 한 점 $(0,\ \sqrt{2})$에서

직선 $3x-y=0$ 사이의 거리와 같으므로

$\frac{|-\sqrt{2}|}{\sqrt{9+1}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{5}}{5}}$ 이다.

답 1) $2\sqrt{2}$ 2) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

41

1) $x=3t-5,\ y=t^2-3t$에서 $\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{\boxed{dt}}}{\frac{dx}{\boxed{dt}}}=\frac{\boxed{\boldsymbol{2t-3}}}{\boxed{\boldsymbol{3}}}$

2) $x=3t,\ y=t^3+2$에서 $\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{3t^2}{3}=\boldsymbol{t^2}$

3) $x=t+\frac{1}{t},\ y=t-\frac{1}{t}$ 에서

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{1+\frac{1}{t^2}}{1-\frac{1}{t^2}}=\boldsymbol{\frac{t^2+1}{t^2-1}}$$

답 1) $\frac{dy}{dx}=\frac{2t-3}{3}$ 2) $\frac{dy}{dx}=t^2$ 3) $\frac{dy}{dx}=\frac{t^2+1}{t^2-1}$

42

1) $x=\cos t,\ y=\sin t$에서

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\cos t}{-\sin t}=\boldsymbol{-\frac{\cos t}{\sin t}}$$

2) $x=\cos t,\ y=\sin t$에서 $\sin^2 t+\cos^2 t=1$이므로

$\boldsymbol{x^2+y^2=1}$이다.

이것은 반지름의 길이가 **1**인 원이다.

3) $x^2+y^2=1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$\frac{d}{dx}(x^2)+\frac{d}{dx}(y^2)=\frac{d}{dx}(1)$

$2x+2y\frac{dy}{dx}=0 \quad \therefore \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}}$

답 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{\cos t}{\sin t}$

2) $x^2+y^2=1$, 반지름의 길이가 1인 원

3) $\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$

43

1) $x=-2\cos t,\ y=3\sin t$에서

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\boldsymbol{\frac{3\cos t}{2\sin t}}$$

2) $x=-2\cos t,\ y=3\sin t$에서 $\cos^2 t+\sin^2 t=1$이므로

$x=-2\cos t \Rightarrow \cos t=-\frac{x}{2}$이고

$y=3\sin t \Rightarrow \sin t=\frac{y}{3}$에서

$\left(-\frac{x}{2}\right)^2+\left(\frac{y}{3}\right)^2=1 \qquad \therefore \boldsymbol{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1}$

이것은 초점이 $(\mathbf{0},\ \boldsymbol{\pm\sqrt{5}})$이고, 장축의 길이가 **6**, 단축의 길이가 **4**인 타원이다.

3) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{4}\right)+\frac{d}{dx}\left(\frac{y^2}{9}\right)=\frac{d}{dx}(1)$

$\frac{x}{2}+\frac{2y}{9}\cdot\frac{dy}{dx}=0 \qquad \therefore \boldsymbol{\frac{dy}{dx}=-\frac{9x}{4y}}$

답 1) $\frac{dy}{dx}=\frac{3\cos t}{2\sin t}$

2) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$, 초점이 $(0,\ \pm\sqrt{5})$이고 장축의 길이가 6, 단축의 길이가 4인 타원

3) $\frac{dy}{dx}=-\frac{9x}{4y}$

44

1) $x=2\cos t,\ y=2\sin t$에서

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2\cos t}{-2\sin t}=\boldsymbol{-\frac{\cos t}{\sin t}}$$

2) $x=\cos t, y=3\sin t$에서

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{3\cos t}{-\sin t}=\boldsymbol{-\frac{3\cos t}{\sin t}}$$

3) $x=4\cos t, y=-\sin t$에서

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{-\cos t}{-4\sin t}=\boldsymbol{\frac{\cos t}{4\sin t}}$$

답 1) $\frac{dy}{dx}=-\frac{\cos t}{\sin t}$ 2) $\frac{dy}{dx}=-\frac{3\cos t}{\sin t}$ 3) $\frac{dy}{dx}=\frac{\cos t}{4\sin t}$

45

1) $x=a(\theta-\sin\theta),\ y=a(1-\cos\theta)$에서

$\frac{dx}{d\theta}=a(1-\cos\theta),\ \frac{dy}{d\theta}=a\sin\theta$이므로

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{a\sin\theta}{a(1-\cos\theta)}=\boldsymbol{\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}}$$

2) $\begin{cases} x=\cos\theta+\theta\sin\theta \\ y=\sin\theta-\theta\cos\theta \end{cases}$ 에서

$\frac{dx}{d\theta}=-\sin\theta+\sin\theta+\theta\cos\theta=\theta\cos\theta,$

$\frac{dy}{d\theta}=\cos\theta-\cos\theta+\theta\sin\theta=\theta\sin\theta$이므로

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{\theta\sin\theta}{\theta\cos\theta}=\boldsymbol{\tan\theta}$$

답 1) $\frac{dy}{dx}=\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ 2) $\frac{dy}{dx}=\tan\theta$

46

1) $x=\frac{2}{t},\ y=t^2-1$에서

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2t}{-\frac{2}{t^2}}=\boxed{-t^3} \cdots ㉠$$

이때, 곡선 위의 점 $(2,\ 0)$에서의 t는

$x=\frac{2}{t}=\boxed{2}$일 때, 즉 $t=\boxed{1}$이다.

㉠에 대입하면 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=\boxed{-1}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=-(x-\boxed{2})$,

즉 $\boldsymbol{y}=\boxed{\boldsymbol{-x+2}}$이다.

2) $x=1+t^2,\ y=2-t-t^2$에서

$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{-1-2t}{2t}$이므로 $t=1$에서의 접선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$이다.

이때, $t=1$일 때, $x=2$, $y=0$으로 접점은 $(2,\ 0)$이므로 접선의 방정식은

$y=-\frac{3}{2}(x-2) \Rightarrow \boldsymbol{y=-\frac{3}{2}x+3}$

3) $x=\cos\theta,\ y=\sin\theta$이므로

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{\cos\theta}{-\sin\theta} \cdots ㉠$$

이때, 곡선 위의 점 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$에서의 θ는

$x=\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$일 때, 즉 $\theta=\frac{\pi}{4}$이다.

㉠에 대입하여 접선의 기울기를 구하면

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos\frac{\pi}{4}}{-\sin\frac{\pi}{4}}=-1$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$y=-\left(x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{y=-x+\sqrt{2}}$

4) $x=2\cos\theta,\ y=\sin\theta$이므로

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=-\frac{\cos\theta}{2\sin\theta}$$

이때, 곡선 위의 점 $\left(-\sqrt{3},\ \frac{1}{2}\right)$에서의 θ는 $2\cos\theta=-\sqrt{3}$

일 때, 즉 $\theta=\frac{5}{6}\pi$이므로 접선의 기울기는

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\cos\frac{5}{6}\pi}{2\sin\frac{5}{6}\pi}=-\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{2}(x+\sqrt{3})+\frac{1}{2}$ ⇨ $\boldsymbol{y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2}$

답 1) $y=-x+2$ 2) $y=-\frac{3}{2}x+3$

3) $y=-x+\sqrt{2}$ 4) $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2$

47

$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=-\frac{2\cos 2\theta}{\sin\theta}$이고, 접선의 기울기가 -2이므로

$-\frac{2\cos 2\theta}{\sin\theta}=-2 \qquad \therefore \cos 2\theta=\sin\theta$

$1-2\sin^2\theta=\sin\theta\ (\because \cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha)$

$2\sin^2\theta+\sin\theta-1=(\sin\theta+1)(2\sin\theta-1)=0$

이때, $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$에서 $\sin\theta=-1$을 만족하는 θ는 존재하지 않

으므로 $\sin\theta=\frac{1}{2}$을 만족하는 $\theta=\frac{\pi}{6}$

$\theta=\frac{\pi}{6}$일 때, $x=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $y=\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

이므로 접선의 방정식은

$y=-2\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore y=-2x+\frac{3\sqrt{3}}{2}$

이것이 $y=-2x+k$와 같아야 하므로

$\boldsymbol{k=\frac{3\sqrt{3}}{2}}$ 답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

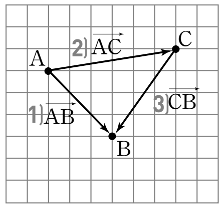
Ⅱ. 평면벡터

Ⅱ-1 벡터의 연산 pp.32~42

01

답 1) 시점 : **A**, 종점 : **C** 2) 시점 : **F**, 종점 : **Q**

02



답 해설 참조

03

1) 벡터의 크기는 선분의 길이와 같으므로
$\overrightarrow{AD}$의 크기는 $|\overrightarrow{AD}|=\overline{AD}=\overline{BC}=\mathbf{2}$이다.

2) $|\overrightarrow{CD}|=\overline{CD}=\overline{AB}=\mathbf{1}$

3) $|\overrightarrow{AC}|=\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$

답 1) 2 2) 1 3) $\sqrt{5}$

04

1) 크기와 방향이 각각 같은 벡터가 서로 같은 벡터이므로 $\vec{a}$와 같은 벡터는 $\boldsymbol{\vec{d}}$이다.

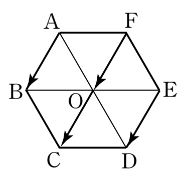
2) 벡터 $\vec{a}$에 대하여 크기는 같고, 방향이 반대인 벡터가 $-\vec{a}$이므로 $-\vec{a}$와 같은 벡터는 $\boldsymbol{\vec{c}}$이다. 답 1) $\vec{d}$ 2) $\vec{c}$

05

1) $|\overrightarrow{AC}|=\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AD}^2}=\boldsymbol{\sqrt{13}}$

답 1) $\sqrt{13}$ 2) $\overrightarrow{BC}$ 3) $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CB}$

06



1) $\overrightarrow{AB}$와 크기가 같고, 방향이 같은 벡터는 그림과 같이 $\overrightarrow{\mathbf{FO}}$, $\overrightarrow{\mathbf{OC}}$, $\overrightarrow{\mathbf{ED}}$이다.

2) 크기가 같은 벡터는 방향은 관계없으므로
$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OF}$,
$\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{DO}$, $\overrightarrow{EO}$, $\overrightarrow{FO}$,
$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FA}$,
$\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{FE}$, $\overrightarrow{AF}$
의 **23개**이다.

답 1) $\overrightarrow{FO}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{ED}$ 2) 23 개
3) $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{DE}$ 4) $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{EO}$, $\overrightarrow{FA}$

07

1) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\mathbf{DC}}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{\mathbf{AD}}$ 답 1) $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$ 2) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{CO}$

08

답 1) $\overrightarrow{BD}$ 2) $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{DF}$

09

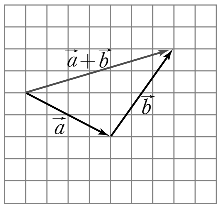
점 D가 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DB}}$ $\quad \therefore \overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{DB}}$

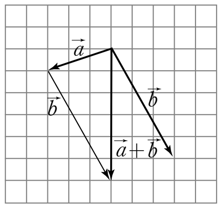
삼각형의 중점연결에 의하여

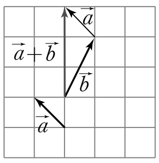
$\overline{\mathrm{FE}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$이고 $\overline{\mathrm{FE}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{AD}}$이므로 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{FE}}$

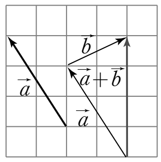
따라서 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$와 같은 벡터는 $\overrightarrow{\mathbf{DB}}$, $\overrightarrow{\mathbf{FE}}$이다. 답 $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{FE}}$

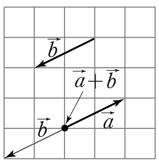
10

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

답 해설 참조

11

2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}})+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathbf{AD}}$

3) $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}})+\overrightarrow{\mathrm{DB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{DB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}$
$=(\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}})+\overrightarrow{\mathrm{DB}}$
$=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DB}}=\overrightarrow{\mathbf{AB}}$

4) $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}})+\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\overrightarrow{\mathrm{AA}}=\vec{\mathbf{0}}$

5) $\overrightarrow{\mathrm{CB}}+(\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DC}})+\overrightarrow{\mathrm{BD}}=\overrightarrow{\mathrm{CB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{BD}}$
$=(\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}})+\overrightarrow{\mathrm{BD}}$
$=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BD}}=\overrightarrow{\mathbf{AD}}$

답 1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ 2) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ 3) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ 4) $\vec{0}$ 5) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

12

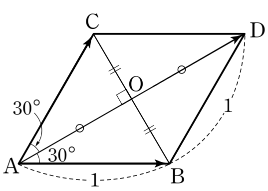
1) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(\vec{a}+\vec{c})+\vec{b}=\boxed{\vec{b}}+\vec{b}=\boxed{2\vec{b}}$

정사각형 ABCD에서 대각선의 길이인 $\overline{\mathrm{AC}}=\boxed{2\sqrt{2}}$이므로

$|\vec{b}|=\boxed{2\sqrt{2}}$

$\therefore |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=2\boxed{|\vec{b}|}=\boxed{\mathbf{4\sqrt{2}}}$

2) 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC의 두 변 AB, AC를 이웃한 두 변으로 하는 평행사변형 ABDC에서 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 두 대각선의 교점을 O라고



하면 $\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{OD}}$이고 $\overline{\mathrm{AO}}$는 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\overline{\mathrm{AO}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{\mathrm{AD}}=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

한편, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$이므로

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|=\overline{\mathrm{AD}}=\mathbf{\sqrt{3}}$ 답 1) $4\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{3}$

13

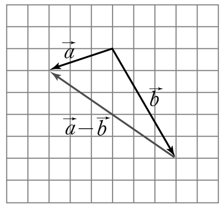
$\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{FO}}=\overrightarrow{\mathrm{OE}}+\overrightarrow{\mathrm{FO}}=\overrightarrow{\mathrm{FO}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\overrightarrow{\mathbf{FE}}$

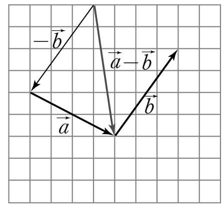
$\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{FO}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathbf{OD}}$

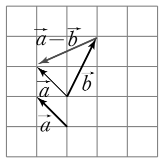
$\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{FO}}=\overrightarrow{\mathrm{BO}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathbf{BC}}$

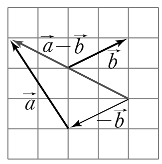
$\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{FO}}=\overrightarrow{\mathrm{AF}}+\overrightarrow{\mathrm{FO}}=\overrightarrow{\mathbf{AO}}$ 답 $\overrightarrow{\mathrm{FE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AO}}$

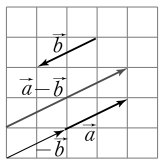
14

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

답 해설 참조

15

2) $\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OD}}-\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\overrightarrow{\mathrm{DB}}-\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\overrightarrow{\mathbf{CB}}$

답 1) $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ 2) $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

16

1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{\boldsymbol{b}}-\vec{\boldsymbol{a}}$

2) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\vec{\boldsymbol{a}}-\vec{\boldsymbol{b}}$

답 1) $\vec{b}-\vec{a}$ 2) $-\vec{a}-\vec{b}$

17

1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{ED}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{\mathbf{0}}$

2) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}-\overrightarrow{\mathrm{ED}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CO}}=\overrightarrow{\mathbf{BO}}$이고 $\overrightarrow{\mathrm{BO}}$와 같은 벡터는 $\overrightarrow{\mathbf{OE}}$, $\overrightarrow{\mathbf{AF}}$, $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$이다.

3) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{ED}}-\overrightarrow{\mathrm{AO}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AO}}-\overrightarrow{\mathrm{ED}}$
$=\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{ED}}$
$=\overrightarrow{\mathrm{ED}}-\overrightarrow{\mathrm{ED}}=\vec{\mathbf{0}}$

답 1) $\vec{0}$ 2) $\overrightarrow{\mathrm{BO}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ 3) $\vec{0}$

18

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}=\overrightarrow{\mathrm{PB}}-\overrightarrow{\mathrm{PC}}+\overrightarrow{\mathrm{PD}}$에서

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}-\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\overrightarrow{\mathrm{PD}}-\overrightarrow{\mathrm{PC}}$

$\therefore \overrightarrow{\mathrm{BA}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}} \Rightarrow \overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{BA}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$,

□ABCD는 한 쌍의 대응하는 변의 길이가 같고, 평행하다.

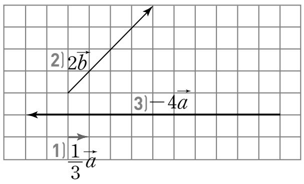
따라서 □ABCD는 **평행사변형**이다.

답 평행사변형

19

1) $\frac{1}{3}\vec{a}$는 $\vec{a}$와 방향은 같고, 크기가 $\frac{1}{3}$배인 벡터이다.

2) $2\vec{b}$는 $\vec{b}$와 방향은 같고, 크기가 2배인 벡터이다.

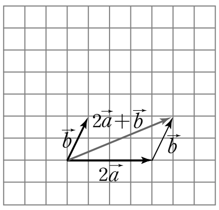


3) $-4\vec{a}$는 $\vec{a}$와 방향은 반대이고, 크기가 4배인 벡터이다.

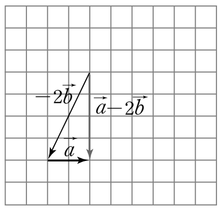
답 해설 참조

20

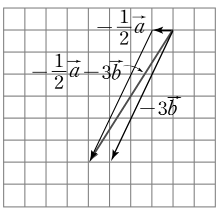
1)



2)



3)



답 해설 참조

21

1) $3(2\vec{a}-3\vec{b})+2(\vec{a}-2\vec{b})=6\vec{a}-9\vec{b}+2\vec{a}-4\vec{b}=\boldsymbol{8\vec{a}-13\vec{b}}$

2) $\frac{1}{3}(5\vec{a}+4\vec{b})+\frac{2}{3}(-\vec{a}+\vec{b})=\frac{5}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$

$=\boldsymbol{\vec{a}+2\vec{b}}$

3) $2(\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c})+3(-\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c})$

$=2\vec{a}-6\vec{b}+4\vec{c}-3\vec{a}+6\vec{b}-3\vec{c}$

$=\boldsymbol{-\vec{a}+\vec{c}}$

답 1) $8\vec{a}-13\vec{b}$ 2) $\vec{a}+2\vec{b}$ 3) $-\vec{a}+\vec{c}$

22

1) $2(\vec{x}-3\vec{a})+\vec{x}-3\vec{b}=\vec{0}$에서 $2\vec{x}-6\vec{a}+\vec{x}-3\vec{b}=\vec{0}$

$3\vec{x}=6\vec{a}+3\vec{b}=3(2\vec{a}+\vec{b})$ $\therefore \vec{x}=\boldsymbol{2\vec{a}+\vec{b}}$

2) $2(\vec{a}-3\vec{b})-(3\vec{a}-\vec{x})=-\vec{a}+\vec{b}$에서

$2\vec{a}-6\vec{b}-3\vec{a}+\vec{x}=-\vec{a}+\vec{b}$

$\vec{x}=-2\vec{a}+6\vec{b}+3\vec{a}-\vec{a}+\vec{b}=(-2+3-1)\vec{a}+(6+1)\vec{b}$

$\therefore \vec{x}=\boldsymbol{7\vec{b}}$

답 1) $\vec{x}=2\vec{a}+\vec{b}$ 2) $\vec{x}=7\vec{b}$

23

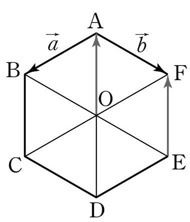
그림과 같이 정육각형의 세 대각선 AD, BE, CF의 교점을 O라고 하자.

1) $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{AO}$

$=-(\overrightarrow{AB}+\boxed{\overrightarrow{AF}})$

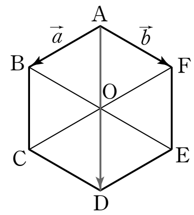
$=-\overrightarrow{AB}-\boxed{\overrightarrow{AF}}$

$=\boldsymbol{-\vec{a}-\boxed{\vec{b}}}$



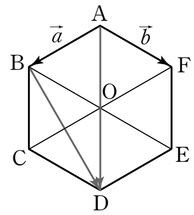
2) $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AO}=2(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF})$

$=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{2\vec{a}+2\vec{b}}$



3) $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AO}$

$=-\vec{a}+2(\vec{a}+\vec{b})=\boldsymbol{\vec{a}+2\vec{b}}$



답 1) $-\vec{a}-\vec{b}$ 2) $2\vec{a}+2\vec{b}$ 3) $\vec{a}+2\vec{b}$

24

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})-(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB})$

$=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}$

$=2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}$

$=2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}-(-\overrightarrow{OA})$

$=2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OA}$

$=2\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{2\vec{b}}$

【다른풀이】

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}$

$=2\overrightarrow{OB}=2\vec{b}$

답 $2\vec{b}$

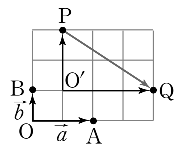
25

그림과 같이 두 벡터 $\overrightarrow{O'P}$, $\overrightarrow{O'Q}$를 잡으면

$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{O'Q}-\overrightarrow{O'P}$

$=\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$

$=\boldsymbol{\frac{3}{2}\vec{a}-2\vec{b}}$



답 $\frac{3}{2}\vec{a}-2\vec{b}$

26

답 1) $\vec{b}$ 2) $\vec{c}$ 3) $\vec{b}$, $\vec{c}$

27

1) $(3\vec{a}+m\vec{b})\mathbin{/\!/}(6\vec{a}-2\vec{b})$이므로 상수 k에 대하여

$6\vec{a}-2\vec{b}=k(3\vec{a}+m\vec{b})$ (k는 $k\neq0$인 실수)

$=3k\vec{a}+mk\vec{b}$

$6=3k$, $-2=mk$

$\therefore k=2 \Rightarrow m=\boldsymbol{-1}$

2) $\vec{p}\mathbin{/\!/}\vec{q}$, 즉 $(k\vec{a}-4\vec{b})\mathbin{/\!/}(\vec{a}+2\vec{b})$이므로

$k\vec{a}-4\vec{b}=t(\vec{a}+2\vec{b})$ (t는 $t\neq0$인 실수)

$=t\vec{a}+2t\vec{b}$에서

$k=t$, $-4=2t$

$\therefore t=-2 \Rightarrow k=\boldsymbol{-2}$

답 1) -1 2) -2

28

$\vec{p}+\vec{q}=(4\vec{a}-\vec{b})+(\vec{a}-4\vec{b})=5\vec{a}-5\vec{b}=5(\vec{a}-\vec{b})$

$\vec{q}+\vec{r}=(\vec{a}-4\vec{b})+(-3\vec{a}+6\vec{b})=-2\vec{a}+2\vec{b}=-2(\vec{a}-\vec{b})$

이므로

$$\begin{aligned}-\frac{2}{5}(\vec{p}+\vec{q})&=-\frac{2}{5}\times 5(\vec{a}-\vec{b})\\&=-2(\vec{a}-\vec{b})\\&=\vec{q}+\vec{r}\end{aligned}$$

따라서 두 벡터 $\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{q}+\vec{r}$는 서로 **평행하다.**

답 평행하다.

29

1) $\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$ (t는 $t\neq 0$인 실수)에서

$\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=t(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$

$4\vec{a}+k\vec{b}-(\vec{a}+2\vec{b})=t\{2\vec{a}-\vec{b}-(\vec{a}+2\vec{b})\}$

$3\vec{a}+(k-2)\vec{b}=t(\vec{a}-3\vec{b})$

$3=t,\ k-2=-3t \Rightarrow k-2=-9$

$\therefore k=\mathbf{-7}$

2) $\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$ (t는 $t\neq 0$인 실수)에서

$\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=t(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$

$k\vec{a}+2\vec{b}-(2\vec{a}+\vec{b})=t\{\vec{a}-2\vec{b}-(2\vec{a}+\vec{b})\}$

$(k-2)\vec{a}+\vec{b}=t(-\vec{a}-3\vec{b})$

$k-2=-t,\ 1=-3t$이므로

$t=-\frac{1}{3} \Rightarrow k-2=\frac{1}{3}$

$\therefore k=\mathbf{\frac{7}{3}}$

3) $\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$ (t는 $t\neq 0$인 실수)에서

$\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=t(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$

$4\vec{a}+5\vec{b}-(2\vec{a}+\vec{b})=t\{\vec{a}-k\vec{b}-(2\vec{a}+\vec{b})\}$

$2\vec{a}+4\vec{b}=-t\vec{a}-t(k+1)\vec{b}$

즉, $t=-2,\ 4=-t(k+1)$이므로

$4=2(k+1)$

$\therefore k=\mathbf{1}$

답 1) -7 2) $\frac{7}{3}$ 3) 1

30

1) 점 C가 직선 AB 위의 점이려면

$\overrightarrow{AC}=t\overrightarrow{AB}$ (t는 $t\neq 0$인 실수)인 t가 존재하면 된다. 즉,

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}$

$=\boxed{3\vec{a}-2\vec{b}}-\vec{a}=\boxed{2\vec{a}-2\vec{b}}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\boxed{\vec{b}-\vec{a}}$이므로

$\overrightarrow{AC}=\boxed{-2}\overrightarrow{AB}$

따라서 **점 C는 직선 AB 위의 점이다.**

2) 점 D가 직선 AB 위의 점이려면

$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB}$ (t는 $t\neq 0$인 실수)인 t가 존재하면 된다. 즉,

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$

$=(2\vec{a}-3\vec{b})-\vec{a}=\vec{a}-3\vec{b}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$

그런데 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB}$를 만족하는 실수 t가 존재하지 않으므로 점 D는 직선 AB 위의 점이 아니다.

3) 점 E가 직선 AB 위의 점이려면

$\overrightarrow{AE}=t\overrightarrow{AB}$ (t는 $t\neq 0$인 실수)인 t가 존재하면 된다. 즉,

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OA}=(4\vec{a}-3\vec{b})-\vec{a}=3\vec{a}-3\vec{b}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$이므로

$\overrightarrow{AE}=-3\overrightarrow{AB}$

따라서 **점 E는 직선 AB 위의 점이다.**

답 1) 점 C는 직선 AB 위의 점이다.
2) 점 D는 직선 AB 위의 점이 아니다.
3) 점 E는 직선 AB 위의 점이다.

31

$\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{AB}$이므로 세 점 A, B, C는 한 직선 위의 점이다. 이때,

$|\overrightarrow{AC}|=4|\overrightarrow{AB}|=4$이므로

$|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}|=4-1=\mathbf{3}$

【다른풀이】

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{BC}|&=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|=|4\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}|\\&=|3\overrightarrow{AB}|=3|\overrightarrow{AB}|=3\end{aligned}$$

답 3

II-2 평면벡터의 성분과 내적

pp.43~62

32

1) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{\vec{c}-\vec{a}}$

2) $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{\vec{b}-\vec{c}}$

3) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{\vec{b}-\vec{a}}$

4) $\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{\vec{0}}$

5) $\overrightarrow{CC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{\vec{0}}$

답 1) $\vec{c}-\vec{a}$ 2) $\vec{b}-\vec{c}$ 3) $\vec{b}-\vec{a}$ 4) $\vec{0}$ 5) $\vec{0}$

33

1)
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}&=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+2(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB})\\&=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OB}\\&=-\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}\\&=\boldsymbol{-\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}}\end{aligned}$$

2)
$$\begin{aligned}-\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AB}&=-(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})+3(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})\\&=-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OA}\\&=-2\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\\&=\boldsymbol{-2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}}\end{aligned}$$

답 1) $-\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ 2) $-2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$

34

답 1) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$ 2) $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AD}$ 3) $\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AC}$ 4) $\overrightarrow{AA}$

35

1) $\vec{p}=\frac{2\vec{b}+\vec{a}}{2+1}=\boldsymbol{\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}}$ 2) $\vec{p}=\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{2+1}=\boldsymbol{\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}}$

3) $\vec{q}=\frac{4\vec{b}-3\vec{a}}{4-3}=\boldsymbol{4\vec{b}-3\vec{a}}$ 4) $\vec{q}=\frac{4\vec{a}-3\vec{b}}{4-3}=\boldsymbol{4\vec{a}-3\vec{b}}$

5) $\vec{m}=\boldsymbol{\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}}$

답 1) $\vec{p}=\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$ 2) $\vec{p}=\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$ 3) $\vec{q}=4\vec{b}-3\vec{a}$
4) $\vec{q}=4\vec{a}-3\vec{b}$ 5) $\vec{m}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

36

점 D는 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이므로

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}})$ $\cdots$ ㉠

점 G는 삼각형 ABC의 무게중심이므로 점 G는 $\overline{\mathrm{AD}}$를 $2:1$로 내분하는 점이다.

즉, $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AD}}$이므로 ㉠을 대입하면

$\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\boldsymbol{\frac{1}{3}(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}})}$

답 $\frac{1}{3}(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}})$

37

점 M의 위치벡터 $\vec{m}=\frac{\boxed{\vec{b}}+\boxed{\vec{c}}}{2}$

또, 무게중심 G는 중선 AM을 $\boxed{2}:\boxed{1}$로 내분하는 점이므로 점 G의 위치벡터 $\vec{g}$는

$$\vec{g}=\frac{2\boxed{\vec{m}}+\boxed{\vec{a}}}{2+1}=\frac{2\times\frac{\boxed{\vec{b}}+\boxed{\vec{c}}}{2}+\boxed{\vec{a}}}{\boxed{3}}$$

$$=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{\boxed{3}}$$

답 b, c, 2, 1, m, a, b, c, a, 3, 3

38

각각을 시점이 O인 위치벡터로 바꾸면

$\overrightarrow{\mathrm{AG}}+\overrightarrow{\mathrm{BG}}+\overrightarrow{\mathrm{CG}}$

$=\overrightarrow{\mathrm{OG}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OG}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OG}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

$=3\overrightarrow{\mathrm{OG}}-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})$

$=\vec{\mathbf{0}}\left(\because \overrightarrow{\mathrm{OG}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}\right)$

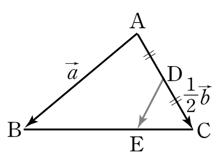
답 $\vec{0}$

39

1) $\vec{p}=\frac{3\vec{b}+5\vec{a}}{3+5}=\boldsymbol{\frac{5}{8}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}}$

$\vec{q}=\frac{3\vec{b}-5\vec{a}}{3-5}=\boldsymbol{\frac{5}{2}\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}}$

2) 그림에서와 같이
$\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\overrightarrow{\mathrm{DC}}+\overrightarrow{\mathrm{CE}}$이므로 각각을 구하면



$\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\vec{b}$

$\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}})$

$=\frac{1}{3}(\vec{a}-\vec{b})$

$\therefore \overrightarrow{\mathrm{DE}}=\overrightarrow{\mathrm{DC}}+\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{3}(\vec{a}-\vec{b})$

$=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$

따라서 $m=\frac{1}{3}$, $n=\frac{1}{6}$이므로 $m+n=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

3) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$라고 하면

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{a}+\vec{b}$ $\cdots$ ㉠

$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$에서

$\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BM}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ $\cdots$ ㉡

$\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$에서

$\overrightarrow{\mathrm{AN}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DN}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}$ $\cdots$ ㉢

㉡, ㉢에서

$\vec{a}=\frac{6}{5}\overrightarrow{\mathrm{AM}}-\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AN}}$, $\vec{b}=\frac{6}{5}\overrightarrow{\mathrm{AN}}-\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AM}}$

이것을 ㉠에 대입하면

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{a}+\vec{b}$

$=\frac{6}{5}\overrightarrow{\mathrm{AM}}-\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AN}}+\frac{6}{5}\overrightarrow{\mathrm{AN}}-\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AM}}$

$=\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AM}}+\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AN}}$

따라서 $p=\frac{4}{5}$, $q=\frac{3}{5}$이므로

$p+q=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\boldsymbol{\frac{7}{5}}$

답 1) $\vec{p}=\frac{5}{8}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}$, $\vec{q}=\frac{5}{2}\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{7}{5}$

40

답 1) $(4, 2)$ 2) $(-3, 3)$

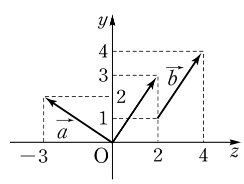
41

1) $\vec{a}$는 시점이 $(0, 0)$, 종점이 $(-3, 2)$이므로

$\vec{a}=\boldsymbol{(-3,\ 2)}$

$\vec{b}$는 시점이 원점이 되도록 x축으로 -2만큼, y축으로 -1만큼 평행이동시키면 그림과 같이 종점이 $(4-2, 4-1)=(2, 3)$이므로

$\vec{b}=\boldsymbol{(2,\ 3)}$



2) $\vec{a}=(-3,\ 2)=\boldsymbol{-3\vec{e_1}+2\vec{e_2}}$

$\vec{b}=(2,\ 3)=\boldsymbol{2\vec{e_1}+3\vec{e_2}}$

답 1) $\vec{a}=(-3, 2)$, $\vec{b}=(2, 3)$
2) $\vec{a}=-3\vec{e_1}+2\vec{e_2}$, $\vec{b}=2\vec{e_1}+3\vec{e_2}$

42

1) $\vec{a}=(-1, 3)$이므로 $|\vec{a}|=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\boldsymbol{\sqrt{10}}$

2) $\vec{b}=(2, 1)$이므로 $|\vec{b}|=\sqrt{2^2+1^2}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$

3) $\vec{a}=(-1, 3)$, $\vec{c}=(k, l-1)$이므로
$(-1, 3)=(k, l-1)$
따라서 $k=-1$, $l-1=3$이므로 $\boldsymbol{k=-1,\ l=4}$

4) $\vec{b}=(2, 1)$, $\vec{c}=(k, l-1)$이므로 $(2, 1)=(k, l-1)$
따라서 $k=2$, $l-1=1$이므로 $\boldsymbol{k=2,\ l=2}$

답 1) $\sqrt{10}$ 2) $\sqrt{5}$ 3) $k=-1$, $l=4$ 4) $k=2$, $l=2$

43

1) $\vec{a}+2\vec{b}=(2, 3)+2(1, -3)$
$=(2, 3)+(2, -6)=\mathbf{(4,\ -3)}$

2) $-4\vec{c}=-4(4, 3)=\mathbf{(-16,\ -12)}$

3) $2\vec{a}-\vec{b}-3\vec{c}=2(2, 3)-(1, -3)-3(4, 3)$
$=(4, 6)-(1, -3)-(12, 9)$
$=(4-1-12, 6+3-9)$
$=\mathbf{(-9,\ 0)}$

4) $2(\vec{a}-2\vec{b})-(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{a}+\vec{b}$
$=-3\vec{b}$
$=-3(1, -3)=\mathbf{(-3,\ 9)}$

답 1) $(4, -3)$ 2) $(-16, -12)$ 3) $(-9, 0)$ 4) $(-3, 9)$

44

1) $\vec{c}=k\vec{a}+l\vec{b}$를 성분으로 나타내면
$(4, 3)=k(2, -1)+l(-1, 3)$
$=(2k, -k)+(-l, 3l)$
$=(2k-l, -k+3l)$
벡터가 서로 같을 조건에 의하여
$2k-l=4, -k+3l=3$
두 식을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{k=3,\ l=2}$

2) $c=k\vec{a}+l\vec{b}$를 성분으로 나타내면
$(-6, 7)=k(1, -1)+l(-3, 2)$
$=(k, -k)+(-3l, 2l)$
$=(k-3l, -k+2l)$
벡터가 서로 같을 조건에 의하여
$k-3l=-6, -k+2l=7$
두 식을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{k=-9,\ l=-1}$

답 1) $k=3, l=2$ 2) $k=-9, l=-1$

45

1) 두 점 $\mathrm{A}(1, 2)$, $\mathrm{B}(-3, 5)$에 대하여
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
$=(-3, 5)-(1, 2)=\mathbf{(-4,\ 3)}$
$\therefore |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\mathbf{5}$

2) 두 점 $\mathrm{A}(-1, 4)$, $\mathrm{B}(2, 2)$에 대하여
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
$=(2, 2)-(-1, 4)=(3, -2)$
$\therefore |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\boldsymbol{\sqrt{13}}$

답 1) $(-4, 3)$, 5 2) $(3, -2)$, $\sqrt{13}$

46

1) $\vec{a}=(-1, 2)$, $\vec{b}=(2, 1)$이므로
$2\vec{a}-\vec{b}=2(-1, 2)-(2, 1)$
$=(-2, 4)-(2, 1)=(-4, 3)$
$\therefore |2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\mathbf{5}$

2) $\vec{a}=(-1, 2)$, $\vec{b}=(3, -2)$이므로
$3(\vec{a}-\vec{b})+2\vec{b}=3\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{b}=3\vec{a}-\vec{b}$
$=3(-1, 2)-(3, -2)$
$=(-3, 6)-(3, -2)=(-6, 8)$
$\therefore |3(\vec{a}-\vec{b})+2\vec{b}|=\sqrt{(-6)^2+8^2}=\mathbf{10}$

답 1) 5 2) 10

47

1) $\vec{a}=(x+3, 3y+2)$, $\vec{b}=(1-y, x-4)$에 대하여 $\vec{a}=\vec{b}$라고 하므로
$x+3=1-y, 3y+2=x-4$
위 두 식을 연립하여 풀면
$x=0, y=-2 \quad \therefore \vec{a}=(3, -4)$
$\therefore |\vec{a}|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=\mathbf{5}$

2) $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(3, 2)$, $\vec{c}=(-4, 3)$에 대하여
$\vec{a}+k\vec{c}=(2, 3)+k(-4, 3)$
$=(2-4k, 3+3k)$
$\vec{b}-\vec{a}=(3, 2)-(2, 3)=(1, -1)$
이 두 벡터가 서로 평행하므로
$(2-4k, 3+3k)=t(1, -1)$ (t는 실수)
$2-4k=t, 3+3k=-t$
$2-4k=-3-3k$
$\therefore k=\mathbf{5}$

답 1) 5 2) 5

48

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$에서
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{0}$

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}$$
$$=\frac{1}{3}\{(2, 1)+(3, 4)+(1, 4)\}$$
$$=\frac{1}{3}(6, 9)=(2, 3)=(a, b)$$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로 $a+b=\mathbf{5}$

답 5

49

1) $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\theta=\frac{\pi}{3}$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$
$=3\times4\times\cos\frac{\pi}{3}=3\times4\times\frac{1}{2}=\mathbf{6}$

2) $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=4$, $\theta=\frac{\pi}{4}$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$
$=\sqrt{2}\times4\times\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=\mathbf{4}$

3) $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=\sqrt{6}$, $\theta=\frac{3}{4}\pi$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$
$=\sqrt{2}\times\sqrt{6}\times\cos\frac{3}{4}\pi$
$=\sqrt{2}\times\sqrt{6}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\boldsymbol{-\sqrt{6}}$

답 1) 6 2) 4 3) $-\sqrt{6}$

50

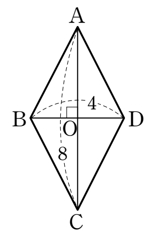
1) 두 벡터 $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC}$가 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 직각삼각형 BCD에서 $\overline{BC}=\boxed{\overline{BD}}\cos\theta$

$$\therefore \overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BD}|\boxed{|\overrightarrow{BC}|}\cos\theta=\boxed{|\overrightarrow{BC}|}|\overrightarrow{BD}|\cos\theta$$

$$=\boxed{|\overrightarrow{BC}|}|\overrightarrow{BC}|=\boxed{|\overrightarrow{BC}|}^2=\boxed{\mathbf{16}}$$

2) 마름모 ABCD의 두 대각선의 교점을 O, 두 벡터 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BD}$가 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 마름모는 두 대각선이 서로 다른 대각선을 수직이등분하므로

$\overline{BO}=\overline{AB}\cos\theta$, $\overline{BO}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=2$



$$\therefore \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BD}|\cos\theta$$
$$=|\overrightarrow{BD}||\overrightarrow{BA}|\cos\theta$$
$$=|\overrightarrow{BD}||\overrightarrow{BO}|$$
$$=4\times2=\mathbf{8}$$

답 1) 16 2) 8

51

1) $\vec{a}=(1,3)$, $\vec{b}=(2,-1)$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times2+3\times(-1)=\mathbf{-1}$

2) $\vec{a}=(3,-2)$, $\vec{b}=(1,4)$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times1+(-2)\times4=\mathbf{-5}$

3) $\vec{a}=(2,-3)$, $\vec{b}=(1,-1)$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1+(-3)\times(-1)=\mathbf{5}$

4) $\vec{a}=(-4,2)$, $\vec{b}=(2,4)$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=(-4)\times2+2\times4=\mathbf{0}$

5) $\vec{a}=(2,-3)$, $\vec{b}=(1,-1)$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1+(-3)\times(-1)=\mathbf{5}$

답 1) -1 2) -5 3) 5 4) 0 5) 5

52

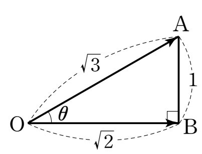
1) 정육각형의 대각선의 교점을 O라고 하면
삼각형 OAB는 한 변의 길이가 $\boxed{1}$인 정삼각형이다.
이때, $\overline{AC}$는 $\overline{BO}$의 수직이등분선으로 정삼각형 OAB의 높이를 h라고 하면

$|\overrightarrow{AC}|=\overline{AC}=\boxed{2}h=\boxed{2}\times\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\boxed{\sqrt{3}}$

또, $|\overrightarrow{AD}|=2$, $|\overrightarrow{CD}|=1$이므로 $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$가 이루는 각의 크기는 $\boxed{\dfrac{\pi}{6}}$이다.

$$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AD}|\cos\boxed{\frac{\pi}{6}}=\sqrt{3}\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{\mathbf{3}}$$

2) 삼각형 OAB의 세 변의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, 1이므로 삼각형 OAB는 $\angle B=\dfrac{\pi}{2}$인 직각삼각형이다.

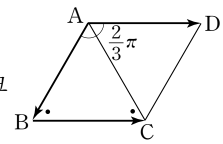


이때, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 이루는 각의 크기를 θ라고 하면
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos\theta$

$$=\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\mathbf{2}$$

답 1) 3 2) 2

53



그림과 같이 정삼각형을 하나 더 붙이면 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$이다.
즉, 두 벡터 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BC}$가 이루는 각의 크기는 $\dfrac{2}{3}\pi$이다.

$$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$$
$$=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos\frac{2}{3}\pi$$
$$=2\times2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\mathbf{-2}$$

답 -2

54

1) $\vec{a}=(1,3)$, $\vec{b}=(2,1)$이므로

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1\times2+3\times1}{\sqrt{1^2+3^2}\sqrt{2^2+1^2}}$$
$$=\frac{5}{\sqrt{10}\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{4}}$

2) $\vec{a}=(-\sqrt{3},1)$, $\vec{b}=(3,\sqrt{3})$이므로

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-3\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}}=-\frac{1}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi}$

3) $\vec{a}=(3,3)$, $\vec{b}=(-2,2)$이므로

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-6+6}{\sqrt{3^2+3^2}\sqrt{(-2)^2+2^2}}=0$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$

4) $a=(4,0)$, $b=(-2,0)$이므로

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-8+0}{\sqrt{4^2}\sqrt{(-2)^2}}=-1$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\pi}$

답 1) $\dfrac{\pi}{4}$ 2) $\dfrac{2}{3}\pi$ 3) $\dfrac{\pi}{2}$ 4) π

55

1) $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$이므로

$\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}\sqrt{1}}$ ⇨ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}$

$\sqrt{3(1+k^2)}=2k$

$3+3k^2=4k^2$ ⇨ $k^2=3$

$\therefore k=\boldsymbol{\sqrt{3}}$ $(\because k>0)$

2) $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$이므로

$\cos\theta=\dfrac{-3}{2\times3}=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi}$

답 1) $\sqrt{3}$ 2) $\dfrac{2}{3}\pi$

56

1) 두 벡터가 수직이면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$이므로

$2\times k+3\times 4=0 \Rightarrow 2k+12=0$

$\therefore k=\mathbf{-6}$

2) 두 벡터가 수직이면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$이므로

$3\times(-3)+k\times 1=0 \Rightarrow -9+k=0$

$\therefore k=\mathbf{9}$

답 1) -6 2) 9

57

1) 두 벡터가 평행이면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}||\vec{b}|$이므로

$k\times 2+(-2)\times 2=\pm\sqrt{k^2+(-2)^2}\sqrt{2^2+2^2}$

$k-2=\pm\sqrt{2}\sqrt{k^2+4}$

$(k-2)^2=2(k^2+4) \Rightarrow (k+2)^2=0 \qquad \therefore k=\mathbf{-2}$

2) 두 벡터가 평행이면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}||\vec{b}|$이므로

$3\times 2+1\times k=\pm\sqrt{3^2+1^2}\sqrt{2^2+k^2}$

$6+k=\pm\sqrt{10}\sqrt{4+k^2}$

$(6+k)^2=10(4+k^2) \Rightarrow (3k-2)^2=0$

$\therefore k=\mathbf{\frac{2}{3}}$

답 1) -2 2) $\frac{2}{3}$

58

1) $\overrightarrow{OA}=\boxed{(4,1)}$, $\overrightarrow{OB}=\boxed{(-2,8)}$이므로

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{4}\times(-2)+1\times\boxed{8}=\boxed{0}$

따라서 두 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 $\boxed{\text{수직}}$이므로 $\triangle$OAB는

$\angle\boxed{\mathrm{O}}=\frac{\pi}{2}$ **인 직각삼각형**이다.

2) 먼저 $\vec{a}=(2x,-2)$, $\vec{b}=(x,1)$이 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$

이므로

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3}$에서

$2x^2-2=\sqrt{4x^2+4}\sqrt{x^2+1}\cos\frac{\pi}{3}$

$2x^2-2=x^2+1 \Rightarrow x^2=3$

$\therefore x=\sqrt{3}\,(\because x>0)$

또, $\vec{b}=(x,1)$, $\vec{c}=(-1,y)$가 수직이므로

$\vec{b}\cdot\vec{c}=0$에서 $-x+y=0 \qquad \therefore \boldsymbol{x=y=\sqrt{3}}$

답 1) $\angle\mathrm{O}=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 2) $x=y=\sqrt{3}$

59

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$이면 $\overrightarrow{PA}\perp\overrightarrow{PB}$이므로 $\angle$APB$=90°$이다. 그런데 지름에 대한 원주각의 크기는 항상 $90°$이다.
따라서 점 P의 집합이 나타내는 도형은 **선분 AB를 지름으로 하는 원**이다.

답 선분 AB를 지름으로 하는 원

60

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=\boxed{(\vec{a}+\vec{b})}\cdot\boxed{(\vec{a}+\vec{b})}$

$=(\vec{a}+\vec{b})\cdot\boxed{\vec{a}}+(\vec{a}+\vec{b})\cdot\boxed{\vec{b}}$

$=\boxed{\vec{a}\cdot\vec{a}}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\boxed{\vec{b}\cdot\vec{b}}$

$=|\boxed{\vec{a}}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\boxed{\vec{b}}|^2$

답 해설 참조

61

1) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=\boldsymbol{|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2}$

2) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}=\boldsymbol{|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2}$

답 해설 참조

62

$|\vec{a}-\vec{b}|^2=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$

$=(\vec{a}-\vec{b})\cdot\boxed{\vec{a}}+(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\boxed{-\vec{b}})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\boxed{\vec{b}\cdot\vec{a}}-\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}}+\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=|\vec{a}|^2-2\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}}+|\vec{b}|^2$

$=4-\boxed{4}+9=\boxed{9}$

$\therefore |\vec{a}-\vec{b}|=\boxed{3}$

답 $\vec{a}$, $-\vec{b}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$, 4, 9, 3

63

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2=9-4=\mathbf{5}$

답 5

64

1) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$이므로

$(\sqrt{6})^2=1^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+3^2$

$2\vec{a}\cdot\vec{b}=4 \qquad \therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=\mathbf{2}$

2) $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=1^2+2\times 2+3^2=14$

$\therefore |\vec{a}+\vec{b}|=\boldsymbol{\sqrt{14}}$

3) $|\vec{a}-2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$

$=1^2-4\times 2+4\times 3^2=29$

$\therefore |\vec{a}-\vec{b}|=\boldsymbol{\sqrt{29}}$

4) $|5\vec{a}+\vec{b}|^2=25|\vec{a}|^2+10\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=25+10\times 2+3^2=54$

$\therefore |5\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{54}=\boldsymbol{3\sqrt{6}}$

5) $|-4\vec{a}-\vec{b}|^2=|4\vec{a}+\vec{b}|^2$

$=16|\vec{a}|^2+8\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=16+8\times 2+3^2=41$

$\therefore |-4\vec{a}-\vec{b}|=\boldsymbol{\sqrt{41}}$

답 1) 2 2) $\sqrt{14}$ 3) $\sqrt{29}$ 4) $3\sqrt{6}$ 5) $\sqrt{41}$

65

1) $|3\vec{a}-2\vec{b}|^2=(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(3\vec{a}-2\vec{b})$

$=9|\vec{a}|^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$

$=9\times 9-12\times\left(-\frac{1}{4}\right)+4\times 4=100$

$\therefore |3\vec{a}-2\vec{b}|=\mathbf{10}$

2) $|3\vec{a}+\vec{b}|^2=(3\vec{a}+\vec{b})\cdot(3\vec{a}+\vec{b})$

$=9|\vec{a}|^2+6\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=9\times4+6\times\dfrac{1}{2}+25$

$=64$

$\therefore |3\vec{a}+\vec{b}|=\mathbf{8}$ 　　답 1) 10　2) 8

66

1) $|3\vec{a}-\vec{b}|^2=(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(3\vec{a}-\vec{b})=19$

$9|\vec{a}|^2-6\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=19$

$9\times4-6\vec{a}\cdot\vec{b}+1=19$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=\mathbf{3}$

2) $|\vec{a}-2\vec{b}|^2=(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=1$

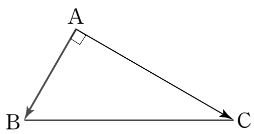
$|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=1$

$1\times1-4\vec{a}\cdot\vec{b}+1=1$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=\boldsymbol{\dfrac{1}{4}}$ 　　답 1) 3　2) $\dfrac{1}{4}$

67

1) 오른쪽 그림과 같은



$\triangle$ABC에서

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$

$=\overrightarrow{AB}$

$(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$이므로

$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

따라서 삼각형 ABC는 $\angle A=\dfrac{\pi}{2}$인 직각삼각형이다.

2) $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA})=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}$

$=\overrightarrow{AB}\cdot(-\overrightarrow{AB})$

$=-|\overrightarrow{AB}|^2$

$=\mathbf{-1}$

답 1) $\angle A=\dfrac{\pi}{2}$인 직각삼각형　2) -1

68

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$라 하고,

$\angle AOB=\theta\,(0<\theta<\pi)$라고 하면

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$이므로 $\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\therefore |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

이때, $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$

이므로 $4+2\vec{a}\cdot\vec{b}+4=4 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=-2$

그런데 $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{-2}{2\times2}=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi}$

【다른풀이】

$\triangle$ABC의 무게중심을 G라고 할 때,

$\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}=\overrightarrow{OG}$

이때, $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$이라 하므로 $\overrightarrow{OG}=\vec{0}$, 즉 원의 중심 O는 $\triangle$ABC의 무게중심 G이다.

또, $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$이므로 점 O는 $\triangle$ABC의 외심이고 내심이다.

따라서 $\triangle$ABC는 정삼각형이므로 $\theta=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi}$이다. 　　답 $\dfrac{2}{3}\pi$

69

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$ ⋯ ㉠

$|\vec{a}-\vec{b}|=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$ ⋯ ㉡

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}-\vec{b}|^2$이므로

㉠, ㉡에서 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$\therefore \vec{a}\perp\vec{b}$ 　　답 해설 참조

70

$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$이고, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{3}$이므로 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times2\times\cos\dfrac{\pi}{3}=2$

$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}=\vec{a}-2\vec{b}$이므로

$|\overrightarrow{PQ}|^2=|\vec{a}-2\vec{b}|^2=(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=2^2-4\cdot2+4\cdot2^2=12$

$\therefore |\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

따라서 두 점 P, Q 사이의 거리는 $\mathbf{2\sqrt{3}}$이다. 　　답 $2\sqrt{3}$

71

$2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}=\vec{0}$에서 $2\vec{a}+3\vec{b}=-4\vec{c}$

$\therefore |2\vec{a}+3\vec{b}|=|-4\vec{c}|$

위의 식의 양변을 제곱하면

$(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+3\vec{b})=(-4\vec{c})\cdot(-4\vec{c})$

$4|\vec{a}|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2=16|\vec{c}|^2$

$4+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9=16$ $(\because |\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1)$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{4}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$이므로

$|\overrightarrow{AB}|^2=|\vec{b}-\vec{a}|^2=(\vec{b}-\vec{a})\cdot(\vec{b}-\vec{a})$

$=|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{a}|^2$

$=1-2\cdot\dfrac{1}{4}+1=\dfrac{3}{2}$

$\therefore \overline{AB}=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{2}}$ 　　답 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

72

답 1) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{5}$　2) $\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y-1}{-1}$

73

1) $\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{y+3}{3}=1 \Rightarrow \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+6}{3}$이므로

방향벡터는 $\mathbf{(4,\ 3)}$이다.

2) $\dfrac{6-x}{5}=y \Rightarrow \dfrac{x-6}{-5}=y$이므로

방향벡터는 $\mathbf{(-5,\ 1)}$이다.

3) $-x-3=\dfrac{5-y}{7} \Rightarrow \dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-5}{-7}$이므로

방향벡터는 $\mathbf{(-1,\ -7)}$이다.

답 1) $(4,\ 3)$ 2) $(-5,\ 1)$ 3) $(-1,\ -7)$

참고

2) $\dfrac{6-x}{5}=y \Rightarrow \dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y}{-1}$에서

방향벡터를 $(5,\ -1)$로 구해도 된다.

3) $-x-3=\dfrac{5-y}{7} \Rightarrow \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-5}{7}$에서

방향벡터를 $(1,\ 7)$로 구해도 된다.

74

$x-2=\dfrac{1-y}{4} \Rightarrow x-2=\dfrac{y-1}{-4}$이므로 방향벡터는 $(1,\ -4)$이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은

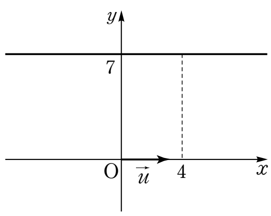
$\mathbf{x+2=\dfrac{y-3}{-4}}$이다.

답 $x+2=\dfrac{y-3}{-4}$

75

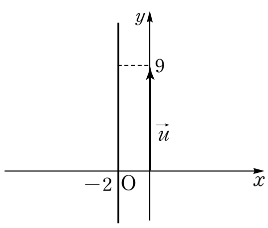
1) 점 $(4,\ 7)$을 지나고, 방향벡터가 $\vec{u}=(3,\ 0)$인 직선을 그림으로 그리면 오른쪽과 같다.

따라서 직선의 방정식은 $\mathbf{y=7}$이다.



2) 점 $(-2,\ 9)$를 지나고, 방향벡터가 $\vec{u}=(0,\ 9)$인 직선을 그림으로 그리면 오른쪽과 같다.

따라서 직선의 방정식은 $\mathbf{x=-2}$이다.



답 1) $y=7$ 2) $x=-2$

76

1) 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x-\boxed{3}}{2-\boxed{3}}=\frac{y-\boxed{1}}{4-\boxed{1}} \qquad \therefore \frac{\mathbf{x-}\boxed{\mathbf{3}}}{\boxed{\mathbf{-1}}}=\frac{\mathbf{y-}\boxed{\mathbf{1}}}{\boxed{\mathbf{3}}}$$

2) 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 9)$, $\mathrm{B}(-2,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x-1}{-2-1}=\frac{y-9}{3-9} \qquad \therefore \mathbf{\frac{x-1}{-3}=\frac{y-9}{-6}}$$

3) 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 6)$, $\mathrm{B}(5,\ 1)$을 지나는 직선은 x좌표가 같고, 방향벡터는 $(0,\ 5)$이므로 구하는 직선의 방정식은 $\mathbf{x=5}$이다.

【다른풀이】

1) 직선의 방향벡터는 $(1,\ -3)$이므로 점 A를 지나는 직선의 방정식은

$x-3=\dfrac{y-1}{-3}$

답 1) $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{3}$ 2) $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-9}{-6}$ 3) $x=5$

77

1) 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ -4)$를 지나는 직선에 평행하다고 하므로 방향벡터를 구하면

$\left((-3-\boxed{2}),\ 1-(\boxed{-4})\right)=(-5,\ 5)$

이때, 점 $(5,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{\mathbf{x-5}}{\boxed{\mathbf{-5}}}=\frac{\mathbf{y+}\boxed{\mathbf{2}}}{\boxed{\mathbf{5}}}$$

2) 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -4)$, $\mathrm{B}(-2,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은

$\dfrac{x-1}{-2-1}=\dfrac{y+4}{2-(-4)}$이므로 $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+4}{6}$

이때, 이 직선이 y축과 $(0,\ a)$에서 만난다고 하므로 $x=0$, $y=a$를 대입하면

$\mathbf{a=-2}$

3) $x-2=\dfrac{3-y}{2}$에서 $2x-4=3-y$

$\therefore y=7-2x$

위 식을 $\dfrac{x+3}{2}=1-y$에 대입하여 정리하면

$\dfrac{x+3}{2}=2x-6 \Rightarrow x+3=4x-12$

$\therefore x=5,\ y=-3$

즉, 교점은 $(5,\ -3)$이므로 두 점 $(5,\ -3)$, $(4,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은 $\dfrac{x-4}{5-4}=\dfrac{y-4}{-3-4} \Rightarrow \mathbf{x-4=\dfrac{y-4}{-7}}$

답 1) $\dfrac{x-5}{-5}=\dfrac{y+2}{5}$ 2) -2 3) $x-4=\dfrac{y-4}{-7}$

78

1) $2(x-1)-(y+2)=0$에서

$2x-2-y-2=0$

$\therefore \mathbf{2x-y-4=0}$

2) $(x+5)+3(y-4)=0$에서

$x+5+3y-12=0$

$\therefore \mathbf{x+3y-7=0}$

3) $-2(x-4)+3(y-6)=0$에서

$-2x+8+3y-18=0$

$\therefore \mathbf{-2x+3y-10=0}$

답 1) $2x-y-4=0$ 2) $x+3y-7=0$ 3) $-2x+3y-10=0$

79

2) $3(x-1)-(4-7y)=0$에서

$3(x-1)+7\left(y-\frac{4}{7}\right)=0$이므로 법선벡터는 $\mathbf{(3,\ 7)}$이다.

답 1) $(2, 6)$ 2) $(3, 7)$ 3) $(2, 8)$ 4) $(9, 0)$ 5) $(0, 7)$

80

1) $2(x-8)+0(y-7)=0 \Rightarrow x-8=0$ $\quad \therefore \boldsymbol{x=8}$

2) $0(x+4)+5(y-8)=0$

$y-8=0$ $\quad \therefore \boldsymbol{y=8}$

답 1) $x=8$ 2) $y=8$

81

1) 직선 $\frac{x+1}{5}=\frac{-y-3}{4}$과 수직인 직선이라 하므로

$\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-4}$의 방향벡터 $(5,\ -4)$는 구하는 직선의 법선벡터이다.

즉, 구하는 직선은 점 $(2, 7)$을 지나고 법선벡터가 $(5,\ -4)$인 직선이므로

$5(x-2)-4(y-7)=0$ $\quad \therefore \boldsymbol{5x-4y+18=0}$

2) 직선 $\frac{x+4}{2}=3y-4$와 수직인 직선이라 하므로

$\frac{x+4}{2}=\frac{y-\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}}$의 방향벡터 $\left(2,\ \frac{1}{3}\right)$은 구하는 직선의 법선벡터이다.

따라서 구하는 직선은 점 $(5,\ -2)$를 지나고 법선벡터가 $\left(2,\ \frac{1}{3}\right)$인 직선이므로

$2(x-5)+\frac{1}{3}(y+2)=0$ $\quad \therefore \boldsymbol{6x+y-28=0}$

3) $x-4=0$에 수직인 직선이므로 구하는 직선의 법선벡터는 $(0, 1)$이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은

$0\times(x-4)+1\times(y-1)=0$, 즉 $\boldsymbol{y-1=0}$이다.

4) $y=-5$에 수직인 직선이므로 구하는 직선의 법선벡터는 $(1, 0)$이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은

$1\times(x+3)+0\times(y-4)=0$, 즉 $\boldsymbol{x+3=0}$이다.

답 1) $5x-4y+18=0$ 2) $6x+y-28=0$
3) $y-1=0$ 4) $x+3=0$

82

1) 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-3,\ 2)$를 지나는 직선의 방향벡터가 $(-3-1,\ 2-0)=(-4,\ 2)$이므로 이는 구하는 직선의 법선벡터가 된다. 즉, 점 $(1, 1)$을 지나는 구하는 직선의 방정식은 $-4(x-1)+2(y-1)=0$ $\quad \therefore \boldsymbol{2x-y-1=0}$

2) 두 점 $\mathrm{A}(1, 2)$, $\mathrm{B}(-1, 1)$을 지나는 직선의 방향벡터가 $(-1-1,\ 1-2)=(-2,\ -1)$이므로 이는 구하는 직선의 법선벡터가 된다. 즉, 점 $(a, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$-2(x-a)-(y-4)=0 \Rightarrow 2x+y-(2a+4)=0$

이 직선이 점 $(2,\ b)$도 지나므로 대입하면

$4+b-(2a+4)=0$ $\quad \therefore \boldsymbol{b=2a}$

답 1) $2x-y-1=0$ 2) $b=2a$

83

1) 두 직선의 방향벡터 $(1,\ 2)$, $(3,\ 4)$가 이루는 각의 크기를 θ_1이라 하면 두 직선이 이루는 각의 크기 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$는

$$\cos\theta=|\cos\theta_1|=\frac{|1\times3+2\times4|}{\sqrt{1^2+2^2}\sqrt{3^2+4^2}}$$
$$=\frac{11}{5\sqrt{5}}=\boldsymbol{\frac{11\sqrt{5}}{25}}$$

2) $\frac{x}{3}=\frac{-y-2}{2} \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y+2}{-2}$,

$x-2=\frac{4-y}{5} \Rightarrow x-2=\frac{y-4}{-5}$이므로

두 직선의 방향벡터는 $(3,\ -2)$, $(1,\ -5)$이다.
이때, 두 직선의 방향벡터가 이루는 각의 크기를 θ_1이라 하면
두 직선이 이루는 각의 크기 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$는

$$\cos\theta=|\cos\theta_1|=\frac{|3\times1+(-2)\times(-5)|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}\sqrt{1^2+(-5)^2}}$$
$$=\frac{13}{\sqrt{13}\sqrt{26}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

3) $x-1=-y \Rightarrow \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}$,

$4x=2y-3 \Rightarrow x=\frac{2y-3}{4}=\frac{y-\frac{3}{2}}{2}$이므로

두 직선의 방향벡터는 $(1,\ -1)$, $(1, 2)$이다.
이때, 두 직선의 방향벡터가 이루는 각의 크기를 θ_1이라 하면
두 직선이 이루는 각의 크기 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$는

$$\cos\theta=|\cos\theta_1|=\frac{|1\times1+(-1)\times2|}{\sqrt{1^2+(+1)^2}\sqrt{1^2+2^2}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{10}}{10}}$$

답 1) $\frac{11\sqrt{5}}{25}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

84

1) $2(x-1)=y-1 \Rightarrow x-1=\frac{y-1}{2}$,

$3(1-x)=y+2 \Rightarrow \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-3}$이므로

두 직선의 방향벡터는 $(1, 2)$, $(1,\ -3)$이다.
이때, 두 직선의 방향벡터가 이루는 각의 크기를 θ_1이라 하면
두 직선이 이루는 각의 크기 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$는

$$\cos\theta=|\cos\theta_1|=\frac{|1\times1+2\times(-3)|}{\sqrt{1^2+2^2}\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

2) $2(x+4)=y+1 \Rightarrow x+4=\frac{y+1}{2}$,

$3(x+2)=4(y+5) \Rightarrow \frac{x+2}{4}=\frac{y+5}{3}$ 이므로

두 직선의 방향벡터는 $(1, 2)$, $(4, 3)$이다.

이때, 두 직선의 방향벡터가 이루는 각의 크기를 θ_1이라 하면

두 직선이 이루는 각의 크기 $\theta\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$는

$$\cos\theta=|\cos\theta_1|=\frac{|1\times4+2\times3|}{\sqrt{1^2+2^2}\sqrt{4^2+3^2}}$$

$$=\frac{10}{5\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$\therefore \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\frac{4}{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\mathbf{\frac{\sqrt{5}}{5}}$

3) $3(x+8)=3-y \Rightarrow \frac{x+8}{-1}=\frac{y-3}{3}$,

$-x=3(y-8) \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y-8}{-1}$ 이므로

두 직선의 방향벡터는 $(-1, 3)$, $(3, -1)$이다.

이때, 두 직선의 방향벡터가 이루는 각의 크기를 θ_1이라 하면

두 직선이 이루는 각의 크기 $\theta\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$는

$$\cos\theta=|\cos\theta_1|=\frac{|(-1)\times3+3\times(-1)|}{\sqrt{(-1)^2+3^2}\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{3}{5}$$

$\therefore \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\mathbf{\frac{4}{5}}$

답 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 3) $\frac{4}{5}$

85

1) $l \,/\!/\, m$이므로 두 직선 l, m의 방향벡터는 평행하다. 즉,

l : $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{k-1}$, m : $\frac{x-2}{4}=\frac{y+2}{-4}$ 에서

$l \,/\!/\, m$이므로

$\frac{-2}{4}=\frac{k-1}{-4}$

$2=k-1 \qquad \therefore k=\mathbf{3}$

2) $l \perp m$이므로 두 직선 l, m의 방향벡터의 내적은 0이다. 즉,

$(-2, k-1)\cdot(4, -4)=0$이므로

$-2\times4-4(k-1)=0$

$\therefore k=\mathbf{-1}$

답 1) 3 2) -1

86

1) $l \,/\!/\, m$이라 하므로 두 직선 l, m의 방향벡터는 평행하다.

$l \,/\!/\, m$이므로

$\frac{3}{-1}=\frac{k}{3}$

$\therefore k=\mathbf{-9}$

2) $l \perp m$이라 하므로 두 직선 l, m의 방향벡터의 내적은 0이다.

$(3, k)\cdot(-1, 3)=0$

$-3+3k=0 \qquad \therefore k=\mathbf{1}$

답 1) -9 2) 1

87

1) 구하는 직선의 방향벡터를 $(a,\ b)$(단, $ab\neq0$)라 하면

$x+2=\frac{y-1}{2}$ 과 수직이므로

$(a, b)\cdot(1, 2)=\boxed{0}$

$a+2b=0 \qquad \therefore a=\boxed{-2}\,b$

방향벡터는 $(a, b)=(\boxed{-2}\,b, b)=b(\boxed{-2}, 1)$,

즉 $(\boxed{-2}, 1)$($\because ab\neq0$)이라 할 수 있다.

따라서 구하는 직선이 $(0,\ 0)$을 지난다고 하므로 직선의 방정식은 $\boldsymbol{y=}\boxed{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{x}$이다.

2) $l \perp m$이라 하므로 $(6,\ -3)\cdot(-2, p)=0$

즉, $-12-3p=0$

$\therefore p=-4$

$(p,\ -1)=(-4,\ -1)$을 방향벡터로 하고 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식은 $\mathbf{\frac{x-2}{-4}=\frac{y-3}{-1}}$

답 1) $y=-\frac{1}{2}x$ 2) $\frac{x-2}{-4}=\frac{y-3}{-1}$

88

두 점 $\mathrm{A}(-6, 3)$, $\mathrm{B}(a, b)$를 지나는 직선의 방향벡터는 $(a+6, b-3)$이다.

이때, 직선 $\frac{x-1}{2}=\frac{y+6}{3}$ 과 평행하다고 하므로

두 벡터 $(a+6, b-3)$과 $(2,\ 3)$은 평행하다.

$\frac{a+6}{2}=\frac{b-3}{3}$

$3a+18=2b-6$

$\therefore 3a-2b=\mathbf{-24}$

답 -24

89

$\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{P}(x, y)$라 하면

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}=\boxed{(x_1, y_1)}$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}=(x,\ y)$이므로

$\vec{p}-\vec{a}=(x-\boxed{x_1}, y-\boxed{y_1})$ ⋯ ㉠

이때, $|\vec{p}-\vec{a}|=r$의 양변을 제곱하면

$|\vec{p}-\vec{a}|^2=r^2$

$\boxed{(\vec{p}-\vec{a})}\cdot\boxed{(\vec{p}-\vec{a})}=r^2$

㉠을 위 식에 대입하여 정리하면

$(x-x_1, y-y_1)\cdot(x-x_1, y-y_1)=r^2$

$\therefore (\boxed{x-x_1})^2+(\boxed{y-y_1})^2=r^2$

답 (x_1, y_1), x_1, y_1, $(\vec{p}-\vec{a})$, $(\vec{p}-\vec{a})$, $x-x_1$, $y-y_1$

90

$\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(x+2, y-3)$에서 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=1$이므로

$\mathbf{(x+2)^2+(y-3)^2=1}$

답 $(x+2)^2+(y-3)^2=1$

91

1) $|\vec{x}-\vec{a}|=1$에서 $|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AP}|=1$이므로 **점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원**이다.

2) $|\vec{x}-\vec{a}|=4$에서 $|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AP}|=4$이므로 **점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4인 원**이다.

3) $|2\vec{x}-2\vec{a}|=1$에서 $|\vec{x}-\vec{a}|=\frac{1}{2}$

즉, $|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AP}|=\frac{1}{2}$이므로 **점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$인 원**이다.

답 1) 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원
2) 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4인 원
3) 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$인 원

II-3 평면 운동 pp.63~68

92

1) $f(t)=te^t$에서

$f'(t)=e^t+te^t$

$f'(10)=e^{10}+10e^{10}=\mathbf{11e^{10}}$

2) 순간속도는 시간에 대한 거리의 순간변화율이므로

$f'(20)=e^{20}+20e^{20}=\mathbf{21e^{20}}$

3) 시간에 대한 속도가 $v(t)=f'(t)=e^t+te^t$이므로 시간에 대한 속도의 순간변화율은 $v'(t)=f''(t)=2e^t+te^t$

$f''(10)=2e^{10}+10e^{10}=\mathbf{12e^{10}}$

4) 가속도는 시간에 대한 속도의 순간변화율이고,

$a(t)=v'(t)=2e^t+te^t$이므로

$a(20)=v'(20)=2e^{20}+20e^{20}=\mathbf{22e^{20}}$

답 1) $11e^{10}$ 2) $21e^{20}$ 3) $12e^{10}$ 4) $22e^{20}$

93

1) $f(t)=t^2+\cos\frac{\pi}{4}t$에서

$v(t)=f'(t)=2t-\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}t$

$\therefore v(4)=f'(4)=\mathbf{8}$

2) $v(t)=f'(t)=2t-\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}t$에서

$a(t)=\frac{dv(t)}{dt}=2-\left(\frac{\pi}{4}\right)^2\cos\frac{\pi}{4}t$

$\therefore a(2)=\mathbf{2}$

3) 가속도가 $2+\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$일 때는 $2-\left(\frac{\pi}{4}\right)^2\cos\frac{\pi}{4}t=2+\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$

일 때이므로 $\cos\frac{\pi}{4}t=-1$

$\frac{\pi}{4}t=2n\pi\pm\pi \Rightarrow \frac{\pi}{4}t=\pi\ (\because 0\le t\le 10)\quad \therefore t=\mathbf{4}$

답 1) 8 2) 2 3) 4

94

1) $x=t-3,\ y=t^2-3t$이므로 시각 t에서의 속도는

$\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)=\mathbf{(1,\ 2t-3)}$

2) 속도의 크기는

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{1^2+(2t-3)^2}=\mathbf{\sqrt{4t^2-12t+10}}$

3) $\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)=(1,\ 2t-3)$이므로 시각 t에서의 가속도는

$\left(\frac{d^2x}{dt^2},\ \frac{d^2y}{dt^2}\right)=\mathbf{(0,\ 2)}$

4) 가속도의 크기는

$\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}=\sqrt{0^2+2^2}=\mathbf{2}$

답 1) $(1,\ 2t-3)$ 2) $\sqrt{4t^2-12t+10}$ 3) $(0,\ 2)$ 4) 2

95

1) $x=t-\sin t,\ y=1-\cos t$이므로 시각 t에서의 속도는

$\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)=\mathbf{(1-\cos t,\ \sin t)}$

2) 속도의 크기는

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{(\boxed{1-\cos t})^2+(\boxed{\sin t})^2}$

$=\sqrt{\boxed{2}-2\cos t}=\sqrt{\boxed{2}(1-\cos t)}$

$=\sqrt{2\cdot 2\sin^2\boxed{\frac{t}{2}}}\left(\because \sin^2\frac{\alpha}{2}=1-\cos^2\alpha\right)$

$=\mathbf{2\left|\sin\boxed{\frac{t}{2}}\right|}$

3) $\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)=(1-\cos t,\ \sin t)$이므로 시각 t에서의 가속도는

$\left(\frac{d^2x}{dt^2},\ \frac{d^2y}{dt^2}\right)=\mathbf{(\sin t,\ \cos t)}$

4) 가속도의 크기는

$\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}=\sqrt{\sin^2t+\cos^2t}=\mathbf{1}$

답 1) $(1-\cos t,\ \sin t)$ 2) $2\left|\sin\frac{t}{2}\right|$
3) $(\sin t,\ \cos t)$ 4) 1

96

1) $x=e^t\cos t,\ y=e^t\sin t$에서 시각 t에서의 속도는

$\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)=(e^t\cos t-e^t\sin t,\ e^t\sin t+e^t\cos t)$

$=\mathbf{(e^t(\cos t-\sin t),\ e^t(\sin t+\cos t))}$

2) 시각 t에서의 가속도는

$\left(\frac{d^2x}{dt^2},\ \frac{d^2y}{dt^2}\right)$

$=(e^t(\cos t-\sin t)+e^t(-\sin t-\cos t),$
$e^t(\sin t+\cos t)+e^t(\cos t-\sin t))$

$=\mathbf{(-2e^t\sin t,\ 2e^t\cos t)}$

3) $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(e^t(\cos t-\sin t), e^t(\sin t+\cos t))$이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

$=\sqrt{e^{2t}(\cos t-\sin t)^2+e^{2t}(\sin t+\cos t)^2}=\sqrt{2}e^t$

이때, 속력이 $\sqrt{2}e^2$이므로

$\sqrt{2}e^t=\sqrt{2}e^2 \qquad \therefore t=\mathbf{2}$

4) x축 방향의 가속도가 0일 때는

$\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}\right)=(-2e^t\sin t, 2e^t\cos t)$에서

$-2e^t\sin t=0$

$\therefore \sin t=0 \ (\because e^t>0)$

따라서 $0\le t\le 2\pi$에서 조건을 만족하는 $t=\mathbf{0, \pi, 2\pi}$이다.

답 1) $(e^t(\cos t-\sin t), e^t(\sin t+\cos t))$
2) $(-2e^t\sin t, 2e^t\cos t)$ 3) 2 4) $0, \pi, 2\pi$

97

1) $x=2\sin t,\ y=\cos t$에서

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(2\cos t, -\sin t)$이므로 $t=\frac{\pi}{3}$일 때의 속도는

$\left(2\cos\frac{\pi}{3}, -\sin\frac{\pi}{3}\right)=\left(1, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$이다.

따라서 속도의 크기는 $\sqrt{1+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\mathbf{\frac{\sqrt{7}}{2}}$이다.

2) $x=3t, y=3t-\frac{1}{2}t^2$에서 시각 t에서의 속도는

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(3, 3-t)$

이때, 속도의 크기, 즉 속력은

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{9+(3-t)^2}$이므로

속력이 $\sqrt{34}$일 때의 시각은 $\sqrt{9+(3-t)^2}=\sqrt{34}$에서

$(3-t)^2=25,\ 3-t=\pm5 \Rightarrow t=8$ 또는 $t=-2$

$\therefore t=8 \ (\because t\ge0)$

한편, $\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}\right)=(0, -1)$이므로

$t=8$일 때의 가속도의 크기는 $\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}=\mathbf{1}$

3) $x=\sin t-\cos t, y=2\cos t$이므로 시각 t에서의

속도는 $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(\boxed{\cos t+\sin t}, -2\boxed{\sin t})$

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{(\boxed{\cos t+\sin t})^2+(-2\boxed{\sin t})^2}$

$=\sqrt{1+2\boxed{\sin t\cos t}+4\boxed{\sin^2 t}}$

$=\sqrt{1+\sin\boxed{2t}+4\cdot\frac{1-\cos\boxed{2t}}{2}}$

$=\sqrt{3+\sin\boxed{2t}-2\cos\boxed{2t}}$

답 1) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 2) $t=8$, (가속도의 크기)$=1$
3) $\sqrt{3+\sin 2t-2\cos 2t}$

98

1) $x=1+\int_0^a (e^t+1)dt$

$=1+\Big[e^t+t\Big]_0^a=\mathbf{e^a+a}$

2) $t=3$에서 위치는 $\mathbf{e^3+3}$

3) $x=\int_0^3|v(t)|dt=\int_0^3|e^t+1|dt$

$=\int_0^3(e^t+1)dt=\Big[e^t+t\Big]_0^3=\mathbf{e^3+2}$

답 1) e^a+a 2) e^3+3 3) e^3+2

99

1) $x=0+\int_0^a \sin\frac{\pi}{2}t\,dt$

$=\Big[-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}t\Big]_0^a=\mathbf{-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}a+\frac{2}{\pi}}$

2) $\int_1^3 \sin\frac{\pi}{2}t\,dt=\Big[-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}t\Big]_1^3$

$=-\frac{2}{\pi}\cos\frac{3\pi}{2}+\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}=\mathbf{0}$

3) $s=\int_1^3|v(t)|dt=\int_1^3\left|\sin\frac{\pi}{2}t\right|dt$

$=\int_1^2\sin\frac{\pi}{2}t\,dt+\int_2^3\left(-\sin\frac{\pi}{2}t\right)dt$

$=2\int_1^2\sin\frac{\pi}{2}t\,dt=2\Big[-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}t\Big]_1^2$

$=2\left(-\frac{2}{\pi}\cos\pi+\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}\right)=\mathbf{\frac{4}{\pi}}$

답 1) $-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}a+\frac{2}{\pi}$ 2) 0 3) $\frac{4}{\pi}$

100

1) $h(a)=10+\int_0^a(\cos t-\sin t)dt$

$=10+\Big[\sin t+\cos t\Big]_0^a$

$=\sin a+\cos a+9$

따라서 던진 후 π초가 지났을 때 지상으로부터의 높이는

$h(\pi)=\mathbf{8}$이다.

2) 최고점에 도달하였을 때의 $v(t)=0$이므로

$\cos t-\sin t=0$에서 $\tan t=1 \qquad \therefore t=\frac{\pi}{4} \ (\because 0\le t\le\pi)$

$h\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}+9=\mathbf{\sqrt{2}+9}(\mathrm{m})$

3) $s=\int_0^\pi|v(t)|dt$

$=\int_0^\pi|\cos t-\sin t|dt$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos t-\sin t)dt+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}(-\cos t+\sin t)dt$

$=\Big[\sin t+\cos t\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}+\Big[-\sin t-\cos t\Big]_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}=\mathbf{2\sqrt{2}}(\mathrm{m})$

답 1) 8 2) $(\sqrt{2}+9)\mathrm{m}$ 3) $2\sqrt{2}\,\mathrm{m}$

101

1) $\int_0^4 \frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}tdt=\frac{\pi}{2}\Big[-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}t\Big]_0^4=\mathbf{0}$

2) $\int_0^4 |v(t)|dt=2\int_0^2 v(t)dt=2\int_0^2 \frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}tdt$

$=2\Big[-\cos\frac{\pi}{2}t\Big]_0^2$

$=2\times2=\mathbf{4}$ 답 1) 0 2) 4

102

1) 멈출 때의 $v=0$이므로 1초 동안 $v=0$인 경우는 없으므로 멈춘 적이 없다. (×)

2) 방향을 바꿀 때의 속도 v의 부호가 바뀌므로 $t=2$, 4일 때 방향을 두 번 바꾼다. (×)

3) $5\le t\le 6$일 때 속도가 일정하므로 가속도는 0이다. (○)

4) $s=1\times2=2(\text{m})$ (×) 답 1) × 2) × 3) ○ 4) ×

103

1) $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$에서

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(a(\boxed{1-\cos t}), a\sin t)$이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{a^2(\boxed{1-\cos t})^2+a^2\sin^2 t}$

$=\sqrt{a^2(2-\boxed{2}\cos t)}$

$=a\sqrt{2(\boxed{1-\cos t})}\ (\because a>0)$

$=2a\sqrt{\boxed{\sin^2\frac{t}{2}}}=\mathbf{2a\left|\sin\boxed{\frac{t}{2}}\right|}$

2) $s=\int_0^{2\pi}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt$

$=\int_0^{2\pi}2a\left|\sin\frac{t}{2}\right|dt=\int_0^{2\pi}2a\sin\frac{t}{2}dt$

$=\Big[-4a\cos\frac{t}{2}\Big]_0^{2\pi}=\mathbf{8a}$

3) $8a=16$ $\therefore a=\mathbf{2}$ 답 1) $2a\left|\sin\frac{t}{2}\right|$ 2) $8a$ 3) 2

104

$x=e^t-t$, $y=4e^{\frac{t}{2}}$이므로

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(e^t-1, 2e^{\frac{t}{2}})$

(속력)$=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{(e^t-1)^2+4e^t}$

$=\sqrt{e^{2t}+2e^t+1}=\sqrt{(e^t+1)^2}=e^t+1$

$\therefore$ (움직인 거리)$=\int_0^3\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt$

$=\int_0^3(e^t+1)dt$

$=\Big[e^t+t\Big]_0^3=\mathbf{e^3+2}$ 답 e^3+2

105

1) $y=\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$ $(1\le x\le 4)$에서

$y'=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{1}{2}}=(x-1)^{\frac{1}{2}}$이므로

(곡선의 길이)$=\int_1^4\sqrt{1+(y')^2}dx$

$=\int_1^4\sqrt{1+(x-1)}dx$

$=\int_1^4\sqrt{x}dx=\Big[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Big]_1^4$

$=\mathbf{\frac{14}{3}}$

2) $x=2\ln t$, $y=t+\frac{1}{t}$ $(1\le t\le 2)$에서

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=\left(\frac{2}{t}, 1-\frac{1}{t^2}\right)$이므로

(곡선의 길이)$=\int_1^2\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt$

$=\int_1^2\sqrt{\frac{4}{t^2}+\left(1-\frac{1}{t^2}\right)^2}dt$

$=\int_1^2\sqrt{\frac{4}{t^2}+1-\frac{2}{t^2}+\frac{1}{t^4}}dt$

$=\int_1^2\sqrt{\left(\frac{1}{t^2}+1\right)^2}dt$

$=\int_1^2\left(\frac{1}{t^2}+1\right)dt$

$=\Big[-\frac{1}{t}+t\Big]_1^2=\mathbf{\frac{3}{2}}$

3) $x=t-\sin t$, $y=1-\cos t\,(0\le t\le 2\pi)$에서

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(1-\cos t, \sin t)$이므로

(곡선의 길이)$=\int_0^{2\pi}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt$

$=\int_0^{2\pi}\sqrt{(1-\cos t)^2+\sin^2 t}dt$

$=\int_0^{2\pi}\sqrt{2-2\cos t}dt$

$=\int_0^{2\pi}2\left|\sin\frac{t}{2}\right|dt\left(\because \frac{1-\cos\alpha}{2}=\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$

$=\int_0^{2\pi}2\sin\frac{t}{2}dt$

$=\Big[-4\cos\frac{t}{2}\Big]_0^{2\pi}=\mathbf{8}$

답 1) $\frac{14}{3}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) 8

Ⅲ. 공간도형

Ⅲ-1 공간도형 pp.72~84

01

2) 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면을 결정하지 못한다.

5) 한 평면을 결정하는 데는 세 점이 필요하므로 네 점으로는 여러 개의 평면을 결정할 수 있다.

답 1) ○ 2) × 3) ○ 4) ○ 5) × 6) ○

02

1) 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점은 한 평면을 결정하므로 조건을 만족하는 다섯 개의 점으로 결정되는 평면의 개수는 ${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=\mathbf{10}$

2) 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점은 한 평면을 결정하므로 조건을 만족하는 여섯 개의 점으로 결정되는 평면의 개수는

${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=\mathbf{20}$

답 1) 10 2) 20

03

어느 세 점도 같은 평면 위에 있지 않고 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때, 다섯 개의 점으로 만들 수 있는 평면의 개수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$이다.

이때, 밑면을 이루는 네 점 B, C, D, E로 만들어지는 평면의 개수는 ${}_4C_3={}_4C_1=4$이고, 이들은 모두 한 평면이다.

따라서 구하는 서로 다른 평면의 개수는

$10-4+1=\mathbf{7}$이다.

답 7

04

답 1) 모서리 AC, 모서리 AD, 모서리 AE, 모서리 BC, 모서리 BE

2) 모서리 ED 3) 모서리 CD, 모서리 ED

05

3) 두 직선이 점 D에서 만나므로 꼬인 위치가 아니다.

답 1) ○ 2) ○ 3) ×

06

직선 BC와 꼬인 위치에 있는 직선은 직선 AD, 직선 DE, 직선 DF로 **3**개이다.

답 3

07

답 1) 면 ABCD, 면 ABFE 2) 면 AEHD, 면 BFGC

3) 면 CGHD, 면 EFGH 4) 면 AEHD, 면 CGHD

5) 모서리 AE, 모서리 EH, 모서리 HD, 모서리 DA

6) 모서리 AD, 모서리 BC, 모서리 FG, 모서리 EH

08

답 1) 면 FLKE

2) 면 BHIC, 면 DJKE, 면 ABCDEF, 면 GHIJKL

3) 모서리 EK

09

1) 면 BHIC, 면 CIJD, 면 DJKE, 면 EKLF로 **4**개

2) 모서리 CI, 모서리 DJ, 모서리 EK, 모서리 FL, 모서리 DE, 모서리 JK로 **6**개

3) 모서리 BC, 모서리 FE, 모서리 HI, 모서리 LK로 **4**개

답 1) 4 2) 6 3) 4

10

3) 모서리 AB, 모서리 AE, 모서리 BF, 모서리 EF로 **4**개

4) 모서리 AC, 모서리 AE, 모서리 CF, 모서리 EF로 **4**개

답 1) 모서리 DE, EF, DF 2) 면 DEF 3) 4 4) 4

11

ㄱ. 두 직선 BH, AG는 면 ABGH 위의 직선이고, 평행하지 않으므로 한 점에서 만난다.

ㄴ. 두 직선 BH, CE는 면 BEHC 위의 직선이고, 평행하지 않으므로 한 점에서 만난다.

ㄷ. 두 직선 BH, DF는 면 BFHD 위의 직선이고, 평행하지 않으므로 한 점에서 만난다.

ㄹ. 두 직선 BH와 직선 EF는 꼬인 위치에 있으므로 만나지 않는다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

12

3) $\overline{AF}$와 $\overline{BE}$는 꼬인 위치에 있다.

4) 모서리 DE, 모서리 EF, 모서리 FD로 3개이다.

답 1) ○ 2) ○ 3) × 4) ○ 5) ○

13

모서리 AD와 만나는 모서리는 모서리 AB, 모서리 AE, 모서리 DC, 모서리 DH로 4개이므로 $a=4$

모서리 AD와 평행한 모서리는 모서리 BC, 모서리 FG, 모서리 EH로 3개이므로 $b=3$

모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리는 모서리 BF, 모서리 CG, 모서리 EF, 모서리 HG로 4개이므로 $c=4$

$\therefore a-b+c=4-3+4=\mathbf{5}$

답 5

14

1) 직선 AB를 직선 CD로 평행이동하면 직선 AB와 직선 CG가 이루는 각의 크기는 직선 CD와 직선 CG가 이루는 각의 크기 $\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$와 같다.

2) 직선 EF를 직선 AB로 평행이동하면 직선 AC와 직선 EF가 이루는 각의 크기는 직선 AC와 직선 AB가 이루는 각의 크기 $\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$와 같다.

3) 직선 AH를 직선 BG로 평행이동하면 직선 AH와 직선 CF가 이루는 각의 크기는 직선 BG와 직선 CF가 이루는 각의 크기인 $\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$와 같다.

답 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{2}$

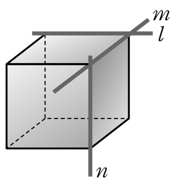
15

3) $\triangle$AFH는 $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{FH}}=\overline{\mathrm{HA}}$인 정삼각형이므로 두 직선 AF와 AH가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$이다.

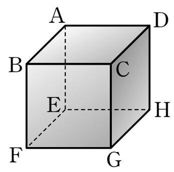
답 1) 면 AEHD, 면 CGHD 2) 면 ABCD, 면 EFGH 3) $\frac{\pi}{3}$

16

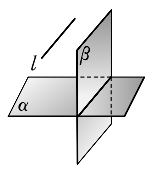
1) 【반례】 l과 n이 꼬인 위치일 수도 있다. (×)



2) 【반례】
(면 ABCD)⊥(면 CGHD),
(면 CGHD)⊥(면 BFGC)
이지만 면 ABCD와
면 BFGC가 평행한 것은 아니다.
(×)



5) 【반례】 그림에서 $l \,/\!/\, \alpha$, $l \,/\!/\, \beta$이지만 두 평면 α와 β는 만난다. (×)



답 1) × 2) × 3) ○ 4) ○ 5) ×

17

1) $\overline{\mathrm{CG}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DH}}$이므로 $\overline{\mathrm{BH}}$와 $\overline{\mathrm{CG}}$가 이루는 각의 크기는 $\overline{\mathrm{BH}}$와 $\boxed{\overline{\mathrm{DH}}}$가 이루는 각의 크기와 같다.

$\angle\mathrm{BDH}=\boxed{\frac{\pi}{2}}$이므로 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면 $\overline{\mathrm{DH}}=\boxed{a}$, $\overline{\mathrm{BH}}=\boxed{\sqrt{3}a}$

$\cos\theta=\dfrac{\overline{\mathrm{DH}}}{\boxed{\overline{\mathrm{BH}}}}=\dfrac{a}{\boxed{\sqrt{3}a}}=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

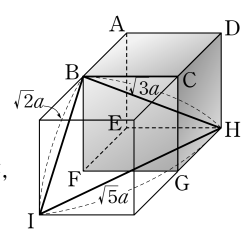
2) $\overline{\mathrm{CD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BE}}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{CD}}$가 이루는 각의 크기는 $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BE}}$가 이루는 각의 크기와 같다.
이때, $\triangle$ABE는 정삼각형이므로

$\angle\mathrm{ABE}=\theta=\frac{\pi}{3}$ $\therefore \cos\theta=\cos\frac{\pi}{3}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

답 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 2) $\frac{1}{2}$

18

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AF}}$를 $\overline{\mathrm{BI}}$로 평행이동하면 $\overline{\mathrm{BH}}$와 $\overline{\mathrm{AF}}$가 이루는 각의 크기는 $\overline{\mathrm{BH}}$와 $\overline{\mathrm{BI}}$가 이루는 각의 크기와 같다.
주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면 $\overline{\mathrm{BI}}=\sqrt{2}a$, $\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{3}a$, $\overline{\mathrm{IH}}=\sqrt{5}a$에서 $\overline{\mathrm{IH}}^2=\overline{\mathrm{BI}}^2+\overline{\mathrm{BH}}^2$이므로



$\triangle$BIH는 $\angle\mathrm{B}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BH}}$와 $\overline{\mathrm{AF}}$가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$이므로

$\cos\theta=\cos\frac{\pi}{2}=\mathbf{0}$ 답 0

19

1) $\overline{\mathrm{PO}}\perp\alpha$, $\overline{\mathrm{OH}}\perp l$이면 $\boxed{\mathbf{PH}}\perp l$

2) $\overline{\mathrm{PO}}\perp\alpha$, $\overline{\mathrm{PH}}\perp l$이면 $\boxed{\mathbf{OH}}\perp l$

3) $\overline{\mathrm{PH}}\perp l$, $\overline{\mathrm{OH}}\perp l$, $\overline{\mathrm{PO}}\perp\overline{\mathrm{OH}}$이면 $\boxed{\mathbf{PO}}\perp\alpha$

답 1) $\overline{\mathrm{PH}}$ 2) $\overline{\mathrm{OH}}$ 3) $\overline{\mathrm{PO}}$

20

1) $\overline{\mathrm{PO}}\perp\alpha$이므로 $\overline{\mathrm{PO}}\perp\overline{\mathrm{OQ}}$

따라서 $\triangle$PQO는 $\angle\mathrm{POQ}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\overline{\mathrm{OQ}}^2+\boxed{\overline{\mathrm{PO}}}^2}=\sqrt{3^2+\boxed{4}^2}=\boxed{5}$

또, $\overline{\mathrm{PO}}\perp\alpha$이고 $\boxed{\overline{\mathrm{OQ}}}\perp\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$이므로

삼수선의 정리에 의하여 $\boxed{\overline{\mathrm{PQ}}}\perp\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$

따라서 $\triangle$PAQ는 $\boxed{\angle\mathrm{PQA}}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{\boxed{\overline{\mathrm{AQ}}}^2+\overline{\mathrm{PQ}}^2}=\sqrt{\boxed{2}^2+\boxed{5}^2}=\boxed{\sqrt{\mathbf{29}}}$

2) 1)에 의하여 $\triangle$PAQ는 $\angle\mathrm{PQA}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AP}}^2-\overline{\mathrm{AQ}}^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{PO}}=\sqrt{\overline{\mathrm{PQ}}^2-\overline{\mathrm{OQ}}^2}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=\mathbf{4}$

답 1) $\sqrt{29}$ 2) 4

21

1) $\overline{\mathrm{OC}}\perp\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OC}}\perp\overline{\mathrm{OB}}$이므로
$\overline{\mathrm{OC}}\perp$ 면 $\boxed{\mathrm{OAB}}$이고, $\overline{\mathrm{CH}}\perp\boxed{\overline{\mathrm{AB}}}$이므로 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{OH}}\perp\boxed{\overline{\mathrm{AB}}}$

직각삼각형 OAB에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\boxed{4}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\boxed{4\sqrt{2}}$이므로

$\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{OH}}$에서

$4\times\boxed{4}=\boxed{4\sqrt{2}}\times\overline{\mathrm{OH}}$

$\therefore \overline{\mathrm{OH}}=\boxed{\mathbf{2\sqrt{2}}}$

2) 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{OH}}\perp\overline{\mathrm{AB}}$
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이고 $\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{OH}}$이므로

$\overline{\mathrm{OH}}=\dfrac{\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{3\times4}{5}=\dfrac{12}{5}$

따라서 $\overline{\mathrm{OC}}\perp\overline{\mathrm{OH}}$이므로 $\triangle$COH에서

$\overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{CO}}^2+\overline{\mathrm{OH}}^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\mathbf{\frac{2\sqrt{61}}{5}}$

답 1) $2\sqrt{2}$ 2) $\frac{2\sqrt{61}}{5}$

22

$\triangle$ABC, $\triangle$BCD는 모두 정삼각형이므로
$\overline{\mathrm{AM}}\perp\boxed{\overline{\mathbf{BC}}}$, $\overline{\mathrm{HM}}\perp\boxed{\overline{\mathbf{BC}}}$
또, $\overline{\mathrm{AH}}\perp\overline{\mathrm{HM}}$이므로 삼수선의 정리에 의하여
$\overline{\mathrm{AH}}\perp$ 면 $\boxed{\mathbf{BCD}}$ 답 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, BCD

23

$\overline{AE}\perp$ 면 EFGH, $\overline{EO}\perp\overline{FH}$이므로 삼수선의 정리에 의하여
$\overline{AO}\perp\overline{FH}$
직각삼각형 FEH에서 $\overline{EF}\times\overline{EH}=\overline{FH}\times\overline{EO}$이므로
$2\times2=2\sqrt{2}\times\overline{EO}$ $\quad\therefore\ \overline{EO}=\sqrt{2}$
따라서 직각삼각형 AEO에서
$\overline{AO}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\boldsymbol{\sqrt{6}}$

답 $\sqrt{6}$

24

$\overline{AE}\perp$ 면 EFGH이고 $\overline{AI}\perp\overline{MH}$이므로 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{EI}\perp\overline{MH}$
이때, $\triangle$EMH는 $\overline{EM}=\overline{MH}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$인 이등변삼각형이므로

$$\triangle EMH=\frac{1}{2}\times\overline{EH}\times\overline{GH}=\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{EI}\text{에서}$$

$$\overline{EI}=\frac{\overline{EH}\times\overline{GH}}{\overline{MH}}=\frac{4\times4}{2\sqrt{5}}=\boldsymbol{\frac{8\sqrt{5}}{5}}$$

답 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

25

면 EFGH와 면 ABGH의 교선은 $\overline{GH}$이다.
$\overline{BG}$와 $\overline{FG}$는 교선 위의 점 G에서 만나고
$\overline{BG}\ \boxed{\perp}\ \overline{GH}$, $\overline{FG}\ \boxed{\perp}\ \overline{GH}$이다.
이때, $\angle BGF=\boxed{\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}}$이므로 구하는 이면각의 크기는 $\boxed{\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}}$이다.

답 $\perp$, $\perp$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4}$

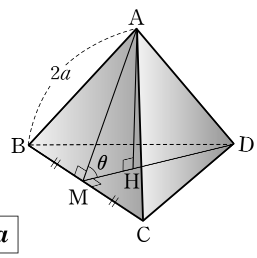
26

$\overline{BG}\perp\overline{GH}$, $\overline{FG}\perp\overline{GH}$이므로 구하는 각의 크기는
$\angle BGF=\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$이다.

답 $\frac{\pi}{4}$

27

오른쪽 그림과 같이 정사면체의 한 모서리의 길이를 $2a$라고 하자. 모서리 BC의 중점을 M이라고 하면



$\overline{AM}\ \boxed{\perp}\ \overline{BC}$, $\overline{DM}\ \boxed{\perp}\ \overline{BC}$
이므로 $\angle AMD=\theta$이다.

$$\overline{AM}=\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\boxed{\boldsymbol{2a}}=\boxed{\boldsymbol{\sqrt{3}a}}$$

이때, 꼭짓점 A에서 $\triangle$BCD에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{MH}=\frac{1}{\boxed{\boldsymbol{3}}}\overline{DM}=\frac{1}{\boxed{\boldsymbol{3}}}\times\sqrt{3}a=\boxed{\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}a}}$$

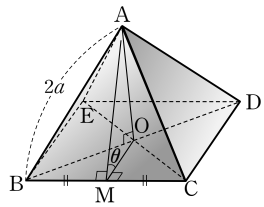
따라서 직각삼각형 AMH에서

$$\cos\theta=\frac{\overline{MH}}{\boxed{\overline{\mathbf{AM}}}}=\frac{\boxed{\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}a}}}{\sqrt{3}a}=\boxed{\boldsymbol{\frac{1}{3}}}$$

답 $\perp$, $\perp$, $2a$, $\sqrt{3}a$, 3, 3, $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\overline{AM}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\frac{1}{3}$

28

1) 꼭짓점 A에서 면 BCDE에 내린 수선의 발을 O라 하고, $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면



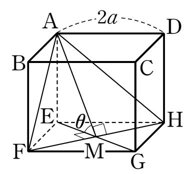
$\overline{AM}\perp\overline{BC}$, $\overline{OM}\perp\overline{BC}$
이므로 두 면 ABC와 BCDE가 이루는 각의 크기 θ는 $\overline{AM}$과 $\overline{OM}$이 이루는 각의 크기와 같다.
즉, $\angle AMO=\theta$이다.
이때 정사각뿔의 한 모서리의 길이를 $2a$라 하면

$$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2a=\sqrt{3}a,$$

$$\overline{OM}=\frac{1}{2}\times2a=a\text{이므로}$$

$$\cos\theta=\frac{\overline{OM}}{\overline{AM}}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

2) $\overline{FH}$의 중점을 M이라 하면



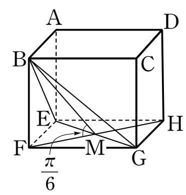
$\overline{AM}\perp\overline{FH}$, $\overline{EM}\perp\overline{FH}$이므로 두 면 AFH와 EFGH가 이루는 각의 크기는 $\overline{AM}$과 $\overline{EM}$이 이루는 각의 크기와 같다.
즉, $\angle AME=\theta$이다.
이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 $2a$라 하면 $\triangle$AEM에서
$\overline{AM}=\sqrt{(2a)^2+(\sqrt{2}a)^2}=\sqrt{6}a$

$$\cos\theta=\frac{\overline{EM}}{\overline{AM}}=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{6}a}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

답 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

29

그림과 같이 $\overline{EG}$와 $\overline{FH}$의 교점을 M이라 하면



$\overline{AB}=\overline{BC}=4$이므로

$$\overline{FM}=\frac{1}{\boxed{2}}\overline{FH}$$

$$=\frac{1}{2}\times\boxed{4\sqrt{2}}$$

$$=\boxed{2\sqrt{2}}$$

이때, 두 면 BEG와 EFGH가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$이므로

$$\angle BMF=\boxed{\frac{\pi}{6}}$$

따라서 $\triangle$BFM에서 $\tan\frac{\pi}{6}=\dfrac{\overline{BF}}{\boxed{\overline{FM}}}$

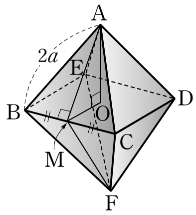
$$\therefore\ \overline{BF}=\boxed{\overline{FM}}\tan\frac{\pi}{6}$$

$$=2\sqrt{2}\times\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\boxed{\boldsymbol{\frac{2\sqrt{6}}{3}}}$$

답 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

30

꼭짓점 A에서 면 BCDE에 내린 수선의 발을 O, $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면 $\overline{AM}\perp\overline{BC}$이고 $\overline{FM}\perp\overline{BC}$이므로 두 평면 ABC와 FBC가 이루는 각의 크기 θ는 $\overline{AM}$과 $\overline{FM}$이 이루는 각의 크기와 같다.



즉, $\angle AMF=\theta$이고, $\angle AMO=\dfrac{\theta}{2}$

정팔면체의 한 변의 길이를 $2a$라 하면

$\overline{AM}=\sqrt{3}a$, $\overline{MO}=a$이므로 $\cos\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{\overline{OM}}{\overline{AM}}=\dfrac{a}{\sqrt{3}a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \cos\theta=2\cos^2\dfrac{\theta}{2}-1=2\cdot\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2-1=\mathbf{-\dfrac{1}{3}}$ 답 $-\dfrac{1}{3}$

31

답 1) $\overline{EG}$ 2) $\overline{CG}$ 3) $\overline{FH}$ 4) $\triangle EGF$

32

답 1) $\overline{CD}$ 또는 $\overline{AB}$ 2) $\overline{CD}$ 또는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원

33

3) $\overline{AG}$의 면 EFGH 위로의 정사영은 $\overline{EG}$이고 $\overline{DF}$의 면 EFGH 위로의 정사영은 $\overline{HF}$이므로 두 정사영의 교점은 $\overline{EG}$와 $\overline{HF}$의 교점이다.

답 1) $\overline{EG}$ 2) $\triangle EFG$ 3) $\overline{EG}$와 $\overline{HF}$의 교점

34

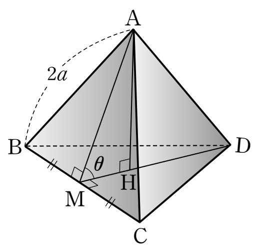
1) $\overline{A'B'}=\overline{AB}\cos\dfrac{\pi}{3}=12\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{6}$

2) $\overline{A'B'}=\overline{AB}\cos\dfrac{\pi}{4}$에서 $6=\overline{AB}\cos\dfrac{\pi}{4}$

$\therefore \overline{AB}=\dfrac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\mathbf{6\sqrt{2}}$

3) $\overline{A'B'}=\overline{AB}\cos\theta$에서

$\cos\theta=\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\dfrac{8}{12}=\mathbf{\dfrac{2}{3}}$



답 1) 6 2) $6\sqrt{2}$ 3) $\dfrac{2}{3}$

35

대각선 AG의 면 EFGH 위로의 정사영은 $\overline{EG}$이므로

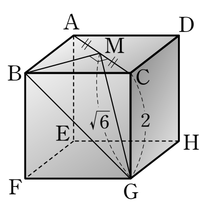
$\overline{EG}=\overline{AG}\cos\theta=6\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\mathbf{4\sqrt{2}}$ 답 $4\sqrt{2}$

36

$\overline{AC}$의 중점을 M이라 하면 $\overline{BM}\perp\overline{AC}$이므로 $\overline{BG}$의 면 AEGC 위로의 정사영은 $\overline{MG}$이다.

직각삼각형 GCM에서 $\overline{GC}=2$, $\overline{CM}=\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{MG}=\sqrt{\overline{GC}^2+\overline{CM}^2}$
$=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\mathbf{\sqrt{6}}$



답 $\sqrt{6}$

37

1) $\square A'B'C'D'=\square ABCD\cos\dfrac{\pi}{3}=80\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{40}$

2) $\square A'B'C'D'=\square ABCD\cos\theta$에서

$30\sqrt{2}=60\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \theta=\mathbf{\dfrac{\pi}{4}}$

답 1) 40 2) $\dfrac{\pi}{4}$

38

한 변의 길이가 2인 정삼각형의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \theta=\mathbf{\dfrac{\pi}{3}}\left(\because 0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 답 $\dfrac{\pi}{3}$

39

(정사영의 넓이)$=\pi\times2^2\times\cos\dfrac{\pi}{6}=4\pi\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{2\sqrt{3}\pi}$ 답 $2\sqrt{3}\pi$

40

타원의 넓이를 S라 하면

$S\cos\boxed{\dfrac{\pi}{6}}=\pi\times\boxed{3}^2$

$\therefore S=\dfrac{\boxed{9}\pi}{\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}}=\boxed{\mathbf{6\sqrt{3}}}\pi$ 답 $6\sqrt{3}\pi$

41

주어진 사각뿔의 모든 모서리의 길이가 같으므로 한 모서리의 길이를 a라 하면 옆면은 모두 정삼각형이므로 $\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

이때, $\triangle ABC$의 면 BCDE 위로의 정사영의 넓이는

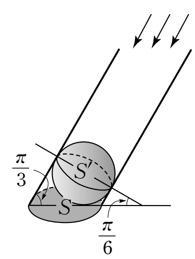
$\dfrac{1}{4}\square BCDE$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\cos\theta=\dfrac{1}{4}a^2$ $\therefore \cos\theta=\mathbf{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

42

애드벌룬이 지면과 접하도록 이동하면 햇빛과 수직으로 만나는 구의 지름이 지면과 이루는 각의 크기 θ는

$\theta=\pi-\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\pi}{6}$



따라서 그림자의 넓이를 S, 애드벌룬의 중심을 지나는 단면인 원의 넓이를 S'이라고 하면 $S'=S\cos\theta$

구의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\pi r^2=24\sqrt{3}\pi\cos\dfrac{\pi}{6}=24\sqrt{3}\pi\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r^2=36$

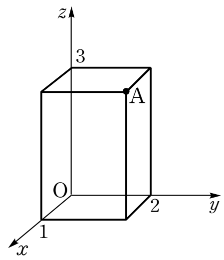
$\therefore r=\mathbf{6}(\because r>0)$ 답 6

43

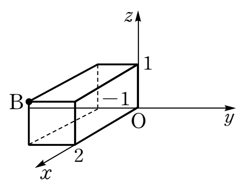
답 1) P$(1, 5, 3)$ 2) P$(1, 3, -2)$
3) P$(5, -1, 2)$ 4) P$(2, -3, -1)$

44

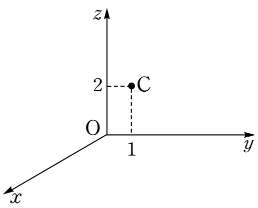
답 1)



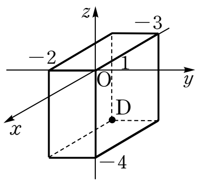
2)



3)



4)



45

답 1) $(-1, 2, 0)$ 2) $(0, 2, 3)$ 3) $(-1, 0, 3)$

46

답 1) $(4, 0, 0)$ 2) $(0, -2, 0)$ 3) $(0, 0, -1)$

47

답 1) x축 : $(3, -4, 2)$, y축 : $(-3, 4, 2)$, z축 : $(-3, -4, -2)$
2) xy평면 : $(3, 4, 2)$, yz평면 : $(-3, 4, -2)$,
zx평면 : $(3, -4, -2)$

48

답 $(3, -4, -7)$

49

점 P$(2, 3, -4)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점 Q는 Q$(2, -3, 4)$이고, 점 Q$(2, -3, 4)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점 R는 R$(-2, -3, -4)$
또, 점 R$(-2, -3, -4)$를 z축에 대하여 대칭이동한 점 S는 S$(2, 3, -4)$
따라서 구하는 점 S의 좌표는 **S(2, 3, −4)**이다.

답 S$(2, 3, -4)$

50

1) $\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+\{0-(-2)\}^2+(2-1)^2}=\mathbf{3}$
2) $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+\{4-(-2)\}^2+(2-1)^2}=\mathbf{\sqrt{53}}$
3) $\overline{AB}=\sqrt{(5-5)^2+(-1-1)^2+(2-4)^2}=\mathbf{2\sqrt{2}}$
4) $\overline{OA}=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=\mathbf{3}$

답 1) 3 2) $\sqrt{53}$ 3) $2\sqrt{2}$ 4) 3

51

1) 점 P$(1, 2, -3)$을 xy평면에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 Q$(1, 2, 3)$이므로
$\overline{PQ}=\sqrt{(1-1)^2+(2-2)^2+\{3-(-3)\}^2}=\mathbf{6}$
2) 점 P$(1, 2, -3)$을 z축에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 Q$(-1, -2, -3)$이므로
$\overline{PQ}=\sqrt{(-1-1)^2+(-2-2)^2+(-3+3)^2}=\mathbf{2\sqrt{5}}$
3) 점 P$(1, 2, -3)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 Q$(-1, -2, 3)$이므로
$\overline{PQ}=\sqrt{(-1-1)^2+(-2-2)^2+\{-3-(-3)\}^2}=\mathbf{2\sqrt{14}}$

답 1) 6 2) $2\sqrt{5}$ 3) $2\sqrt{14}$

52

$\overline{PA}=\sqrt{(1-2)^2+(-1-0)^2+(a-1)^2}$
$=\sqrt{(a-1)^2+2}$
$\overline{PB}=\sqrt{(0-2)^2+(-2-0)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{3}$
이때, $\overline{PA}=\dfrac{1}{2}\overline{PB}$이므로
$\sqrt{(a-1)^2+2}=\sqrt{3} \Rightarrow (a-1)^2+2=3$
$(a-1)^2=1 \Rightarrow a-1=\pm1$
$\therefore a=\mathbf{2}$ $(\because a>0)$

답 2

53

1) 점 P의 좌표를 $(x, \boxed{0}, \boxed{0})$이라 하면
$\overline{AP}=\sqrt{(x-3)^2+(0-1)^2+\{0-(-2)\}^2}$
$=\sqrt{x^2-\boxed{6}x+\boxed{14}}$
$\overline{BP}=\sqrt{(x-1)^2+(0-0)^2+(0-5)^2}$
$=\sqrt{x^2-\boxed{2}x+\boxed{26}}$
이때, $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서
$x^2-6x+\boxed{14}=x^2-\boxed{2}x+26$
$\therefore x=\boxed{-3}$
따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\boxed{\mathbf{P(-3, 0, 0)}}$이다.
2) 점 Q의 좌표를 $(0, y, 0)$이라 하면
$\overline{AQ}=\sqrt{(0-2)^2+\{y-(-1)\}^2+(0-3)^2}$
$=\sqrt{y^2+2y+14}$
$\overline{BQ}=\sqrt{(0-4)^2+(y-5)^2+(0-3)^2}$
$=\sqrt{y^2-10y+50}$
이때, $\overline{AQ}=\overline{BQ}$이므로 $\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$에서
$y^2+2y+14=y^2-10y+50$ $\therefore y=3$
따라서 구하는 점 Q의 좌표는 **Q(0, 3, 0)**이다.
3) 점 R의 좌표를 $(0, 0, z)$라 하면
$\overline{AR}=\sqrt{(0-1)^2+\{0-(-1)\}^2+(z-3)^2}$
$=\sqrt{z^2-6z+11}$
$\overline{BR}=\sqrt{\{0-(-3)\}^2+(0-2)^2+(z-4)^2}$
$=\sqrt{z^2-8z+29}$
이때, $\overline{AR}=\overline{BR}$이므로 $\overline{AR}^2=\overline{BR}^2$에서
$z^2-6z+11=z^2-8z+29$ $\therefore z=9$
따라서 구하는 점 R의 좌표는 **R(0, 0, 9)**이다.

답 1) P$(-3, 0, 0)$ 2) Q$(0, 3, 0)$ 3) R$(0, 0, 9)$

54

xy평면 위의 점 C의 좌표를 $C(x, y, 0)$이라 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(0-1)^2+\{-1-(-1)\}^2+(1-0)^2}=\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(x-0)^2+\{y-(-1)\}^2+(0-1)^2}=\sqrt{x^2+y^2+2y+2}$

$\overline{CA}=\sqrt{(x-1)^2+\{y-(-1)\}^2+(0-0)^2}$

$=\sqrt{x^2-2x+y^2+2y+2}$

이때, $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로

$\sqrt{2}=\sqrt{x^2+y^2+2y+2}$에서

$x^2+y^2+2y=0$ ⋯ ㉠

또, $\sqrt{x^2+y^2+2y+2}=\sqrt{x^2-2x+y^2+2y+2}$에서 $x=0$ ⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $y=0$ 또는 $y=-2$

따라서 점 C의 좌표는 $\mathbf{(0, 0, 0)}$ 또는 $\mathbf{(0, -2, 0)}$이다.

답 $(0, 0, 0)$ 또는 $(0, -2, 0)$

55

1) 좌표공간에서 주어진 두 점 A, B는 xy평면을 기준으로 같은 쪽에 있으므로 점 B를 xy평면에 대하여 대칭이동한 점 $B'(-1, \boxed{3}, \boxed{-2})$에 대하여 선분 AB'과 xy평면의 교점의 위치에 점 P가 있을 때 $\overline{AP}+\overline{BP}$는 최솟값을 가진다.

즉, $\overline{AP}+\overline{BP} \geq \overline{AB'}$

$\overline{AB'}=\sqrt{(-1-\boxed{2})^2+(\boxed{3}-1)^2+(\boxed{-2}-1)^2}$

$=\boxed{\sqrt{22}}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\boxed{\sqrt{22}}$이다.

2) 좌표공간에서 주어진 두 점 A, B는 yz평면을 기준으로 반대쪽에 있으므로 선분 AB와 yz평면의 교점의 위치에 점 Q가 있을 때 $\overline{AQ}+\overline{BQ}$는 최솟값을 가진다.

즉, $\overline{AQ}+\overline{BQ} \geq \overline{AB}$

$\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(3-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{14}$

따라서 $\overline{AQ}+\overline{BQ}$의 최솟값은 $\sqrt{\mathbf{14}}$이다.

답 1) $\sqrt{22}$ 2) $\sqrt{14}$

56

두 점 A, B는 zx평면을 기준으로 같은 쪽에 있으므로 점 B를 zx평면에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B'의 좌표는 $B'(-1, -3, 2)$이다.

이때, $\overline{BP}=\overline{B'P}$이므로 점 P가 $\overline{AB'}$과 zx평면의 교점에 있을 때 $\overline{AP}+\overline{BP}$는 최솟값을 가진다.

즉, $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P} \geq \overline{AB'}$

$\overline{AB'}=\sqrt{(-1-3)^2+(-3-2)^2+(2-4)^2}=3\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\mathbf{3\sqrt{5}}$이다.

답 $3\sqrt{5}$

57

점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B'이라 하면 점 B'의 좌표는 $(-1, 0, -2)$이다.

이때, $\overline{BP}=\overline{B'P}$이므로 점 P가 $\overline{AB'}$과 x축의 교점에 있을 때 $\overline{AP}+\overline{BP}$는 최솟값을 가진다. 즉,

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P} \geq \overline{AB'}$

따라서 $\overline{AB'}=\sqrt{(-1-1)^2+(-2-4)^2}=2\sqrt{10}$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\mathbf{2\sqrt{10}}$이다.

답 $2\sqrt{10}$

58

1) 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점 P의 좌표를 (x, y, z)라고 하면

$x=\dfrac{2\times4+1\times(-2)}{2+1}=2$, $y=\dfrac{2\times(-3)+1\times1}{2+1}=-\dfrac{5}{3}$,

$z=\dfrac{2\times0+1\times3}{2+1}=1$

따라서 점 P의 좌표는 $\mathbf{P\left(2, -\frac{5}{3}, 1\right)}$이다.

2) 선분 AB를 $2:3$으로 외분하는 점 Q의 좌표를 (x, y, z)라고 하면

$x=\dfrac{2\times4-3\times(-2)}{2-3}=-14$,

$y=\dfrac{2\times(-3)-3\times1}{2-3}=9$, $z=\dfrac{2\times0-3\times3}{2-3}=9$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(-14, 9, 9)}$이다.

3) 선분 AB의 중점 M의 좌표는

$M=\left(\dfrac{-2+4}{2}, \dfrac{1+(-3)}{2}, \dfrac{3+0}{2}\right)=\left(\mathbf{1, -1, \frac{3}{2}}\right)$

답 1) $P\left(2, -\frac{5}{3}, 1\right)$ 2) $Q(-14, 9, 9)$ 3) $M\left(1, -1, \frac{3}{2}\right)$

59

1) △ABC의 무게중심 G의 좌표를 (x, y, z)라 하면

$x=\dfrac{6+3+3}{3}=4$

$y=\dfrac{-1+2+5}{3}=2$

$z=\dfrac{2+(-1)+2}{3}=1$

따라서 무게중심 G의 좌표는 $\mathbf{(4, 2, 1)}$이다.

2) △ABC의 무게중심 G의 좌표를 (x, y, z)라 하면

$x=\dfrac{-1+1+3}{3}=1$

$y=\dfrac{0+(-3)+(-6)}{3}=-3$

$z=\dfrac{2+2+(-1)}{3}=1$

따라서 무게중심 G의 좌표는 $\mathbf{(1, -3, 1)}$이다.

답 1) $G(4, 2, 1)$ 2) $G(1, -3, 1)$

60

선분 AB를 $1:3$으로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{1\times(-4)-3\times(-1)}{1-3}, \dfrac{1\times4-3\times2}{1-3}, \dfrac{1\times6-3k}{1-3}\right)$

$\therefore \left(\dfrac{1}{2}, 1, \dfrac{3k-6}{2}\right)$

이 점이 xy평면 위에 있으므로 z좌표의 값이 0이다.

$\dfrac{3k-6}{2}=0 \qquad \therefore k=\mathbf{2}$

답 2

61

1) 선분 AB를 $m:n$으로 내분하는 점을 P라고 하면

$$\mathrm{P}\left(\frac{6m+5n}{m+n},\ \frac{3m-n}{m+n},\ \frac{-2m+4n}{m+n}\right) \quad \cdots ㉠$$

이때, 점 P는 xy평면 위의 점이므로 z좌표의 값이 0이다.

$$\frac{-2m+4n}{m+n}=0 \qquad \therefore m=2n$$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\mathrm{P}\left(\frac{12n+5n}{2n+n},\ \frac{6n-n}{2n+n},\ \frac{-4n+4n}{2n+n}\right)$$

따라서 구하는 내분점의 좌표는 $\left(\mathbf{\frac{17}{3}},\ \mathbf{\frac{5}{3}},\ \mathbf{0}\right)$이다.

2) 점 P′의 좌표를 (a, b, c)라 하면 점 A는 $\overline{\mathrm{PP'}}$의 중점이므로

$$\frac{-4+a}{2}=1 \qquad \therefore a=6$$

$$\frac{2+b}{2}=5 \qquad \therefore b=8$$

$$\frac{1+c}{2}=2 \qquad \therefore c=3$$

따라서 점 P′의 좌표는 $\mathbf{(6, 8, 3)}$이다.

답 1) $\mathrm{P}\left(\frac{17}{3}, \frac{5}{3}, 0\right)$ 2) $\mathrm{P'}(6, 8, 3)$

62

1) 점 D의 좌표를 (a, b, c)라 하자.
평행사변형 ABCD에서 대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{3+1}{2}=\frac{5+a}{2} \qquad \therefore a=-1$$

$$\frac{-1+4}{2}=\frac{-3+b}{2} \qquad \therefore b=6$$

$$\frac{4+6}{2}=\frac{2+c}{2} \qquad \therefore c=8$$

따라서 점 D의 좌표는 $\mathbf{(-1, 6, 8)}$이다.

2) 점 C(a, b, c)로 놓으면 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 점 $(2, 3, 0)$은 $\overline{\mathrm{AC}}$의 중점이다. 즉,

$$\frac{3+a}{2}=2,\ \frac{4+b}{2}=3,\ \frac{1+c}{2}=0$$

⇨ $a=1, b=2, c=-1$

$\therefore$ C$(1, 2, -1)$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(1-2)^2+(2-5)^2+\{-1-(-1)\}^2}=\mathbf{\sqrt{10}}$

답 1) D$(-1, 6, 8)$ 2) $\sqrt{10}$

63

$\frac{2+0+a}{3}=2$이므로 $a=4$

$\frac{-10+4+b}{3}=-4$이므로 $b=-6$

$\frac{4+(-6)+c}{3}=0$이므로 $c=2$

$\therefore a+b+c=4+(-6)+2=\mathbf{0}$

답 0

64

세 점 P, Q, R의 좌표는 각각 P$(2, 3, 0)$, Q$(0, 3, 4)$, R$(2, 0, 4)$이므로 △PQR의 무게중심 G의 좌표를 (x, y, z)라 하면

$$x=\frac{2+0+2}{3}=\frac{4}{3}$$

$$y=\frac{3+3+0}{3}=2$$

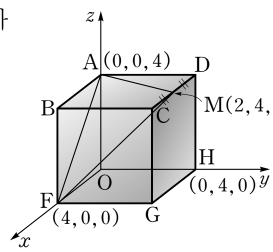
$$z=\frac{0+4+4}{3}=\frac{8}{3}$$

따라서 점 G의 좌표는 $\left(\frac{4}{3}, 2, \frac{8}{3}\right)$이다.

답 $\left(\frac{4}{3}, 2, \frac{8}{3}\right)$

65

그림과 같이 좌표공간을 생각하면 C$(4, 4, 4)$, D$(0, 4, 4)$, A$(0, 0, 4)$, F$(4, 0, 0)$이다.
이때, $\overline{\mathrm{CD}}$의 중점 M의 좌표는



$$\mathrm{M}\left(\frac{4+0}{2},\ \frac{4+4}{2},\ \frac{4+4}{2}\right)$$

$=(2, 4, 4)$이므로

삼각형 AFM의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{0+4+2}{3},\ \frac{0+0+4}{3},\ \frac{4+0+4}{3}\right)=\left(\mathbf{2},\ \mathbf{\frac{4}{3}},\ \mathbf{\frac{8}{3}}\right)$$

답 $\left(2, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

66

구의 중심의 좌표 (a, b, c)	반지름의 길이 r	구의 방정식 $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$
$(3, -1, 2)$	$\mathbf{4}$	$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4^2$
$\mathbf{(-1, 2, 4)}$	2	$(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=2^2$
$(2, 1, -1)$	3	$\mathbf{(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=3^2}$

답 4, $(-1, 2, 4)$, $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=3^2$

67

2) 구의 방정식을 $x^2+y^2+z^2=r^2$이라 놓으면
점 $(-1, -2, 3)$을 지나므로
$1+4+9=r^2 \qquad \therefore r^2=14$
$\therefore \mathbf{x^2+y^2+z^2=14}$

답 1) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=9$ 2) $x^2+y^2+z^2=14$

68

답 1) 중심의 좌표 : $(4, -2, 1)$, 반지름의 길이 : 2
2) 중심의 좌표 : $(0, -3, 4)$, 반지름의 길이 : 5
3) 중심의 좌표 : $(0, 0, 0)$, 반지름의 길이 : 3

69

1) $\overline{AB}$의 중점을 $C(a, b, c)$라 하면

$$a=\frac{2+4}{2}=3,\ b=\frac{-1+1}{2}=0,\ c=\frac{1+3}{2}=2$$

이므로 구의 중심은 점 $C(3, 0, 2)$이다.
반지름의 길이는
$\overline{AC}=\sqrt{(3-2)^2+\{0-(-1)\}^2+(2-1)^2}=\sqrt{3}$
따라서 구하는 구의 방정식은
$\boldsymbol{(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=3}$

2) $\overline{AB}$의 중점을 $C(a, b, c)$라 하면

$$a=\frac{6+2}{2}=4,\ b=\frac{2+0}{2}=1,\ c=\frac{3+3}{2}=3$$

이므로 구의 중심은 점 $C(4, 1, 3)$이다.
반지름의 길이는
$\overline{AC}=\sqrt{(4-6)^2+(1-2)^2+(3-3)^2}=\sqrt{5}$
따라서 구하는 구의 방정식은
$\boldsymbol{(x-4)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=5}$

3) $\overline{AB}$의 중점을 $C(a, b, c)$라 하면

$$a=\frac{1+(-3)}{2}=-1,\ b=\frac{2+(-2)}{2}=0,\ c=\frac{3+3}{2}=3$$

이므로 구의 중심은 점 $C(-1, 0, 3)$이다.
반지름의 길이는
$\overline{AC}=\sqrt{(-1-1)^2+(0-2)^2+(3-3)^2}=\sqrt{8}$
따라서 구하는 구의 방정식은
$\boldsymbol{(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=8}$

답 1) $(x-3)^2+y^2+(z-2)^2=3$
2) $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=5$
3) $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=8$

70

$x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z+10=0$을 변형하면
$(x^2-2x+1)+(y^2+4y+4)+(z^2+6z+9)=\boxed{4}$ 이므로
$(x-1)^2+(\boxed{y+2})^2+(\boxed{z+3})^2=\boxed{2}^2$
따라서 구의 중심의 좌표는 **(1, $\boxed{-2}$, $\boxed{-3}$)**이고, 반지름의 길이는 **2**이다.

답 4, $y+2$, $z+3$, 2, -2, -3, 2

71

1) 방정식 $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$을 변형하면
$(x^2-2x+1)+(y^2+4y+4)+(z^2-6z+9)=16$
$\therefore (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$
따라서 **중심의 좌표는 (1, −2, 3)**이고, **반지름의 길이는 4**이다.

2) 방정식 $x^2+y^2+z^2+8x-2z-8=0$을 변형하면
$(x^2+8x+16)+y^2+(z^2-2z+1)=25$
$\therefore (x+4)^2+y^2+(z-1)^2=25$
따라서 **중심의 좌표는 (−4, 0, 1)**이고, **반지름의 길이는 5**이다.

3) 방정식 $x^2+y^2+z^2-6x=0$을 변형하면
$(x^2-6x+9)+y^2+z^2=9$
$\therefore (x-3)^2+y^2+z^2=9$
따라서 **중심의 좌표는 (3, 0, 0)**이고, **반지름의 길이는 3**이다.

답 1) 중심의 좌표 : (1, −2, 3), 반지름의 길이 : 4
2) 중심의 좌표 : (−4, 0, 1), 반지름의 길이 : 5
3) 중심의 좌표 : (3, 0, 0), 반지름의 길이 : 3

72

1) 구하는 구의 방정식을
$x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0$이라 하자.
먼저 구가 점 $(0, 0, 0)$을 지나므로 $D=0$
또, 세 점 $(1, 0, 0)$, $(2, 2, 0)$, $(0, 3, -4)$를 지나므로
$1+A=0$ ⋯ ㉠
$A+B=-4$ ⋯ ㉡
$3B-4C=-25$ ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$A=-1, B=-3, C=4$
따라서 구하는 구의 방정식은 $\boldsymbol{x^2+y^2+z^2-x-3y+4z=0}$

2) 구하는 구의 방정식을
$x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0$이라 하자.
먼저 구가 점 $(0, 0, 0)$을 지나므로 $D=0$
또, 세 점 $(5, 3, -4)$, $(3, -1, -4)$, $(0, -1, -1)$을 지나므로
$5A+3B-4C=-50$ ⋯ ㉠
$3A-B-4C=-26$ ⋯ ㉡
$B+C=2$ ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$A=0, B=-6, C=8$
따라서 구하는 구의 방정식은 $\boldsymbol{x^2+y^2+z^2-6y+8z=0}$

답 1) $x^2+y^2+z^2-x-3y+4z=0$
2) $x^2+y^2+z^2-6y+8z=0$

73

1) xy평면에 접하는 구의 반지름의 길이는 구의 중심인 점 $(-1, 2, 4)$의 $\boxed{z}$ 좌표의 절댓값과 같으므로 구하는 구의 반지름의 길이는 $\boxed{4}$ 이다.
따라서 구하는 구의 방정식은
$\boldsymbol{(x+\boxed{1})^2+(y-\boxed{2})^2+(z-\boxed{4})^2=\boxed{16}}$

2) yz평면에 접하는 구의 반지름의 길이는 구의 중심인 점 $(-1, 2, 4)$의 x좌표의 절댓값과 같으므로 구하는 구의 반지름의 길이는 1이다.
따라서 구하는 구의 방정식은
$\boldsymbol{(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1}$

3) zx평면에 접하는 구의 반지름의 길이는 구의 중심인 점 $(-1, 2, 4)$의 y좌표의 절댓값과 같으므로 구하는 구의 반지름의 길이는 2이다.
따라서 구하는 구의 방정식은
$\boldsymbol{(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4}$

답 1) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=16$
2) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$
3) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$

74

중심이 점 $(2,\ -4,\ 3)$이고 x축에 접하는 구의 반지름의 길이 r_1은 점 $(2,\ -4,\ 3)$과 점 $(2,\ -4,\ 3)$에서 x축에 내린 수선의 발 $(2, 0, 0)$ 사이의 거리이므로

$r_1=\sqrt{(2-2)^2+(-4-0)^2+(3-0)^2}=5$

중심이 점 $(2,\ -4,\ 3)$이고 xy평면에 접하는 구의 반지름의 길이 r_2는 구의 중심의 z좌표의 절댓값과 같으므로 $r_2=3$

$\therefore r_1+r_2=5+3=\mathbf{8}$

답 8

75

xy평면 위의 점은 $\boxed{z}$ 좌표가 $\boxed{0}$ 이므로 주어진 구의 방정식에

$z=\boxed{0}$ 을 대입하면

$(x-\boxed{2})^2+(y-3)^2+(\boxed{0}+2)^2=20$

$\therefore (x-\boxed{2})^2+(y-\boxed{3})^2=\boxed{16}$

즉, 구와 xy평면과의 교선인 원의 반지름의 길이는 $\boxed{4}$ 이다.

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times\boxed{4}=\boxed{\mathbf{8\pi}}$ 이다.

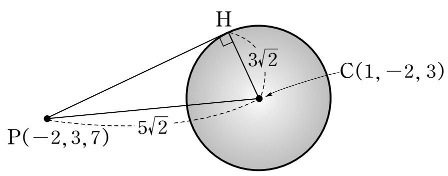
답 8π

76

$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-4=0$을 정리하면

$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=18$

따라서 주어진 구는 중심이 $(1,\ -2,\ 3)$이고, 반지름의 길이는 $3\sqrt{2}$이다.



그림과 같이 구의 중심을 C, 점 P에서 구에 그은 접선의 접점을 H라 하면 △PCH는 직각삼각형이고

$\overline{\mathrm{PC}}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(-2-3)^2+(3-7)^2}=5\sqrt{2}$이므로

구하는 접선의 길이는

$\overline{\mathrm{PH}}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2}=\mathbf{4\sqrt{2}}$

답 $4\sqrt{2}$

77

구의 방정식 $x^2+y^2+z^2+4x-4y-2z+k=0$을 정리하면

$(x+2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9-k=(\sqrt{9-k})^2$ $\cdots$ ㉠

구의 방정식 $x^2+y^2+z^2=2(1-z+y)$를 정리하면

$x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4=2^2$ $\cdots$ ㉡

두 구 ㉠, ㉡이 서로 외접하므로 두 구의 중심 $(-2\ ,\ 2,\ 1)$, $(0\ ,\ 1,\ -1)$ 사이의 거리는 두 구의 반지름의 길이의 합과 같다.

즉,

$\sqrt{\{0-(-2)\}^2+(1-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{9-k}+2$이므로

$\sqrt{9-k}=1 \Rightarrow 9-k=1$

$\therefore k=\mathbf{8}$

답 8

Ⅳ. 공간벡터

Ⅳ-1 공간벡터

pp.96~103

01

1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\boldsymbol{\vec{a}+\vec{b}}$

2) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CG}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}$

$=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\boldsymbol{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}$

3) $\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BF}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\boldsymbol{\vec{a}+\vec{c}}$

4) $\overrightarrow{\mathrm{BE}}=\overrightarrow{\mathrm{AE}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\boldsymbol{\vec{c}-\vec{a}}$

5) $\overrightarrow{\mathrm{FC}}=\overrightarrow{\mathrm{FB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{EA}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

$=-\overrightarrow{\mathrm{AE}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\boldsymbol{-\vec{c}+\vec{b}}$

답 1) $\vec{a}+\vec{b}$ 2) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ 3) $\vec{a}+\vec{c}$ 4) $\vec{c}-\vec{a}$ 5) $-\vec{c}+\vec{b}$

02

답 1) $\overrightarrow{\mathrm{DF}}$ 2) $\overrightarrow{\mathrm{DC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{EB}}$

03

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

$\therefore \overrightarrow{\mathrm{GC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OG}}$

$=\vec{c}-\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}=\boldsymbol{-\dfrac{1}{3}\vec{a}-\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{2}{3}\vec{c}}$

답 $-\dfrac{1}{3}\vec{a}-\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{2}{3}\vec{c}$

04

답 1) $\vec{a}=(3, 4, 5)$ 2) $\vec{b}=(3,\ -2, 4)$ 3) $\vec{c}=(-4, 9,\ -1)$

05

답 1) $\vec{a}=-3\vec{e_1}+7\vec{e_2}+8\vec{e_3}$ 2) $\vec{b}=\vec{e_1}-\vec{e_3}$

06

1) $\vec{a}=(2,\ -1, 1)$, $\vec{b}=(k-2,\ -1,\ l+2)$에서

$\vec{a}=\vec{b}$이므로 $2=k-2$, $1=l+2$ $\quad\therefore \boldsymbol{k=4,\ l=-1}$

2) $\vec{a}=(2,\ -1, 1)$이므로

$|\vec{a}|=\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}=\boldsymbol{\sqrt{6}}$

3) $\vec{b}=(k-2,\ -1,\ l+2)$이므로

$|\vec{b}|=\sqrt{(k-2)^2+(-1)^2+(l+2)^2}=1$

$(k-2)^2+(l+2)^2=0$ $\quad\therefore \boldsymbol{k=2,\ l=-2}$

답 1) $k=4$, $l=-1$ 2) $\sqrt{6}$ 3) $k=2$, $l=-2$

07

$\vec{a}=(m-2n+1, 11, 6)$, $\vec{b}=(-7,\ -m+n+5, 6)$에 대하여 $\vec{a}=\vec{b}$이므로

$m-2n+1=-7 \Rightarrow m-2n=-8$ $\cdots$ ㉠

$11=-m+n+5 \Rightarrow -m+n=6$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=-4$, $n=2$

$\therefore m^2+n^2=16+4=\mathbf{20}$

답 20

08
$\vec{a}=(2, 1, 1), \vec{b}=(-1, 2, -2), \vec{c}=(4, 3, 1)$이므로

1) $\vec{a}+2\vec{b}=(2, 1, 1)+2(-1, 2, -2)$
$=(2, 1, 1)+(-2, 4, -4)$
$=\mathbf{(0, 5, -3)}$

2) $-4\vec{c}=-4(4, 3, 1)=\mathbf{(-16, -12, -4)}$

3) $\vec{a}-\vec{b}-2\vec{c}=(2, 1, 1)-(-1, 2, -2)-2(4, 3, 1)$
$=(2, 1, 1)+(1, -2, 2)+(-8, -6, -2)$
$=\mathbf{(-5, -7, 1)}$

4) $2(\vec{a}-2\vec{b})=2\vec{a}-4\vec{b}$
$=2(2, 1, 1)-4(-1, 2, -2)$
$=(4, 2, 2)+(4, -8, 8)$
$=\mathbf{(8, -6, 10)}$

5) $3(\vec{a}-\vec{b})-(\vec{b}-\vec{c})=3\vec{a}-3\vec{b}-\vec{b}+\vec{c}=3\vec{a}-4\vec{b}+\vec{c}$
$=3(2, 1, 1)-4(-1, 2, -2)+(4, 3, 1)$
$=(6, 3, 3)+(4, -8, 8)+(4, 3, 1)$
$=\mathbf{(14, -2, 12)}$

답 1) $(0, 5, -3)$ 2) $(-16, -12, -4)$
3) $(-5, -7, 1)$ 4) $(8, -6, 10)$
5) $(14, -2, 12)$

09
1) $\vec{c}=k\vec{a}+l\vec{b}$라고 하면
$(-3, -5, 0)=k(1, 1, 2)+l(2, 3, 1)$
$=(k+2l, k+3l, 2k+l)$
$k+2l=-3, k+3l=-5, 2k+l=0$
이를 연립하여 풀면 $\boldsymbol{k=1, l=-2}$

2) $\vec{c}=k\vec{a}+l\vec{b}$에서
$(10, -6, -1)=k(-4, 1, -1)+l(2, -1, 0)$
$=(-4k+2l, k-l, -k)$
$-4k+2l=10, k-l=-6, -k=-1$
이를 연립하여 풀면 $\boldsymbol{k=1, l=7}$

답 1) $k=1, l=-2$ 2) $k=1, l=7$

10
1) 두 점 $\mathrm{A}(1, 2, 4), \mathrm{B}(-3, 5, -1)$에 대하여
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
$=(-3, 5, -1)-(1, 2, 4)=\mathbf{(-4, 3, -5)}$
$\therefore |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(-4)^2+3^2+(-5)^2}=\mathbf{5\sqrt{2}}$

2) 두 점 $\mathrm{A}(0, -1, 4), \mathrm{B}(4, 2, 2)$에 대하여
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
$=(4, 2, 2)-(0, -1, 4)=\mathbf{(4, 3, -2)}$
$\therefore |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{4^2+3^2+(-2)^2}=\mathbf{\sqrt{29}}$

답 1) $(-4, 3, -5), 5\sqrt{2}$ 2) $(4, 3, -2), \sqrt{29}$

11
1) $\vec{a}=(-1, 6, 2), \vec{b}=(2, -1, 1)$이므로
$2\vec{a}-\vec{b}=2(-1, 6, 2)-(2, -1, 1)$
$=(-2, 12, 4)-(2, -1, 1)$
$=(-4, 13, 3)$
$\therefore |2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(-4)^2+13^2+3^2}=\mathbf{\sqrt{194}}$

2) $\vec{a}=(-1, 2, 4), \vec{b}=(3, -2, 8)$이므로
$3(\vec{a}-\vec{b})+2\vec{b}=3\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{b}$
$=3\vec{a}-\vec{b}$
$=3(-1, 2, 4)-(3, -2, 8)$
$=(-3, 6, 12)-(3, -2, 8)$
$=(-6, 8, 4)$
$\therefore |3(\vec{a}-\vec{b})+2\vec{b}|=\sqrt{(-6)^2+8^2+4^2}=\sqrt{116}=\mathbf{2\sqrt{29}}$

답 1) $\sqrt{194}$ 2) $2\sqrt{29}$

12
1) $\vec{a}=(x+3, 3y+2, z), \vec{b}=(-x+1, y+2, -z+4)$
에 대하여 $\vec{a}=\vec{b}$이므로
$x+3=-x+1, 3y+2=y+2, z=-z+4$
$\therefore x=-1, y=0, z=2$
이때, $\vec{a}=(2, 2, 2)$이므로
$|\vec{a}|=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\mathbf{2\sqrt{3}}$

2) $\vec{a}+k\vec{c}=(2, 3, 1)+(-4k, 3k, -2k)$
$=(2-4k, 3+3k, 1-2k)$
$\vec{b}-\vec{a}=(0, 9, 0)-(2, 3, 1)=(-2, 6, -1)$
$(2-4k, 3+3k, 1-2k)=t(-2, 6, -1)$
(단, t는 $t\neq0$인 실수)
$2-4k=-2t, 3+3k=6t, 1-2k=-t$
위 식을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{k=1}$

답 1) $2\sqrt{3}$ 2) 1

13
점 D의 위치벡터를 $\vec{d}$라고 하자.
평행사변형은 서로 다른 대각선을 이등분하므로
$\dfrac{\vec{a}+\vec{c}}{2}=\dfrac{\vec{b}+\vec{d}}{2}$
$\vec{d}=\vec{a}+\vec{c}-\vec{b}$
$=(0, 1, 2)+(1, 1, 1)-(-1, 2, 1)$
$=(2, 0, 2)$
따라서 점 D의 위치벡터는 $\mathbf{(2, 0, 2)}$이다.

답 $(2, 0, 2)$

14
1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times0+0\times1+2\times(-2)=\mathbf{-4}$
2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times0+(-1)\times(-1)+3\times0=\mathbf{1}$
3) $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times0+(-4)\times2+0\times1=\mathbf{-8}$

답 1) -4 2) 1 3) -8

15
$\vec{a}=(0, 1, k), \vec{b}=(-l, 2, 1), \vec{c}=(1, 1, 1)$에서
$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$이므로
$\vec{a}\cdot\vec{b}=0\times(-l)+1\times2+k\times1=3$
$2+k=3 \quad \therefore \boldsymbol{k=1}$
또, $\vec{b}\cdot\vec{c}=1$이므로
$\vec{b}\cdot\vec{c}=(-l)\times1+2\times1+1\times1=1$
$-l+3=1 \quad \therefore \boldsymbol{l=2}$

답 $k=1, l=2$

16
1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$가 이루는 각의 크기는 $\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\pi}{4}$이므로
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\cos\dfrac{\pi}{4}=1\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\mathbf{1}$

2) $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{CB}$에 의해 $\overrightarrow{AD}$와 $\overrightarrow{CB}$가 이루는 각의 크기가 π이므로

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{CB}|\cos\pi$

$=1\times1\times(-1)=\mathbf{-1}$

3) $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$에 의해 $\overrightarrow{AF}$와 $\overrightarrow{DC}$가 이루는 각의 크기는

$\angle BAF=\dfrac{\pi}{4}$

$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AF}||\overrightarrow{AB}|\cos\dfrac{\pi}{4}$

$=\sqrt{2}\times1\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\mathbf{1}$

4) $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{BG}$에 의해 $\overrightarrow{AH}$와 $\overrightarrow{BG}$가 이루는 각의 크기가 0이므로

$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BG}=|\overrightarrow{AH}||\overrightarrow{BG}|\cos0=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times1=\mathbf{2}$

5) $\overrightarrow{AC}$와 $\overrightarrow{AG}$가 이루는 각의 크기를 θ라 하면

$\cos\theta=\dfrac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AG}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AG}=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AG}|\cos\theta=\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\mathbf{2}$

답 1) 1　2) -1　3) 1　4) 2　5) 2

17

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기를 $\theta(0\le\theta\le\pi)$라고 하자.

1) $\cos\theta=\dfrac{2\times1+1\times2+1\times(-1)}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\theta=\mathbf{\dfrac{\pi}{3}}$

2) $\cos\theta=\dfrac{0\times2+(-1)\times0+0\times1}{\sqrt{0^2+(-1)^2+0^2}\sqrt{2^2+0^2+1^2}}=0$

$\therefore\theta=\mathbf{\dfrac{\pi}{2}}$

3) $\cos\theta=\dfrac{1\times0+0\times1+1\times(-1)}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}}=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore\theta=\mathbf{\dfrac{2}{3}\pi}$

4) $\cos\theta=\dfrac{1\times0+(-1)\times1+0\times0}{\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}\sqrt{0^2+(-1)^2+0^2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\theta=\mathbf{\dfrac{3}{4}\pi}$

답 1) $\dfrac{\pi}{3}$　2) $\dfrac{\pi}{2}$　3) $\dfrac{2}{3}\pi$　4) $\dfrac{3}{4}\pi$

18

1) $\vec{a}=(1,-1,0)$, $\vec{b}=(-1,2,k)$이므로

$|\vec{a}|=\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}=\sqrt{2}$

$|\vec{b}|=\sqrt{(-1)^2+2^2+k^2}=\sqrt{k^2+5}$

한편, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1-2=-3$이고, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\dfrac{2}{3}\pi$이므로

$-3=\sqrt{2}\times\sqrt{k^2+5}\cos\dfrac{2}{3}\pi$

$-3=\sqrt{2k^2+10}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$\sqrt{2k^2+10}=6 \Rightarrow 2k^2+10=36$

$k^2=13$　$\therefore k=\mathbf{\sqrt{13}}\ (\because k>0)$

2) $\vec{a}=(0,l,-1)$, $\vec{b}=(1,0,-1)$이므로

$|\vec{a}|=\sqrt{0^2+l^2+(-1)^2}=\sqrt{l^2+1}$

$|\vec{b}|=\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

또 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$이고, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{3}$이므로

$1=\sqrt{l^2+1}\times\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{3}$

$1=\sqrt{2(l^2+1)}\times\dfrac{1}{2}$

$\sqrt{2(l^2+1)}=2 \Rightarrow 2=l^2+1 \Rightarrow l^2=1$

$\therefore l=\mathbf{1}\ (\because l>0)$

답 1) $\sqrt{13}$　2) 1

19

$\vec{a}-\vec{b}=(2,1,2)-(1,-1,2)=(1,2,0)$

$\vec{b}+\vec{c}=(1,-1,2)+(3,3,-2)=(4,2,0)$

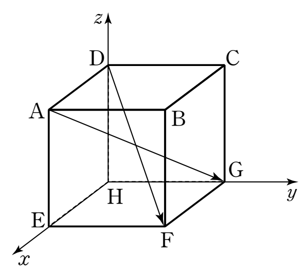
이고 $\vec{a}-\vec{b}$와 $\vec{b}+\vec{c}$가 이루는 예각의 크기가 θ이므로

$\cos\theta=\dfrac{|(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{b}+\vec{c})|}{|\vec{a}-\vec{b}||\vec{b}+\vec{c}|}$에서

$\cos\theta=\dfrac{|1\times4+2\times2+0\times0|}{\sqrt{1^2+2^2+0^2}\sqrt{4^2+2^2+0^2}}=\mathbf{\dfrac{4}{5}}$

답 $\dfrac{4}{5}$

20



그림과 같이 점 H를 원점으로 하고, x축, y축, z축의 양의 방향으로 하는 좌표공간을 생각하고 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 1이라고 하면

$A(1,0,1)$, $D(0,0,1)$, $F(1,1,0)$, $G(0,1,0)$

이므로

$\overrightarrow{AG}=(0,1,0)-(1,0,1)$

$=(-1,1,-1)$

$\overrightarrow{DF}=(1,1,0)-(0,0,1)=(1,1,-1)$

$\therefore\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{DF}}{|\overrightarrow{AG}||\overrightarrow{DF}|}$

$=\dfrac{-1+1+1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$

답 $\dfrac{1}{3}$

21

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 수직이 되려면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$이어야 한다.

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1+k\times(-2)+4\times2=0$

$\therefore k=\mathbf{5}$

2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=(-4)\times2+3\times(-3)+k\times1=0$

$\therefore k=\mathbf{17}$

답 1) 5　2) 17

22

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행이 되려면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}||\vec{b}|$이어야 한다.

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=k\times1+(-2)\times(-1)+4\times2=k+\boxed{10}$,

$|\vec{a}|=\sqrt{k^2+(-2)^2+4^2}=\sqrt{\boxed{k^2+20}}$,

$|\vec{b}|=\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}=\sqrt{\boxed{6}}$이므로

$k+\boxed{10}=\pm\sqrt{\boxed{k^2+20}}\times\sqrt{\boxed{6}}$

$(k+10)^2=6(k^2+20)$

$k^2-4k+\boxed{4}=0 \Rightarrow (k-2)^2=0 \qquad \therefore k=\boxed{2}$

2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times9+1\times3+(-1)\times k=30-k$,

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+1^2+(-1)^2}=\sqrt{11}$,

$|\vec{b}|=\sqrt{9^2+3^2+k^2}=\sqrt{90+k^2}$이므로

$30-k=\pm\sqrt{11}\times\sqrt{90+k^2}$

$(30-k)^2=11(90+k^2) \Rightarrow k^2+6k+9=0 \Rightarrow (k+3)^2=0$

$\therefore k=\mathbf{-3}$

답 1) 2 2) -3

23

세 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$가 서로 수직이 되려면 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$, $\vec{b}\cdot\vec{c}=0$, $\vec{a}\cdot\vec{c}=0$이어야 한다.

$\vec{a}\cdot\vec{b}=x\times(-1)+(-1)\times y+1\times7$

$=-x-y+7=0 \quad \cdots$ ㉠

$\vec{b}\cdot\vec{c}=(-1)\times1+y\times2+7\times z$

$=2y+7z-1=0 \quad \cdots$ ㉡

$\vec{a}\cdot\vec{c}=x\times1+(-1)\times2+1\times z=x+z-2=0 \quad \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$\boldsymbol{x=3,\ y=4,\ z=-1}$

답 $x=3$, $y=4$, $z=-1$

24

구하는 단위벡터를 $\vec{p}=(x, y, z)$라고 하면

$\vec{a}\cdot\vec{p}=0$, $\vec{b}\cdot\vec{p}=0$이므로

$x-y+2z=0 \quad \cdots$ ㉠

$2x+y+z=0 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $x=t$, $y=-t$, $z=-t$ (단, t는 $t\neq0$인 실수)

즉, $\vec{p}=(t, -t, -t)$이고, $|\vec{p}|=1$이므로

$\sqrt{t^2+(-t)^2+(-t)^2}=\sqrt{3t^2}=1$

$\therefore t=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $t=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

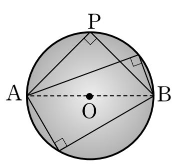
따라서 구하는 단위벡터는

$\boldsymbol{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}$ 또는 $\boldsymbol{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)}$ 이다.

답 $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 또는 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

25

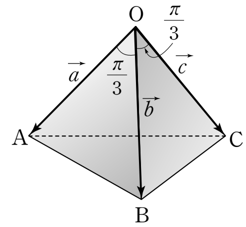
$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$이면 $\overrightarrow{PA}\perp\overrightarrow{PB}$이므로 점 P가 나타내는 도형은 **선분 AB를 지름으로 하는 구**이다.



답 선분 AB를 지름으로 하는 구

26

정사면체의 세 꼭짓점 A, B, C의 위치벡터를 각각 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$라고 하면



1) 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{c}$가 이루는 각의 크기는 $\boxed{\frac{\pi}{3}}$이므로

$\vec{a}\cdot\vec{c}=|\vec{a}|\boxed{|\vec{c}|}\cos\boxed{\frac{\pi}{3}}=\boxed{\frac{1}{2}} \quad \cdots$ ㉠

2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OC}=(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$

$=\vec{b}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{c}$

이때, 두 벡터 $\vec{b}$, $\vec{c}$가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$이므로

$\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{b}||\vec{c}|\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

또, ㉠에 의해 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}$

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OC}=\vec{b}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\mathbf{0}$

3) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{OB}=(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$

$=\vec{c}\cdot\vec{b}-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

답 1) $\frac{1}{2}$ 2) 0 3) 0

27

1) $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AF}\cdot(\overrightarrow{AD}-\boxed{\overrightarrow{AC}})$

$=\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AF}\cdot\boxed{\overrightarrow{AC}}$

$=|\overrightarrow{AF}||\overrightarrow{AD}|\cos\boxed{\frac{\pi}{2}}-|\overrightarrow{AF}|\boxed{|\overrightarrow{AC}|}\cos\boxed{\frac{\pi}{3}}$

$=\sqrt{2}\times1\times\boxed{0}-\sqrt{2}\times\boxed{\sqrt{2}}\times\boxed{\frac{1}{2}}=\boxed{-1}$

2) $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AF}\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AE})=\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AE}$

$=|\overrightarrow{AF}||\overrightarrow{AD}|\cos\frac{\pi}{2}-|\overrightarrow{AF}||\overrightarrow{AE}|\cos\frac{\pi}{4}$

$=\sqrt{2}\times1\times0-\sqrt{2}\times1\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{-1}$

답 1) -1 2) -1

28

세 꼭짓점 A, B, C의 위치벡터를 각각 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$라고 하면

$\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$, $\overrightarrow{ON}=\frac{\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{2}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$

$\therefore \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=\frac{1}{4}(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}+\vec{c})$

$=\frac{1}{4}(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c})$

이때, $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$이고, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$이므로 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{\pi}{3}=1\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

마찬가지 방법으로 $\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}$이다.

$\therefore \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}\right)=\mathbf{\frac{5}{8}}$

답 $\frac{5}{8}$

29

2) $\frac{x-0}{1}=\frac{y-0}{1}=\frac{z-0}{1}$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=y=z}$

3) $\frac{x-2}{2}=\frac{y-(-1)}{1}$, $z=1$

$\therefore$ $\boldsymbol{\frac{x-2}{2}=y+1,\ z=1}$

4) 방향벡터의 x성분과 z성분이 모두 0이므로 구하는 직선의 방정식은
$\boldsymbol{x=1,\ z=3}$

답 1) $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-4}{5}$ 2) $x=y=z$

3) $\frac{x-2}{2}=y+1$, $z=1$ 4) $x=1$, $z=3$

30

답 1) $(-2,\ 1,\ 2)$ 2) $(-2,\ 1,\ 3)$ 3) $(3,\ 0,\ -2)$

31

직선 $\frac{2-x}{3}=\frac{2y-1}{4}=-2z$ ⇨ $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2}=\frac{z}{-\frac{1}{2}}$

의 방향벡터가 $\left(-3,\ 2,\ -\frac{1}{2}\right)$이므로 구하는 직선의 방정식은

$\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{-\frac{1}{2}}$ ⇨ $\boldsymbol{\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{2}=-2(z+1)}$

답 $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-3}{2}=-2(z+1)$

32

1) $\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-(-1)}{1-(-1)}=\frac{z-3}{2-3}$

$\therefore$ $\boldsymbol{x-1=\frac{y+1}{2}=-z+3}$

2) $\frac{x-0}{2-0}=\frac{y-0}{-2-0}=\frac{z-0}{1-0}$

$\therefore$ $\boldsymbol{\frac{x}{2}=\frac{y}{-2}=z}$

3) $\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-0}{-1-0}=\frac{z-1}{0-1}$

$\therefore$ $\boldsymbol{x-1=-y=-z+1}$

답 1) $x-1=\frac{y+1}{2}=-z+3$ 2) $\frac{x}{2}=\frac{y}{-2}=z$

3) $x-1=-y=-z+1$

33

1) 두 점 A, B의 z좌표가 같으므로 방향벡터의 z성분은 0이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은

$\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-2}{-1-2}$, $z=3$

$\therefore$ $\boldsymbol{x-1=\frac{y-2}{-3},\ z=3}$

2) 두 점 A, B의 x, y좌표가 같으므로 방향벡터의 x성분, y성분은 0이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은 $\boldsymbol{x=1,\ y=3}$

3) 두 점 A, B의 x, z좌표가 같으므로 방향벡터의 x성분, z성분은 0이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은
$\boldsymbol{x=-1,\ z=-2}$

답 1) $x-1=\frac{y-2}{-3}$, $z=3$ 2) $x=1$, $y=3$

3) $x=-1$, $z=-2$

34

두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2,\ 3)$, $\mathrm{B}(0,\ -1,\ 5)$를 지나는 직선의 방향벡터가
$(0-1,\ -1-2,\ 5-3)=(-1,\ -3,\ 2)$
이므로 구하는 직선의 방정식은

$\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-4}{2}$ $\therefore$ $\boldsymbol{-x+2=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-4}{2}}$

답 $-x+2=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-4}{2}$

35

두 점 $\mathrm{A}(1,\ -1,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ 1,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-(-1)}{1-(-1)}=\frac{z-1}{3-1}$

$\therefore$ $x-1=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{2}$

이때, xy평면의 z좌표는 0이므로 직선의 방정식에 $z=0$을 대입하면

$x-1=\frac{y+1}{2}=-\frac{1}{2}$ $\therefore$ $x=\frac{1}{2}$, $y=-2$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\boldsymbol{\left(\frac{1}{2},\ -2,\ 0\right)}$이다.

답 $\left(\frac{1}{2},\ -2,\ 0\right)$

36

$x-4=y-1=-z+1=s$(s는 $s\neq0$인 실수)로 놓으면
$x=4+s$, $y=1+s$, $z=1-s$

$\frac{4-x}{2}=y+2=\frac{z-1}{2}=t$($t$는 $t\neq0$인 실수)로 놓으면

$x=4-2t$, $y=-2+t$, $z=1+2t$
두 직선의 교점은 x, y, z좌표가 각각 같을 때이므로
$4+s=4-2t$, $1+s=-2+t$, $1-s=1+2t$
위의 연립방정식을 풀면 $s=-2$, $t=1$
따라서 구하는 교점의 좌표는 $\boldsymbol{(2,\ -1,\ 3)}$이다.

답 $(2,\ -1,\ 3)$

37

1) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(1, 2, -1)$, $\vec{u_2}=(2, 1, 1)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|1\times2+2\times1+(-1)\times1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\frac{1}{2}\quad\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$$

2) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(2, -2, 1)$, $\vec{u_2}=(1, 1, 0)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|2\times1+(-2)\times1+1\times0|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}\sqrt{1^2+1^2+0^2}}=0\quad\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$$

3) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(3, 5, 4)$, $\vec{u_2}=(-1, 10, 7)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|3\times(-1)+5\times10+4\times7|}{\sqrt{3^2+5^2+4^2}\sqrt{(-1)^2+10^2+7^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$

답 1) $\frac{\pi}{3}$ 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{\pi}{6}$

38

1) l : $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{5}=\frac{z-2}{4}$,

m : $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{10}=\frac{z-1}{7}$이므로
두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(3, 5, 4)$, $\vec{u_2}=(-1, 10, 7)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|3\times(-1)+5\times10+4\times7|}{\sqrt{3^2+5^2+4^2}\sqrt{(-1)^2+10^2+7^2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

2) l : $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$, m : $x=\frac{y-2}{-1}$, $z=3$이므로
두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(2, -1, 2)$, $\vec{u_2}=(1, -1, 0)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|2\times1+(-1)\times(-1)+2\times0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

3) l : $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-2}=z+2$,

m : $x=1$, $\frac{y-1}{3}=\frac{z}{-4}$이므로
두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(2, -2, 1)$, $\vec{u_2}=(0, 3, -4)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|2\times0+(-2)\times3+1\times(-4)|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}\sqrt{0^2+3^2+(-4)^2}}=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$$

답 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $\frac{2}{3}$

39

1) 두 직선 l, m의 방정식은 각각

l : $x=\frac{y-3}{-1}$, $z=1$, m : $\frac{x}{2}=y-3=\frac{z-1}{-2}$
두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(1, -1, 0)$, $\vec{u_2}=(2, 1, -2)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|1\times2+(-1)\times1+0\times(-2)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{6}}$$

2) 두 직선 l, m의 방정식은 각각

l : $x-1=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}$, m : $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$
두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(1, 2, 3)$, $\vec{u_2}=(3, -1, 2)$
두 직선 l, m이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|1\times3+2\times(-1)+3\times2|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}\sqrt{3^2+(-1)^2+2^2}}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

답 1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ 2) $\frac{1}{2}$

40

1) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(3, k, -6)$, $\vec{u_2}=(-1, 3, 2)$
$l\mathbin{/\!/}m$이려면 $\vec{u_1}\mathbin{/\!/}\vec{u_2}$이어야 하므로

$$\frac{3}{-1}=\frac{k}{3}=\frac{-6}{2}\qquad\therefore k=\boldsymbol{-9}$$

2) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(-2, 5, k-1)$, $\vec{u_2}=(3, k, -4)$
$l\perp m$이려면 $\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=0$이어야 하므로
$\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=-2\times3+5\times k+(k-1)\times(-4)=k-2=0$
$\therefore k=\mathbf{2}$

답 1) -9 2) 2

41

1) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(3, 4, \boxed{5})$, $\vec{u_2}=(1, \boxed{2}, 3)$
구하는 직선의 방향벡터를 $\vec{u}=(a, b, c)$라고 하면
$\vec{u}\cdot\vec{u_1}=\boxed{0}$, $\vec{u}\cdot\vec{u_2}=\boxed{0}$에서

$$\begin{cases}3a+4b+\boxed{5}c=0\\ a+\boxed{2}b+3c=0\end{cases}$$

위의 연립방정식을 풀면 $a=\boxed{c}$, $b=-2c$
이때, $c=0$이면 $\vec{u}=\vec{0}$가 되므로 $c\ne0$이다.
따라서 구하는 직선은 원점을 지나므로 직선의 방정식은

$$\frac{x-0}{\boxed{c}}=\frac{y-\boxed{0}}{\boxed{-2}c}=\frac{z-0}{c}$$

$$\therefore \boldsymbol{x=\boxed{\frac{y}{-2}}=z}$$

2) 두 직선 l, m의 방향벡터는 각각
$\vec{u_1}=(1, 2, a)$, $\vec{u_2}=(3, 1, 5)$
$\vec{u_1}\perp\vec{u_2}$이므로
$\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=3+2+5a=0$
$\therefore a=-1$
두 실수 t, s에 대하여
$x-1=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-1}=t$(단, t는 실수)
$\frac{x+3}{3}=y+1=\frac{z+1}{5}=s$(단, s는 실수)
로 놓고 두 직선의 교점의 좌표를 구하면
$x=t+1=3s-3$
$y=2t+2=s-1$
$z=-t+3=5s-1$
$\therefore t=-1, s=1$
따라서 주어진 두 직선의 교점 P의 좌표는 $\mathbf{(0, 0, 4)}$이다.

답 1) $x=\frac{y}{-2}=z$　2) $(0, 0, 4)$

42

주어진 직선의 방향벡터는 $\vec{u}=(2, 3, 1)$이고,
$\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=z-2=t$ (단, t는 $t\neq0$인 실수)로 놓으면
$x=1+2t$, $y=1+3t$, $z=2+t$
이때, 점 H의 좌표를 $(1+2t,\ 1+3t,\ 2+t)$라고 하면 두 벡터 $\vec{u}$, $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$는 서로 수직이므로
$\vec{u}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}=2\times(1+2t)+3\times(1+3t)+1\times(2+t)$
$=7+14t=0$
$\therefore t=-\frac{1}{2}$
따라서 점 H의 좌표는 $\mathbf{\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)}$이다.

답 $\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

43

1) $2\times(x-1)-1\times(y-2)+2\times\{z-(-1)\}=0$
$\therefore \mathbf{2x-y+2z+2=0}$
2) $0\times(x-0)+0\times(y-1)+1\times(z-4)=0$
$\therefore \mathbf{z=4}$
3) $1\times(x-3)-1\times(y-1)+5\times(z+2)=0$
$\therefore \mathbf{x-y+5z+8=0}$

답 1) $2x-y+2z+2=0$　2) $z=4$
3) $x-y+5z+8=0$

44

1) 법선벡터가 $\vec{n}=(2, -3, -2)$이므로 구하는 평면의 방정식은
$2\times(x-2)-3\times\{y-(-1)\}-2\times(z-3)=0$
$\therefore \mathbf{2x-3y-2z-1=0}$
2) 법선벡터가 $\vec{n}=(1, 2, 3)$이므로 구하는 평면의 방정식은
$1\times(x-2)+2\times\{y-(-3)\}+3\times(z-0)=0$
$\therefore \mathbf{x+2y+3z+4=0}$
3) 직선 AB와 수직이므로 구하는 평면의 법선벡터는 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와 같다.
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(1-(-1), 2-2, -1-(-2))=(2, 0, 1)$
따라서 구하는 평면의 방정식은
$2\times\{x-(-1)\}+0\times(y-2)+1\times\{z-(-2)\}=0$
$\therefore \mathbf{2x+z+4=0}$

답 1) $2x-3y-2z-1=0$　2) $x+2y+3z+4=0$
3) $2x+z+4=0$

45

세 점 A, B, C를 지나는 평면의 방정식을
$ax+by+cz+d=0$이라고 하면
점 A의 좌푯값을 대입하면 $a-b-c+d=0$,
점 B의 좌푯값을대입하면 $\boxed{2a-c+d}=0$
점 C의 좌푯값을 대입하면 $\boxed{a+2b+d}=0$
여기에서 a, b, c를 d로 나타내면
$a=\boxed{d}$, $b=-d$, $c=\boxed{3d}$
그런데 $d=0$이면 a, b, c가 모두 0이 되므로 $d\neq0$이다.
따라서 구하는 평면의 방정식은
$\boxed{d}x-dy+\boxed{3d}z+d=0$
$\therefore \boxed{\mathbf{x-y+3z+1}}\mathbf{=0}$

답 $2a-c+d$, $a+2b+d$, d, $3d$, d, $3d$, $x-y+3z+1$

46

1) 세 점 A, B, C를 지나는 평면의 방정식을
$ax+by+cz+d=0$이라고 하면
$d=0$, $b+d=0$, $a+d=0$
$\therefore a=b=d=0$
한편, a, b, d가 모두 0이므로 $c\neq0$이다.
따라서 구하는 평면의 방정식은
$cz=0$　$\therefore \mathbf{z=0}$
2) 세 점 A, B, C를 지나는 평면의 방정식을
$ax+by+cz+d=0$이라고 하면
$a+d=0$, $2b+d=0$, $3c+d=0$
여기서 a, b, c를 d로 나타내면 $a=-d$, $b=-\frac{d}{2}$, $c=-\frac{d}{3}$
그런데 $d=0$이면 a, b, c가 모두 0이 되므로 $d\neq0$이다.
따라서 구하는 평면의 방정식은
$-dx-\frac{d}{2}y-\frac{d}{3}z+d=0$
$\therefore \mathbf{6x+3y+2z-6=0}$
3) 세 점 A, B, C를 지나는 평면의 방정식을
$ax+by+cz+d=0$이라고 하면
$a-b+2c+d=0$, $2a+3c+d=0$, $a+b+2c+d=0$
여기서 a, b, c를 d로 나타내면
$a=d$, $b=0$, $c=-d$
그런데 $d=0$이면 a, b, c가 모두 0이 되므로 $d\neq0$이다.
따라서 구하는 평면의 방정식은
$dx-dz+d=0$　$\therefore \mathbf{x-z+1=0}$

답 1) $z=0$　2) $6x+3y+2z-6=0$　3) $x-z+1=0$

47

1) $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{-2}=t$ (단, t는 $t\neq0$인 실수)로 놓으면

$x=3+2t,\ y=-1-t,\ z=1-2t\ \cdots$ ㉠

이것을 평면의 방정식 $x+2y-2z-3=0$에 대입하면

$(3+2t)+2(-1-t)-2(1-2t)-3=0$

$\therefore t=1$

따라서 ㉠에 대입하면 구하는 교점의 좌표는 $\mathbf{(5,\ -2,\ -1)}$

2) $\alpha : 2x-y+z+1=0\ \cdots$ ㉠

$\beta : x+y-2z+1=0\ \cdots$ ㉡

$2\times$㉠$+$㉡에서 z를 소거하면

$\boxed{5}x-y+\boxed{3}=0$

$x=\frac{y-\boxed{3}}{\boxed{5}}$

또, ㉠$+$㉡에서 y를 소거하면

$\boxed{3}x-z+\boxed{2}=0$

$x=\frac{z-\boxed{2}}{\boxed{3}}$

따라서 구하는 교선의 방정식은

$\boldsymbol{x=\frac{y-\boxed{3}}{\boxed{5}}=\frac{z-\boxed{2}}{\boxed{3}}}$

3) $x+y-2z=1\ \cdots$ ㉠

$2x-y+z=0\ \cdots$ ㉡

$2\times$㉠$+$㉡에서 y를 소거하면

$3x-z=1$

$x=\frac{z+1}{3}$

㉠$+2\times$㉡에서 z를 소거하면

$5x-y=1$

$x=\frac{y+1}{5}$

교선의 방정식은 $x=\frac{y+1}{5}=\frac{z+1}{3}$로 방향벡터가

$(1, 5, 3)$이다.

따라서 교선에 평행하고 점 $(1,\ 1,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은

$\boldsymbol{x-1=\frac{y-1}{5}=\frac{z-1}{3}}$

답 1) $(5,\ -2,\ -1)$

2) $x=\frac{y-3}{5}=\frac{z-2}{3}$

3) $x-1=\frac{y-1}{5}=\frac{z-1}{3}$

48

1) 두 평면 α, β의 법선벡터는 각각

$\vec{n_1}=(4,\ 3,\ 1)$, $\vec{n_2}=(3,\ -1,\ 4)$

두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|4\times3+3\times(-1)+1\times4|}{\sqrt{4^2+3^2+1^2}\sqrt{3^2+(-1)^2+4^2}}$$

$$=\frac{13}{26}=\frac{1}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$

2) 두 평면 α, β의 법선벡터는 각각

$\vec{n_1}=(1,\ 2,\ 3)$, $\vec{n_2}=(2,\ -3,\ -1)$

두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|1\times2+2\times(-3)+3\times(-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}\sqrt{2^2+(-3)^2+(-1)^2}}$$

$$=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$

3) 두 평면 α, β의 법선벡터는 각각

$\vec{n_1}=(1,\ -2,\ 1)$, $\vec{n_2}=(0,\ 1,\ -1)$

두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|1\times0+(-2)\times1+1\times(-1)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}}$$

$$=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$

4) 두 평면 α, β의 법선벡터는 각각

$\vec{n_1}=(1,\ 3,\ -\sqrt{6})$, $\vec{n_2}=(1,\ 1,\ 0)$

두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|1\times1+3\times1-\sqrt{6}\times0|}{\sqrt{1^2+3^2+(-\sqrt{6})^2}\sqrt{1^2+1^2+0^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \theta=\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$

답 1) $\frac{\pi}{3}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{6}$ 4) $\frac{\pi}{4}$

49

두 평면 α, β의 법선벡터는 각각

$\vec{n_1}=(a,\ -4,\ 2)$, $\vec{n_2}=(2,\ 7,\ 4)$이고, 두 평면이 수직으로 만나면 두 법선벡터도 수직이다.

즉, $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$이므로

$(a,\ -4,\ 2)\cdot(2,\ 7,\ 4)=0$

$2a-28+8=0 \Rightarrow 2a=20$

$\therefore a=\mathbf{10}$

답 10

50

두 평면 α, β의 법선벡터는 각각
$\vec{n_1}=(2, k, 6)$, $\vec{n_2}=(1, -1, k+5)$

1) $\alpha /\!/ \beta$일 때,

$\frac{2}{1}=\frac{k}{-1}=\frac{6}{k+5}$ 이므로 $k=\mathbf{-2}$

2) $\alpha \perp \beta$일 때,

$2\times1+k\times(-1)+6\times(k+5)=0$이므로

$k=\mathbf{-\frac{32}{5}}$

답 1) -2 2) $-\frac{32}{5}$

51

1) 평면 $2x-y+az=4$의 법선벡터를 $\vec{n}$,

직선 $-x=\frac{y-3}{4}=\frac{z+1}{2}$의 방향벡터를 $\vec{u}$라고 하면

$\vec{n}=(\boxed{2}, -1, a)$, $\vec{u}=(-1, \boxed{4}, \boxed{2})$

평면과 직선이 평행하면 두 벡터 $\vec{n}$과 $\vec{u}$는 $\boxed{\text{수직}}$이므로

$\vec{n}\bullet\vec{u}=\boxed{0}$에서

$(\boxed{2}, -1, a)\bullet(-1, \boxed{4}, \boxed{2})=\boxed{0}$

$-2-4+2a=0 \Rightarrow 2a=6$

$\therefore a=\boxed{\mathbf{3}}$

2) 평면 $-3x+ay-z=1$의 법선벡터를 $\vec{n}$,

직선 $\frac{x}{-2}=2y-1=z+1$의 방향벡터를 $\vec{u}$라고 하면

$\vec{n}=(-3, a, -1)$, $\vec{u}=\left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$

평면과 직선이 평행하면 두 벡터 $\vec{n}\bullet\vec{u}$는 수직이므로
$\vec{n}\bullet\vec{u}=0$에서

$(-3, a, -1)\bullet\left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)=0$

$6+\frac{a}{2}-1=0$

$\therefore a=\mathbf{-10}$

답 1) 3 2) -10

52

1) 주어진 평면과 평행하므로 구하는 평면의 법선벡터는
$\vec{n}=(1, -2, -3)$이다.
따라서 구하는 평면의 방정식은
$1\times(x-2)-2\times(y-3)-3\times\{z-(-1)\}=0$
$\therefore \mathbf{x-2y-3z+1=0}$

2) 주어진 평면과 평행하므로 구하는 평면의 법선벡터는
$\vec{n}=(-2, 3, -5)$이다.
따라서 구하는 평면의 방정식은
$-2\times(x-1)+3\times(y-0)-5\times\{z-(-1)\}=0$
$\therefore \mathbf{-2x+3y-5z-3=0}$

답 1) $x-2y-3z+1=0$
2) $-2x+3y-5z-3=0$

53

1) 직선의 방향벡터를 $\vec{u}$, 평면의 법선벡터를 $\vec{n}$이라고 하면

$\vec{u}=(3, \boxed{-4}, 5)$, $\vec{n}=(4, \boxed{3}, -5)$

두 벡터 $\vec{u}$와 $\vec{n}$이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta=\frac{|3\times4+(\boxed{-4})\times\boxed{3}+5\times(-5)|}{\sqrt{3^2+(\boxed{-4})^2+5^2}\sqrt{4^2+\boxed{3}^2+(-5)^2}}$$

$$=\frac{\boxed{25}}{50}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

$\therefore \theta=\boxed{\frac{\pi}{3}}$

그런데 θ는 직선의 방향벡터와 평면의 법선벡터가 이루는 각의 크기이므로 직선과 평면이 이루는 예각의 크기는

$\frac{\pi}{2}-\theta=\frac{\pi}{2}-\boxed{\frac{\pi}{3}}=\boxed{\mathbf{\frac{\pi}{6}}}$이다.

2) 직선의 방향벡터를 $\vec{u}$, 평면의 법선벡터를 $\vec{n}$이라고 하면
$\vec{u}=(2, -1, 2)$, $\vec{n}=(1, 1, 1)$

두 벡터 $\vec{u}$와 $\vec{n}$이 이루는 각의 크기를 $\theta'\left(0\le\theta'\le\frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\cos\theta'=\frac{|2\times1-1\times1+2\times1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

그런데 θ'는 직선의 방향벡터와 평면의 법선벡터가 이루는 각의 크기이므로

$\theta=\frac{\pi}{2}-\theta'$

$\sin\theta=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta'\right)=\cos\theta'=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

3) 구하는 직선의 방향벡터를 $\vec{u}=(a, b, c)$라 하면
두 평면에 모두 평행하므로 두 평면의 법선벡터
$(1, 1, 1)$, $(1, -1, 2)$ 각각의 내적이 0이다.
$a+b+c=0$ ⋯ ㉠
$a-b+2c=0$ ⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면 $a=-\frac{3}{2}c$

이를 ㉠에 대입하면 $b=\frac{c}{2}$

따라서 직선의 방향벡터는

$(a, b, c)=\left(-\frac{3}{2}c, \frac{c}{2}, c\right)$이므로 $\mathbf{(-3, 1, 2)}$이다.

답 1) $\frac{\pi}{6}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3) $(-3, 1, 2)$

54

1) $h=\frac{|1\times0+1\times0+1\times0+3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\mathbf{\sqrt{3}}$

2) $h=\frac{|2\times0-1\times0+2\times0-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{3}{3}=\mathbf{1}$

3) $h=\dfrac{|1\times2-2\times1+2\times(-3)-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{9}{3}=\mathbf{3}$

4) $h=\dfrac{|0\times1+3\times0-4\times2-2|}{\sqrt{0^2+3^2+(-4)^2}}=\dfrac{10}{5}=\mathbf{2}$

답 1) $\sqrt{3}$ 2) 1 3) 3 4) 2

55

평행한 두 평면 사이의 거리는 한 평면 위의 임의의 한 점에서 다른 평면까지의 거리와 같다.

1) 두 평면의 법선벡터가 같으므로 두 평면은 $\boxed{\text{평행}}$하다. 점 $(\boxed{2}, 0, 0)$은 평면 $2x-y+3z-4=0$ 위의 점으로 점 $(\boxed{2}, 0, 0)$과 평면 $2x-y+3z+10=0$ 사이의 거리는 두 평면 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|\boxed{2}\times2-1\times0+3\times0+10|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}}=\frac{14}{\sqrt{14}}=\boxed{\sqrt{14}}$$

2) 두 평면의 법선벡터가 같으므로 두 평면은 평행하다. 점 $(-3, 0, 0)$은 평면 $x+y+z+3=0$ 위의 점으로 점 $(-3, 0, 0)$과 평면 $-2x-2y-2z+5=0$ 사이의 거리는 두 평면 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|(-2)\times(-3)-2\times0-2\times0+5|}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\frac{11}{\sqrt{12}}=\mathbf{\frac{11\sqrt{3}}{6}}$$

답 1) $\sqrt{14}$ 2) $\dfrac{11\sqrt{3}}{6}$

56

평면 ABC의 방정식을 $ax+by+cz+d=0$이라고 하면

$$\begin{cases} -3a+b-c+d=0 \\ -5a-5b+d=0 \\ a+b+c+d=0 \end{cases}$$

위의 세 식을 연립하여 a, c, d를 b로 나타내면

$a=-\dfrac{3}{2}b,\ c=3b,\ d=-\dfrac{5}{2}b$

그런데 $b=0$이면 a, c, d가 모두 0이 되므로 $b\neq0$이다. 따라서 구하는 평면의 방정식은

$-\dfrac{3}{2}bx+by+3bz-\dfrac{5}{2}b=0$

$\therefore 3x-2y-6z+5=0$

따라서 원점 O에서 평면 $3x-2y-6z+5=0$에 이르는 거리는

$$\frac{|5|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+(-6)^2}}=\mathbf{\frac{5}{7}}$$

답 $\dfrac{5}{7}$

57

점 $P(x, y, z)$라 하면

$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OP}-\boxed{\overrightarrow{OA}}=(x-1, \boxed{y+5}, \boxed{z-4})$ ⋯ ㉠

이때, $|\overrightarrow{AP}|=3$의 양변을 제곱하면

$|\overrightarrow{AP}|^2=3^2$

$\boxed{\overrightarrow{AP}}\cdot\boxed{\overrightarrow{AP}}=9$

㉠을 위 식에 대입하여 정리하면

$\boxed{\mathbf{(x-1)^2+(y+5)^2+(z-4)^2}}=\mathbf{9}$

답 $\overrightarrow{OA}$, $y+5$, $z-4$, $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AP}$, $(x-1)^2+(y+5)^2+(z-4)^2$

58

1) $A(0, 0, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 구이므로 $|\overrightarrow{AP}|^2=1$에 의해

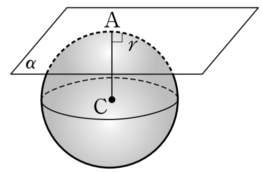
$\mathbf{x^2+y^2+z^2=1}$

2) $A(-1, 0, 1)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 구이므로 $|\overrightarrow{AP}|^2=5^2=25$에 의해

$\mathbf{(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=25}$

답 1) $x^2+y^2+z^2=1$ 2) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=25$

59



구의 중심을 C라고 하면 $C(1, -2, 3)$이다.

평면 α가 점 A에서 구에 접하므로 $\overrightarrow{CA}\perp\alpha$

즉, $\overrightarrow{CA}$는 평면 α의 법선벡터가 되므로

$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}=(1, -4, 0)-(1, -2, 3)=(0, -2, -3)$

따라서 점 A를 지나는 평면 α의 방정식은

$0\times(x-1)-2\times\{y-(-4)\}-3\times(z-0)=0$

$\therefore \mathbf{2y+3z+8=0}$

답 $2y+3z+8=0$

60

$x^2+y^2+z^2-2y+4z+1=0$에서

$x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2^2$이므로 구의 중심은 $(0, 1, -2)$이다.

주어진 평면이 구에 접하므로 구의 중심 $(0, 1, -2)$와 평면 $x-2y-2z=a$ 사이의 거리는 구의 반지름의 길이 2와 같다.

$$\frac{|1\times0-2\times1-2\times(-2)-a|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\frac{|2-a|}{3}=2$$

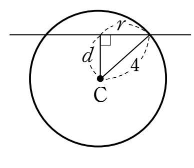
$|2-a|=6 \Rightarrow 2-a=\pm6$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=8$

그런데 a는 양수이므로 $a=\mathbf{8}$

답 8

61



구와 평면의 교선인 원의 반지름의 길이를 r, 구의 중심 $C(1, -2, 4)$에서 평면 $x+y+z+3=0$에 이르는 거리를 d라고 하면

$d=\dfrac{|1-2+4+3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

$\therefore r=\sqrt{16-d^2}=\sqrt{16-12}=2$

따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi r^2=\mathbf{4\pi}$

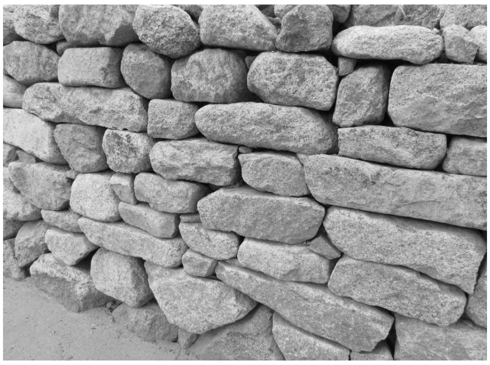
답 4π

쉬어가기

쌓는 삶

덕을 쌓으면
사람을 얻는다.

일을 쌓으면
돈을 번다.



운동을 쌓으면
건강을 얻는다.

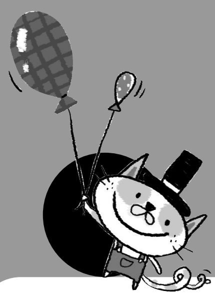
감사를 쌓으면
평화를 얻는다.

실력을 쌓으면
지도자가 된다.

밝음을 쌓으면
칭찬을 받는다.

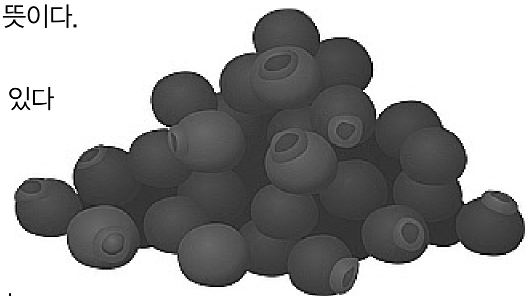
노력을 쌓으면
명성을 얻는다.

[출처 : http://www.m-letter.or.kr/lb/mboard.asp?Action=view&strBoardID=0015&return=mail&intSeq=163019#cmt]



쉬어가기

왁스가 없다



영어로 ‘sincere’ 라는 단어는 ‘정직하다, 진실하다’ 라는 뜻이다.
‘sincere’ 의 라틴어 어원은 ‘sine ceras’ 인데,
여기에는 ‘without wax’ (왁스가 없다)라는 뜻이 담겨 있다고 한다.
어떻게 ‘왁스가 없다’ 라는 말에서 ‘정직하다’ 라는 단어가 나왔을까?

옛날에 유럽에서는 도자기가 무척 귀한 물품이었다고 한다.
질이 좋은 도자기를 만들기 위해서는 무늬, 색감, 모양 모든 것이 좋아야 했지만
무엇보다 금이 없어야 했다.
조금이라도 금이 가면 그 도자기의 가치는 땅에 떨어지고 말았다.
그런데 도자기의 금을 감쪽같이 숨기는 방법이 있었다고 한다.
흰 진주색과 같은 왁스를 살짝 바르면 도자기의 금이 감쪽같이 감춰졌다는 것이다.
그래서 일부 정직하지 않은 상인들은 이 같은 방법으로 속여서
금 간 도자기를 비싼 값에 팔았다고 한다.
여기 ‘왁스가 없다’ 는 말에서 ‘정직’ 을 뜻하는 ‘sincere’ 란 단어가 유래되었다고 한다.

그런데 더 재미있는 것은 이 라틴어의 유래가 되는 헬라어의 의미이다.
헬라어 어근을 살펴보면 ‘sun tested’,
즉 ‘햇빛에 비춰보다’ 라는 뜻이 담겨 있는데, 그 뜻은 이렇다.
앞에서 말한 왁스로 가린 도자기의 금은 보통 사람의 눈에는 감쪽같았지만
전문가들은 볼 수 있는 방법이 있었다. 그 방법이 바로 햇빛에 비춰보는 것이었다.
도자기를 들어 햇빛에 비춰보면 하얀 진주색 왁스를 볼 수 있었다고 한다.
그래서 햇빛에 비춰보았을 때 왁스가 없으면 그것은 정직한 것이다 하는 뜻에서
‘정직’ 을 뜻하는 단어가 유래되었다고 한다.

[출처 : http://sfirst.kr/xe/bible×03×02/83610]